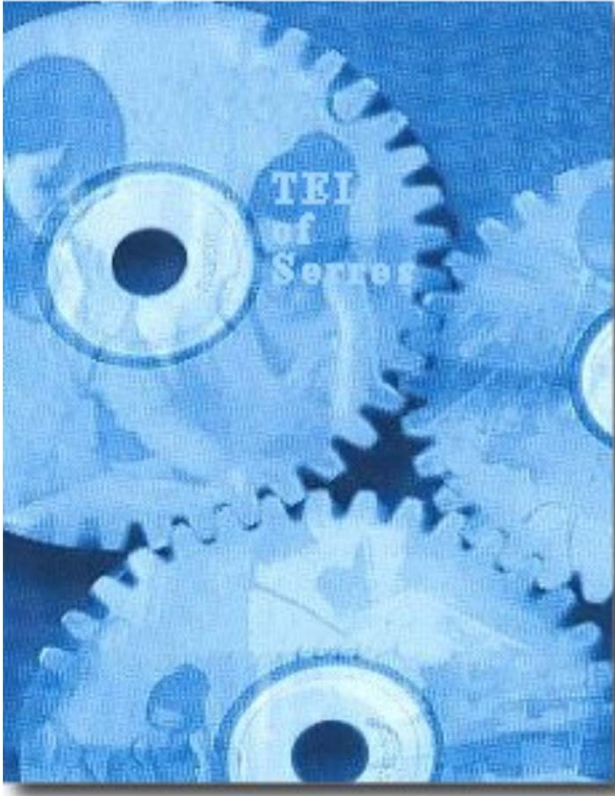


# Μάθημα: Πειραματική Αντοχή Υλικών

## Πείραμα θλίψης με λυγισμό



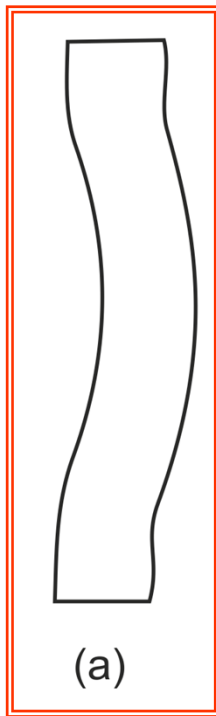
Κατασκευαστικός Τομέας  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών  
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Σερρών



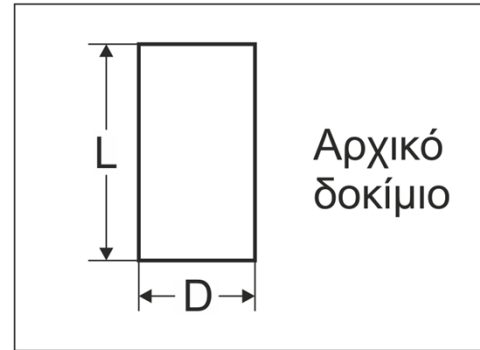
Στο πείραμα της θλίψης επιχειρούμε τον καθορισμό της συμβατικής τάσης αστοχίας και τη μέτρηση της πλαστικής συμπεριφοράς για όλκιμα μεταλλικό υλικό και της συμβατικής τάσης θραύσης για ψαθυρό μεταλλικό υλικό.

Επίσης είναι πολύ αξιόπιστο τεστ προσδιορισμού των χαρακτηριστικών τιμών των πολύ ψαθυρών υλικών (π.χ. τσιμέντο, γυαλί).

Για την περίπτωση που το μήκος του δοκιμίου είναι πολύ μεγαλύτερο από τις άλλες διαστάσεις του παρατηρείται το φαινόμενο του λυγισμού.



(a)



Αρχικό  
δοκίμιο



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

a) Λυγισμός ( $L/D > 5$ )

b) Διάτμηση ( $L/D > 2.5$ )

c) Διπλό βαρελοειδές ( $L/D > 2$ ) με  
ύπαρξη τριβής στις επαφές

d) Βαρελοειδές ( $L/D < 2$ ) με  
ύπαρξη τριβής στις επαφές

e) Ομογενής συμπίεση ( $L/D < 2$ )  
χωρίς τριβή στις επαφές

f) Αστάθεια work-softening  
( $L/D < 2$ )

Λυγισμός είναι το φαινόμενο κατά το οποίο μια λεπτή ελαστική ράβδος με ευθύγραμμο άξονα που υποβάλλεται σε κεντρική θλίψη συνεχώς αυξανόμενης έντασης μεταπίπτει μετά από κάποια οριακή φόρτιση σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας. Σε αυτή την κατάσταση με την επίδραση μιας ελάχιστης αιτίας παρουσιάζει μεγάλο βέλος κάμψης και ξεφεύγει από την ευθύγραμμη μορφή χωρίς να επανέρχεται μετά την αποφόρτιση.

Μόλις η ράβδος ξεφύγει από την ευθύγραμμη κατάσταση το φορτίο αρχίζει πλέον να ασκείται έκκεντρα και έχουμε ανάπτυξη ροπών κάμψης.

Ονομάζουμε κρίσιμο φορτίο λυγισμού εκείνο το φορτίο που θέτει ένα σαφές διαχωριστικό όριο μεταξύ των καταστάσεων ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας. Γενικά το φαινόμενο επηρεάζεται από τέσσερις βασικούς παράγοντες:

- 1.Θλιπτικό φορτίο.
- 2.Ελαστικές ιδιότητες του δοκιμίου.
- 3.Σχήμα εγκάρσιας διατομής.
- 4.Τρόπος στήριξης του δοκιμίου.

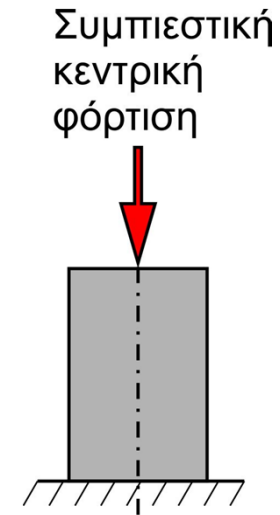
**Επομένως, ο λυγισμός είναι κυρίως πρόβλημα ποσοτικοποίησης της ευστάθειας του φορέα. Λόγω της ιδιομορφίας αυτής, ο λυγισμός παίζει πρωταρχικό ρόλο στην σχεδίαση και κατασκευή ενός φορέα.**

Όταν μια ράβδος καταπονείται σε θλίψη, τότε μπορεί να εμφανιστεί αστάθεια στη μορφή της λόγω εκκεντρότητας της φόρτισης ή ανομοιομορφίας του υλικού της στήλης και τελικά αυτή να καμφθεί χωρίς την ύπαρξη καμπτικών ροπών. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **λυγισμός**.

Με την αύξηση του φορτίου αυξάνει και το βέλος κάμψης μέχρι μια ορισμένη κρίσιμη τιμή, όπου προκαλείται θραύση σε ψαθυρά και διαρροή σε όλκιμα υλικά.

**Ο λυγισμός εξαρτάται από:**

- Το υλικό του δοκιμίου
- το μήκος του δοκιμίου
- το μέγεθος της διατομής και
- το σχήμα της διατομής.



Το μέτρο για το πόσο ευαίσθητη είναι μια διατομή σε λυγισμό δίνεται από το **βαθμό λυγηρότητας λ**

Ισχύει 
$$\lambda = \frac{L_k}{k_m}$$



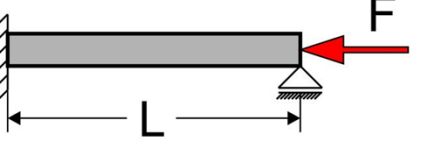

Το μέγεθος  $k_m$  ονομάζεται **ελάχιστη ακτίνα αδράνειας** και ισχύει :

$$k_m = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}$$

$I_{min}$  είναι η ελάχιστη ροπή αδράνειας της διατομής

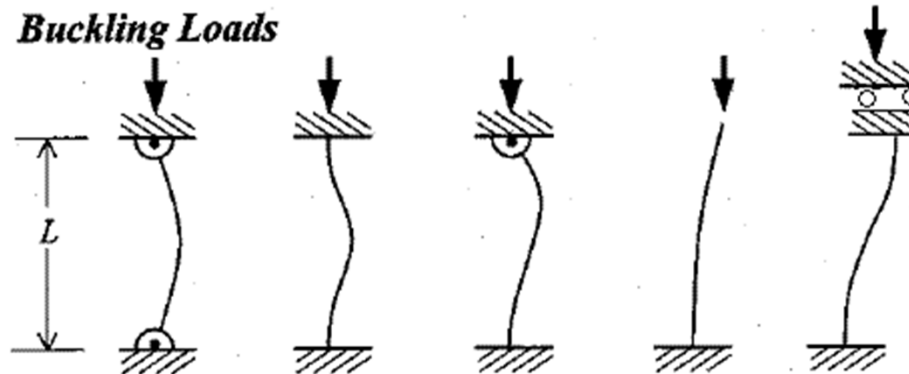
$A$  είναι η επιφάνεια της διατομής.

Το μέγεθος  $L_k$  ονομάζεται **ελεύθερο μήκος λυγισμού** και εξαρτάται καθαρά από το είδος στήριξης του φορέα που καταπονείται σε θλιπτικό φορτίο.

Είδος στήριξης	$L_k$
	L
	2L
	0.7L
	0.5L



**Buckling Loads**

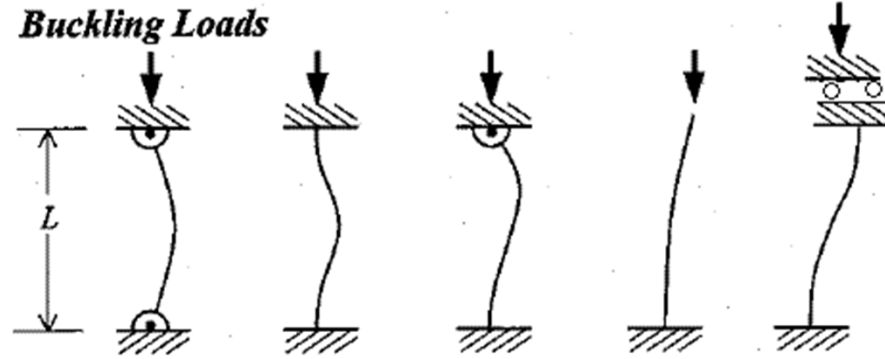


Buckling Load	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{2.045\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$
Effective Length	$L$	$0.5L$	$0.699L$	$2L$	$L$

Όπως ήδη γνωρίζουμε, η τάση σε μια οποιαδήποτε θέση μιας κατασκευής δίνεται από τον τύπο

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

όπου η F για λυγισμό εξαρτάται από την περίπτωση στήριξης της ράβδου



Buckling Load	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{2.045\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$
Effective Length	L	0.5L	0.699L	2L	L

Από τους τύπους του σχήματος προκύπτει ότι  $F = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \Rightarrow \sigma = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2 A}$

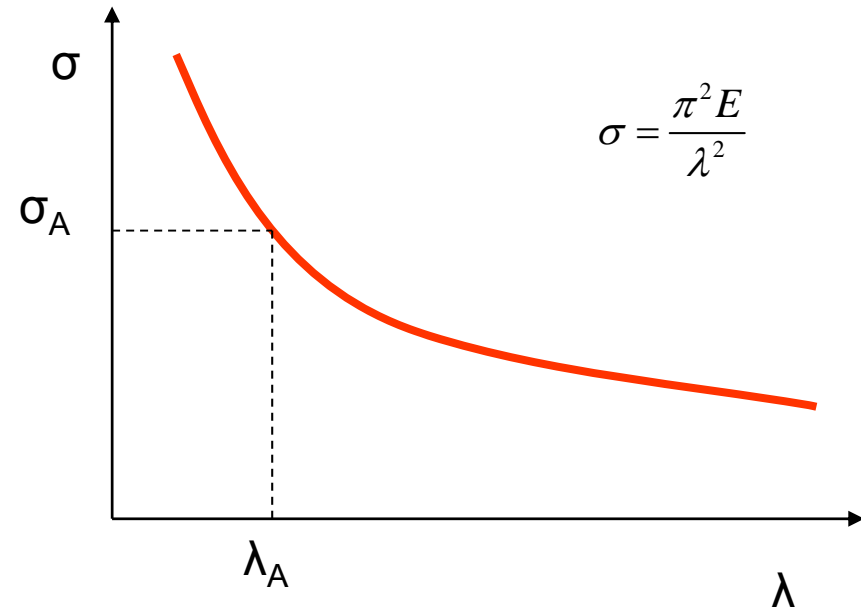
Αν λάβουμε υπόψη ότι  $\lambda = \frac{L_k}{k_m}$  και  $k_m = \sqrt{\frac{I}{A}} \Rightarrow k_m^2 = \frac{I}{A}$

προκύπτει τελικά ότι  $\sigma = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$  (καμπύλη Euler)



Οι σχέσεις που έχουν διατυπωθεί ισχύουν στην ελαστική περιοχή για μικρά βέλη κάμψης και όταν η τιμή της τάσης λόγω λυγισμού είναι μικρότερη της τάσης του ορίου αναλογίας  $\sigma_A$ , δηλαδή ο βαθμός λυγηρότητας μεγαλύτερος από  $\lambda_A$ .

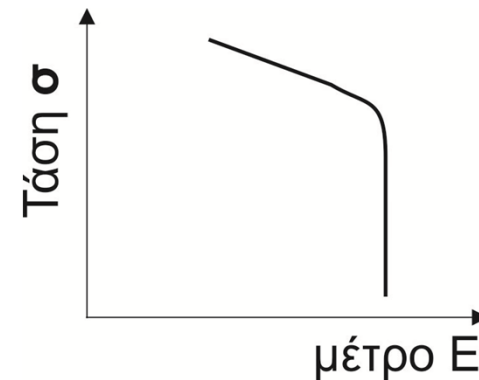
Για τις τιμές  $\lambda < \lambda_A$  (η τάση αυξάνει όσο μειώνεται το  $\lambda$ ) γίνεται ιδιαίτερη διερεύνηση λόγω του ότι το υλικό της ράβδου βρίσκεται στην πλαστική περιοχή ( $\sigma > \sigma_A$ )



Το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας  $E_\varepsilon$  προσδιορίζεται αν θεωρηθεί ο νόμος τάσης παραμόρφωσης του υλικού ως πολυγραμμικός:

οι καμπύλες προσεγγίζονται ως ευθύγραμμα τμήματα εφαπτόμενα στις αρχικές καμπύλες.

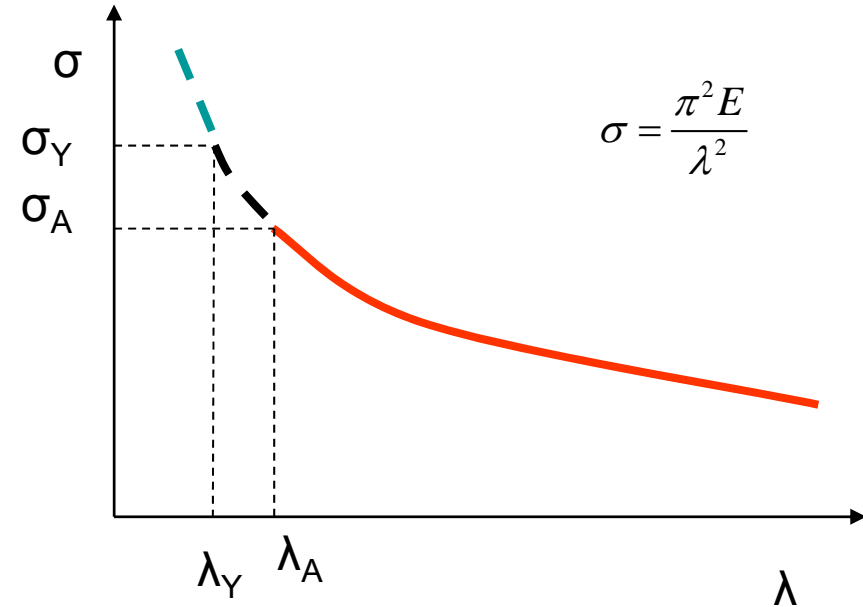
Από το διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων του υλικού μπορεί να προκύψει η καμπύλη  $E_\varepsilon=f(\sigma)$



Εάν ελαττωθεί το μήκος της ράβδου ενώ παράλληλα παραμένει η ίδια διατομή, τότε σε κάποια θέση της ράβδου θα επέλθει αστοχία λόγω διαρροής του υλικού σε θλίψη και όχι από λυγισμό.

Από πειράματα προέκυψαν αποτελέσματα τα οποία συνδέουν το βαθμό λυγηρότητας  $\lambda$  με την τάση  $\sigma$  που αναπτύσσεται.

- Για  $\lambda > \lambda_A$  ισχύουν οι εξισώσεις Euler
- Για  $\lambda < \lambda_Y$  η ράβδος διαρρέει σε θλίψη και οι τάσεις τείνουν ασυμπτωτικά στην οριζόντια  $\sigma_Y$
- Για  $\lambda_A < \lambda < \lambda_Y$  υπάρχει μια μικρή περιοχή όπου εφαρμόζεται το **εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας  $E_\epsilon$**  στους τύπους του Euler.



$$\sigma = \frac{\pi^2 E_\epsilon}{\lambda^2}$$

Υπάρχει μια άμεση σχέση μεταξύ του βαθμού λυγηρότητας και της μέγιστης επιτρεπόμενης τάσης σε θλίψη. Αν γνωρίζουμε το βαθμό λυγηρότητας ενός φορέα, τότε μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια η κρίσιμη θλιπτική τάση σε λυγισμό. Τέτοιες τιμές υπάρχουν σε πίνακες ιδιοτήτων διατομών.

Για παράδειγμα, αν η μέγιστη επιτρεπόμενη θλιπτική τάση μιας διατομής είναι  $275 \text{ N/mm}^2$  και η διατομή έχει βαθμό λυγηρότητας 80, τότε η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση μειώνεται σε  $181 \text{ N/mm}^2$ .

Πρακτικά η μέγιστη τιμή βαθμού λυγηρότητας που χρησιμοποιείται είναι 180, για αυτή την τιμή η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση για την προηγούμενη διατομή γίνεται  $54 \text{ N/mm}^2$ , δηλαδή μόλις το  $1/5$  της αρχικής.

Αντίστοιχα, για τιμές βαθμού λυγηρότητας μικρότερες από 15, ο φορέας αστοχεί για φορτία ίσα με την επιτρεπόμενη τάση σε θλίψη, **επομένως για διατομές με μικρούς βαθμούς λυγηρότητας δεν είναι απαραίτητος ο υπολογισμός για λυγισμό.**