Εργαστήριο Πειραματικής Αντοχής Υλικών

ΠΕΙΡΑΜΑ ΚΑΜΨΗΣ

Πρόβλημα 4.α.

Η δοκός AB είναι κατασκευασμένη από ελαστοπλαστικό μαλακό χάλυβα με E=200GPa και σ_Y=250MPa. Προσδιορίστε την καμπτική ροπή M και την αντίστοιχη ακτίνα καμπυλότητας (a) όταν συμβαίνει διαρροή, (b) όταν τα πέλματα γίνουν πλήρως πλαστικά.

(*a*) *Απαρχή διαρροής*. Η κεντροβαρική ροπή αδράνειας της διατομής είναι

$$I = \tfrac{1}{12}(0.288\text{ m})(0.384\text{ m})^3 - \tfrac{1}{12}(0.288\text{ m} - 0.018\text{ m})(0.336\text{ m})^3$$
$$I = 505.5 \times 10^{-6}\text{ m}^4$$

***Καμπτική ροπή*.** Για $\sigma_{\max} = \sigma_Y = 250\text{MPa}$ και $c = 0.192\text{m}$, έχουμε

$$M_Y = \frac{\sigma_Y I}{c} = \frac{(250\text{ MPa})(505.5 \times 10^{-6}\text{ m}^4)}{0.192\text{ m}} \qquad M_Y = 658\text{ kN}\cdot\text{m} \quad ◀$$

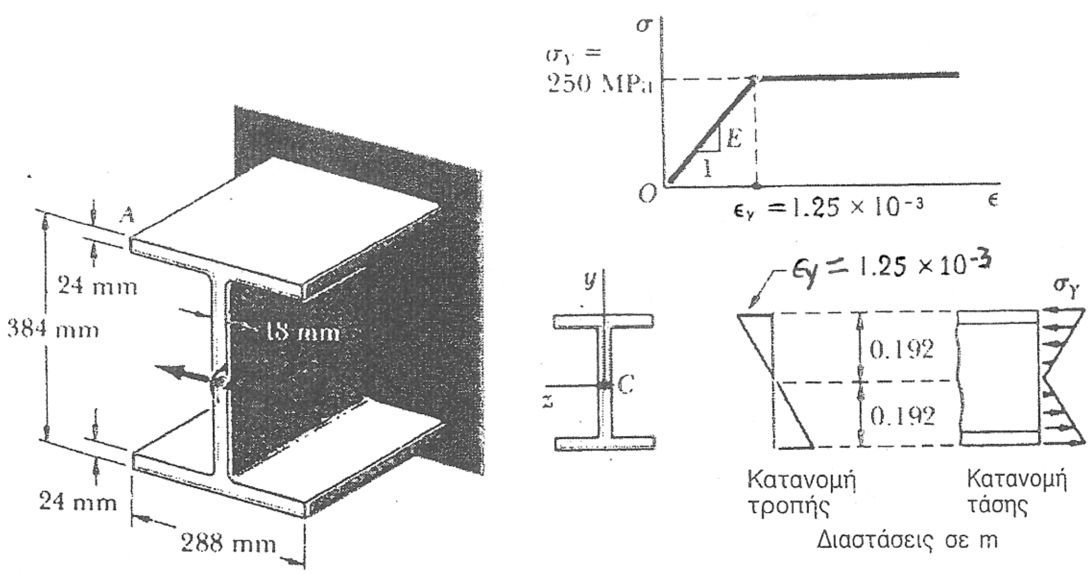
***Ακτίνα καμπυλότητας*.** Σημειώνοντας ότι, στο c =0.192m, η τροπή είναι

$$\epsilon_Y = \sigma_Y/E = (250\text{ MPa})/(200\text{ GPa}) = 1.25 \times 10^{-3},$$

έχουμε από την Εξ. (4.41)

$$c = \epsilon_Y \rho_Y \qquad 0.192\text{ m} = (1.25 \times 10^{-3})\rho_Y \qquad \rho_Y = 153.6\text{ m} \quad ◀$$

(*b*) *Πέλματα πλήρως πλαστικά*. Οταν τα πέλματα γίνουν πλήρως πλαστικά, οι τροπές και οι τάσεις στη διατομή είναι όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.
(τροπή = ανηγμένη παραμόρφωση = ε)



Αντικαθιστούμε τις στοιχειώδεις θλιπτικές δυνάμεις που δρουν στο άνω πέλμα και στο άνω μισό τοίχωμα από τις συνισταμένες τους $\mathbf{R}_1$ και $\mathbf{R}_2$ και συγχρόνως αντικαθιστούμε τις εφελκυστικές δυνάμεις με $\mathbf{R}_3$ και $\mathbf{R}_4$.

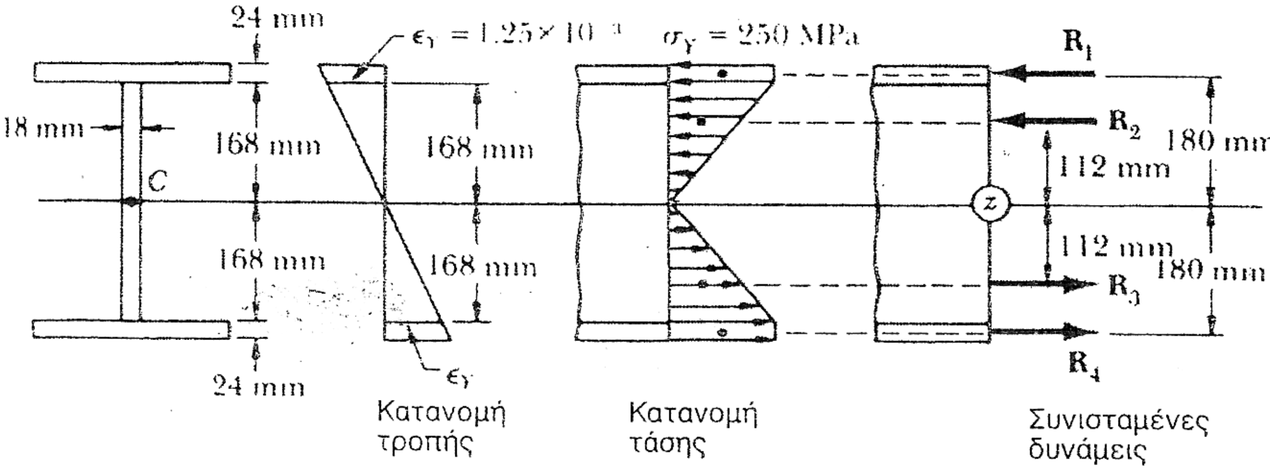
$$R_1 = R_4 = (250\text{ MPa})(0.288\text{ m})(0.024\text{ m}) = 1728\text{ kN}$$
$$R_2 = R_3 = \tfrac{1}{2}(250\text{ MPa})(0.168\text{ m})(0.018\text{ m}) = 378\text{ kN}$$

Καμπτική ροπή. Αθροίζοντας τις ροπές των $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_3$ και $\mathbf{R}_4$ ως προς τον z άξονα, γράφουμε

$$M = 2[R_1(0.180\ \mathrm{m}) + R_2(0.112\ \mathrm{m})]$$
$$= 2[(1728\ \mathrm{kN})(0.180\ \mathrm{m}) + (378\ \mathrm{kN})(0.112\ \mathrm{m})] \qquad M = 707\ \mathrm{kN \cdot m}$$

Ακτίνα καμπυλότητας. Εφόσον $y_Y = 0.168\mathrm{m}$ γι' αυτή τη φόρτιση, έχουμε από την.

$$y_Y = \epsilon_Y \rho \qquad 0.168\ \mathrm{m} = (1.25 \times 10^{-3})\rho \qquad \rho = 134.4\ \mathrm{m}$$



Πρόβλημα 4.β.

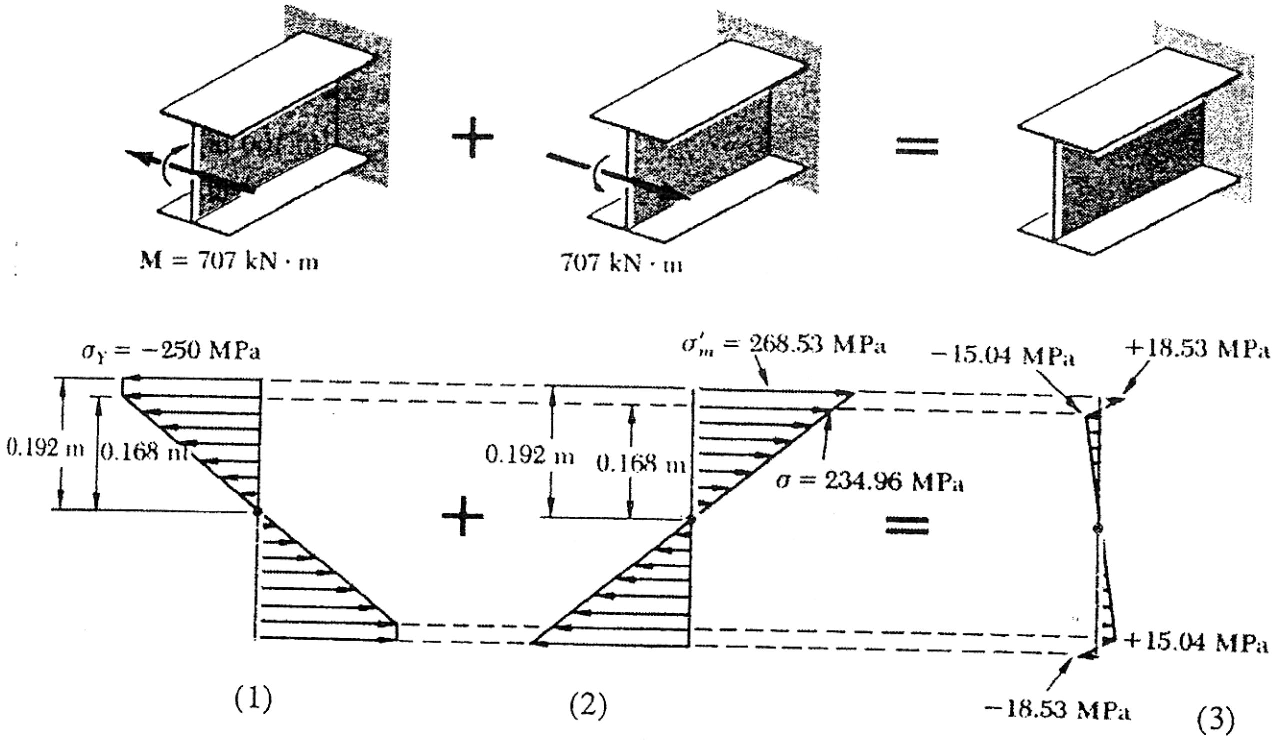
Για τη δοκό του Παραδείγματος 4.α, προσδιορίστε τις παραμένουσες τάσεις και τη μόνιμη ακτίνα καμπυλότητας αφού αφαιρεθεί η καμπτική ροπή M =707kNm.

Φόρτιση. Στο Παράδειγμα 4.α είχε εφαρμοστεί ροπή M =707kNm και προέκυψαν οι εικονιζόμενες στο Σχ. (1) τάσεις.

Ελαστική αποφόρτιση. Η δοκός αποφορτίζεται με την εφαρμογή μίας καμπτικής ροπής $M = -707\mathrm{kNm}$ (η οποία είναι ίση και αντίθετη με τη ροπή που εφαρμόστηκε αρχικά). Κατά τη διάρκεια της αποφόρτισης, η δράση της δοκού είναι πλήρως ελαστική. Ενθυμούμενοι από το Παραδ. 4.α ότι $I = 505.5\times10^{-6}\mathrm{m}^4$ υπολογίζουμε τη μέγιστη τάση

$$\sigma'_m = \frac{Mc}{I} = \frac{(707\ \mathrm{kN \cdot m})(0.192\ \mathrm{m})}{505.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^4} = 268.53\ \mathrm{MPa}$$

Οι τάσεις που προκαλούνται κατά την αποφόρτιση φαίνονται στο Σχ. (2).



Σχ. (2).

Παραμένουσες τάσεις. Από την επαλληλία των τάσεων της φόρτισης (Σχ. 1) και αυτών της αποφόρτισης (Σχ. 2) παίρνουμε τις παραμένουσες τάσεις στη δοκό (Σχ. 3).

Μόνιμη ακτίνα καμπυλότητας. Στο $y = 0.168$m η παραμένουσα τάση είναι 15.04MPa. Εφόσον δεν προκύπτουν πλαστικές παραμορφώσεις στο σημείο αυτό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο νόμος του Hooke και έχουμε $\epsilon_x = \sigma / E$. Από την Εξ. (4.8) γράφουμε

$$\rho = -\frac{y}{\epsilon_x} = -\frac{yE}{\sigma} = -\frac{(0.168 \text{ m})(200 \text{ GPa})}{-15.04 \text{ MPa}} = 2234 \text{ m}$$

$$\rho = 2234 \text{ m} \quad ◀$$

Τονίζουμε ότι η παραμένουσα τάση είναι εφελκυστική στην πάνω πλευρά της δοκού και θλιπτική στην κάτω πλευρά, ακόμη και αν η δοκός είναι κοίλη προς τα πάνω.