



ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Ασκήσεις Αριθμητικής Ανάλυσης

Κλείδης Κωνσταντίνος
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΕ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ασκήσεις Αριθμητικής Ανάλυσης

Επίλυση μη-γραμμικών εξισώσεων

Μέθοδος διχοτόμησης

1. Να βρεθεί, με τη μέθοδο της διχοτόμησης, μια ρίζα της εξίσωσης $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$, στο διάστημα $[1, 2]$. Να γίνουν τρεις επαναλήψεις. Μετά από πόσες επαναλήψεις η προσεγγιστική ρίζα θα έχει ανοχή $\varepsilon = 10^{-6}$;
2. Να βρεθεί η προσεγγιστική ρίζα της εξίσωσης $x - \cos^2 x = 0$, στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ εφαρμόζοντας 4 επαναλήψεις της μεθόδου διχοτόμησης. Βρείτε πόσα βήματα χρειάζονται για να έχουμε ακρίβεια $\varepsilon = 0.01$

Μέθοδος Newton-Raphson

3. Να βρεθεί με τη μέθοδο Newton-Raphson η προσεγγιστική ρίζα της εξίσωσης $3\sin x + 4x - 5 = 0$, με αρχική προσέγγιση $x_0 = 1.0$ και $\varepsilon = 10^{-4}$.
4. Να βρεθεί με τη μέθοδο Newton-Raphson η προσεγγιστική ρίζα της εξίσωσης $x - e^{-x} = 0$, με αρχική προσέγγιση $x_0 = 1.0$ και $\varepsilon = 10^{-5}$.

Γενική επαναληπτική μέθοδος

5. Να λυθεί με τη γενική επαναληπτική μέθοδο η εξίσωση: $x^2 - 2x - 3 = 0$, με αρχική προσέγγιση $x_0 = 4$.

Μέθοδος τέμνουσας

6. Να βρεθεί, με τη μέθοδο τέμνουσας, η προσεγγιστική ρίζα της εξίσωσης $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0$, με αρχικές προσεγγίσεις $x_0 = 1$, $x_1 = 3$ και $\varepsilon = 10^{-3}$.

Αριθμητική παραγώγιση

7. Να βρεθεί η προσεγγιστική τιμή της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης $f(x) = \ln(x)$, στο σημείο $x_0 = 2$, με $h = 0.1$ και να συγκριθεί με την ακριβή τιμή της παραγώγου, στο σημείο αυτό.
8. Να βρεθεί η προσεγγιστική τιμή της δεύτερης παραγώγου της συνάρτησης $f(x) = x \ln(x)$, στο σημείο $x_0 = 2$, με $h = 0.1$

Αριθμητική ολοκλήρωση

9. Να βρεθεί ο αριθμός των υποδιαστημάτων που απαιτούνται για να προσεγγιστεί το ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$, με σφάλμα $|R_{n+1}| \leq 0.5 \cdot 10^{-6}$, με:
 - a. τη μέθοδο του τραπεζίου
 - b. τη μέθοδο Simpson
10. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $I = \int_1^2 \left(x^3 - \frac{1}{4} x^4 \right) dx$, με τη μέθοδο Simpson.