

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

*ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΕ*

ΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

Καθηγητής

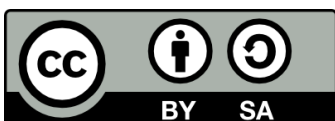
Δρ. Μοσχίδης Νικόλαος

ΣΕΡΡΕΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2015



Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Το έργο αυτό αδειοδοτείται από την Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές Άδεια. Για να δείτε ένα αντίγραφο της άδειας αυτής, επισκεφτείτε <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.el>.

Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

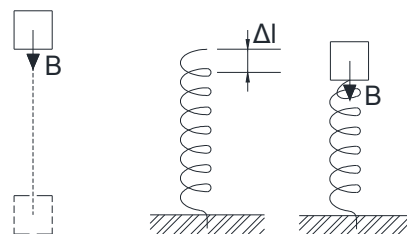


1. Δυνάμεις και ο κανόνας του παραλληλογράμμου

Δύναμη είναι μία επίδραση που μπορεί να ασκείται σε ένα σώμα και έχει ως αποτέλεσμα είτε ότι αλλάζει την κινητική κατάσταση του σώματος είτε ότι προκαλεί την παραμόρφωσή του.

Παράδειγμα 1.1: Αφήνουμε ένα σώμα ελεύθερο στον αέρα. Επειδή πάνω στο σώμα ενεργεί η δύναμη του βάρους, το σώμα αρχίζει να κινείται προς τα κάτω: άρα η δύναμη του βάρους αλλάζει την κινητική του κατάσταση.

Παράδειγμα 1.2: Τοποθετούμε το σώμα πάνω σε ένα ελατήριο. Το βάρος του σώματος μεταβιβάζεται στο ελατήριο και προκαλεί την παραμόρφωσή του. (Όταν μεταβιβάζονται δυνάμεις σε σώματα, αυτές πάντοτε προκαλούν παραμόρφωση, που όμως στις περισσότερες περιπτώσεις είναι μικρή και δεν φαίνεται με το μάτι).

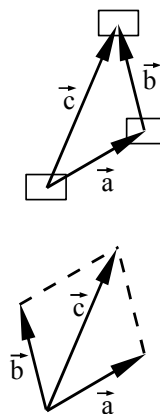


Σχήμα 1.1 Αποτελέσματα δυνάμεων

Γιατί είναι απαραίτητη η μελέτη των δυνάμεων:

Επειδή αν οι δυνάμεις που μεταβιβάζονται σε ένα σώμα είναι μεγαλύτερες από ένα όριο, προκαλούν καταστροφή (π.χ. θραύση) του σώματος.

Ο **κανόνας του παραλληλογράμμου** παρατηρήθηκε αρχικά στις κινήσεις των σωμάτων: Αν ένα σώμα κινηθεί αρχικά από το Α στο Β και κατόπιν από το Β στο Γ, και αν οι κινήσεις αυτές παρασταθούν με τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} , τότε η συνολική του μετακίνηση από το Α στο Γ μπορεί να παρασταθεί από το διάνυσμα \vec{c} που υπολογίζεται είτε με τη μέθοδο του τριγώνου είτε με εκείνη του παραλληλογράμμου (που είναι ακριβώς ισοδύναμη).



Σχήμα 1.2 Κανόνας παραλληλογράμμου για κινήσεις

Για να αναφέρουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου για δυνάμεις, πρέπει ταυτόχρονα να δώσουμε τους ορισμούς της συνισταμένης δυνάμεων και των συνιστωσών μιας δύναμης:

Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων $F_1, F_2 \dots$ θα λέγεται μία νέα δύναμη R , τέτοια ώστε:

αν αποσυρθούν από το σώμα οι παλιές δυνάμεις $F_1, F_2 \dots$ και στη θέση τους μπει η νέα δύναμη R , τότε να έχουμε πάνω στο σώμα το ίδιο αποτέλεσμα.

Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη όταν γνωρίζουμε τις αρχικές δυνάμεις, πρέπει να εφαρμόσουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου, όπως δείχνει το σχήμα παρακάτω.

Θα λέμε ότι μία δύναμη F αναλύθηκε σε δύο συνιστώσες F_α, F_β αν ισχύει η ιδιότητα:

όταν αποσυρθεί από το σώμα η παλιά δύναμη F και στη θέση της μούν οι νέες δυνάμεις F_α, F_β ,

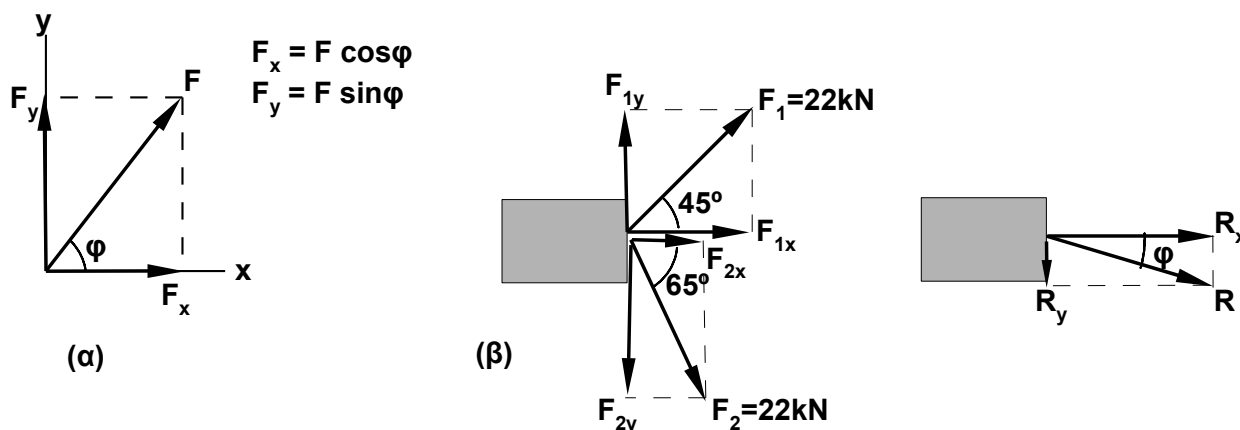
τότε έχουμε πάνω στο σώμα το ίδιο αποτέλεσμα.

Για να αναλύσουμε μια δύναμη σε συνιστώσες **πρέπει πρώτα να γνωρίζουμε τις κατευθύνσεις των συνιστωσών (ή να τις εκλέξουμε)**, και κατόπιν να εφαρμόσουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου, όπως δείχνει το σχήμα παρακάτω.



Σχήμα 1.3 Συνισταμένη, συνιστώσες, και ο κανόνας του παραλληλογράμμου για δυνάμεις

Αν ορίσουμε δύο κατευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους (π.χ. τους άξονες x, y , βλ. σχήμα παρακάτω), μπορούμε να αναλύσουμε οποιαδήποτε δύναμη σε συνιστώσες πάνω σ' αυτές τις κατευθύνσεις, και μάλιστα αυτή η ανάλυση γίνεται εύκολα με τη βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών. Έχει καθιερωθεί λοιπόν να περιγράφουμε τις δυνάμεις με τη βοήθεια των συνιστωσών τους κατά x και y . Με τον ίδιο τρόπο διευκολυνόμαστε και στον υπολογισμό της συνισταμένης, εφαρμόζοντας τη διαδικασία που εξηγείται στο παρακάτω παράδειγμα.



Σχήμα 1.4 α) Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες κατά x και y
β) Υπολογισμός συνισταμένης με τη βοήθεια ανάλυσης κατά x και y

Παράδειγμα 1.3 Έστω ότι ζητείται η συνισταμένη των δυνάμεων F_1, F_2 του σχ. 1.4.β. Εργαζόμαστε ως εξής:

Βήμα 1: Αναλύουμε τις αρχικές δυνάμεις σε συνιστώσες κατά x και y :

$$F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 22\text{kN} * 0,707 = 15,56 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 22\text{kN} * 0,707 = 15,56 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 65^\circ = 22\text{kN} * 0,423 = 9,30 \text{ kN}$$

$F_{2y} = - F_2 \sin 65^\circ = - 22\text{kN} * 0,906 = - 19,94 \text{ kN}$ (τέθηκε αρνητική επειδή κατευθύνεται προς τα κάτω)

Βήμα 2: Προσθέτουμε τις συνιστώσες κατά x μεταξύ τους, και βρίσκουμε την κατά x συνιστώσα της συνολικής δύναμης. Την ίδια εργασία κάνουμε και για την κατεύθυνση y .

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 15,56\text{kN} + 9,30\text{kN} = 24,86 \text{ kN}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} = 15,56\text{kN} - 19,94\text{kN} = - 4,38 \text{ kN}$$

Βήμα 3: Αφού βρήκαμε τα R_x, R_y η συνισταμένη R είναι πλήρως καθορισμένη. Μπορούμε όμως να βρούμε επιπλέον το μέτρο της R και πληροφορίες για την κατεύθυνσή της (π.χ. πόση γωνία φ σχηματίζει με τον άξονα x) με τη βοήθεια των τύπων:

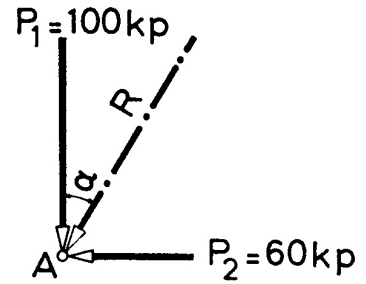
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{24,86^2 + 4,38^2} \text{ kN} = 25,24 \text{ kN}$$

$$\tan \varphi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{- 4,38\text{kN}}{24,86\text{kN}} = - 0,176 \Rightarrow \varphi = - 10^\circ$$

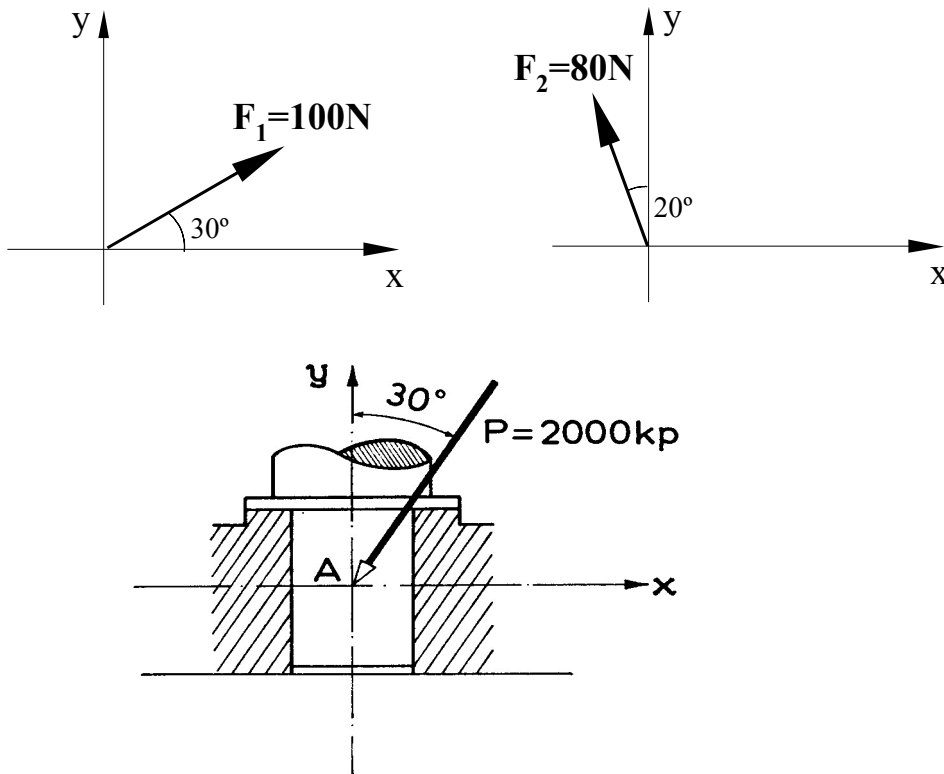
(το μείον σημαίνει ότι η R βρίσκεται κάτω από τον άξονα x).

1. Ασκήσεις κεφαλαίου 1 – Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων

1.1. Να βρεθεί το μέγεθος της συνισταμένης R των δυνάμεων P_1 , P_2 . Επίσης να βρεθεί η γωνία α μεταξύ της P_1 και της R .

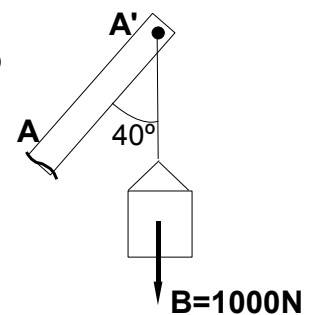


1.2. Να αναλυθούν οι δυνάμεις F_1 , F_2 , P στις κατευθύνσεις x , y .

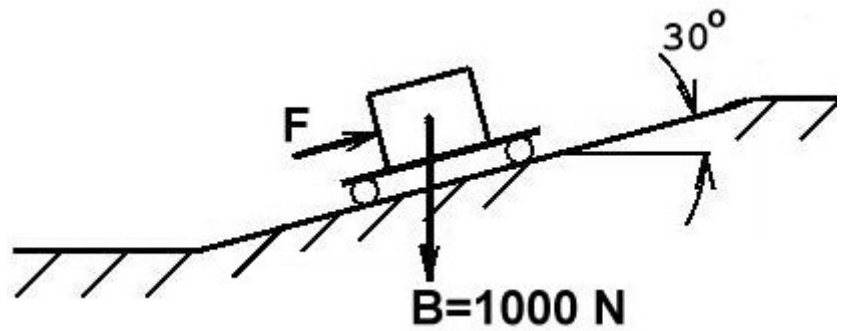


1.3 Να αναλυθεί το βάρος B του διπλανού σχήματος σε δύο συνιστώσες, μία παράλληλη και μία κάθετη προς το μήκος του δοκαριού AA' .

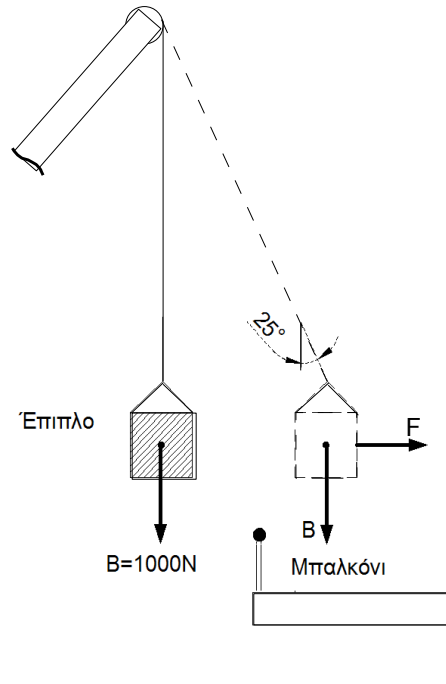
(Σημείωση: Αυτές οι δύο συνιστώσες είναι απαραίτητες για τον έλεγχο της αντοχής του δοκαριού).



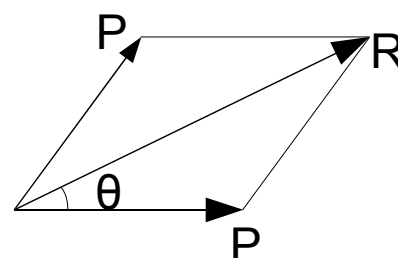
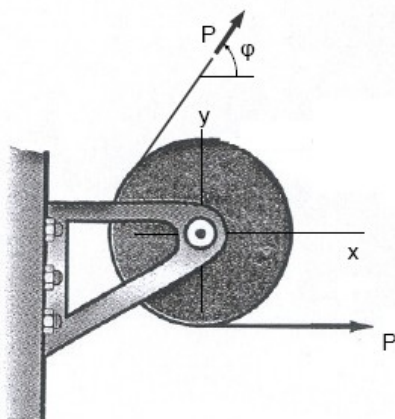
1.4 Να υπολογισθεί με πόση δύναμη F πρέπει να σπρώξουμε το καροτσάκι για να το ανεβάσουμε στη ράμπα.



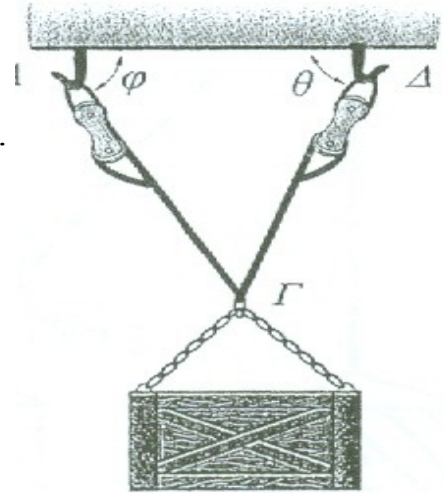
1.5 Ένας γερανός σηκώνει ένα έπιπλο από το πεζοδρόμιο και το ανυψώνει μπροστά στο μπαλκόνι ενός διαμερίσματος. Με πόση οριζόντια δύναμη F πρέπει να τραβήξουμε το έπιπλο ώστε να αναγκάσουμε το συρματόσχοινο να εκτραπεί κατά 25° από την κατακόρυφη και να φέρουμε το έπιπλο μέσα στο μπαλκόνι;



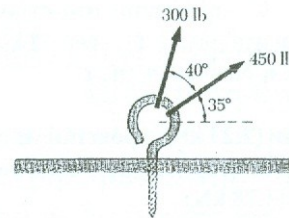
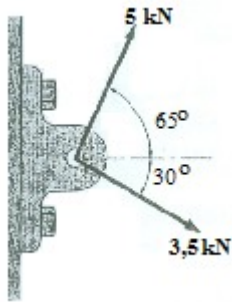
1.6 Ένα συρματόσχοινο είναι τυλιγμένο γύρω από την τροχαλία του σχήματος και έλκεται με δύναμη $P = 10 \text{ kN}$. Ο επάνω κλάδος του συρματοσχοίνου είναι λοξός με γωνία $\varphi = 60^\circ$. Είναι γνωστό ότι η τροχαλία μεταβιβάζει αυτούσια τη δύναμη του συρματοσχοίνου, άρα ο κάτω κλάδος έλκεται και αυτός με δύναμη $P = 10 \text{ kN}$. Να βρεθεί το μέγεθος R της δύναμης που πιέζει τον άξονα της τροχαλίας και η κλίση της θ ως προς την οριζόντια.



1.7 Σώμα βάρους $B = 200 \text{ kp} = 2 \text{ kN}$ αναρτάται από δύο συρματόσχοινα. Να υπολογισθούν οι συνιστώσες του βάρους κατά τις διευθύνσεις των συρματοσχοίνων. Δίνονται $\varphi = \theta = 60^\circ$

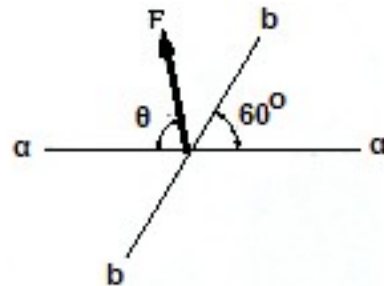
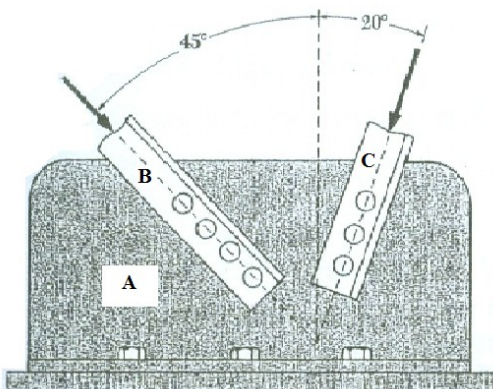


1.8 Να προσδιοριστεί το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης των δυνάμεων που ενεργούν στην κάθε μία από τις παρακάτω κατασκευές.



1.9 Δύο δομικά μέλη B και C ηλώνονται στο στήριγμα A. Αν και τα δύο μέλη καταπονούνται σε θλίψη και η δύναμη στο μέλος B είναι 1200 lb (5.4kN) και 1600 lb (7.2 kN) στο μέλος C, να προσδιοριστεί το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο στήριγμα.

1.10 Η δύναμη $F=2\text{kN}$ πρόκειται να αναλυθεί σε συνιστώσες κατά τις ευθείες a-a και b-b. Να υπολογισθεί τριγωνομετρικά η γωνία θ , αν η συνιστώσα της F κατά την ευθεία a-a είναι 1,6kN.



ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Οι ασκήσεις 1.1, 1.2γ έχουν παρθεί από το βιβλίο “Μηχανική” των Γ. Γκρος και Λ. Λαζαρίδη (εκδόσεις Ευγενιδείου Ιδρύματος)