Τίτλος Μαθήματος

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ - ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ

Καθηγητής Δρ.Δ.Σαγρής

ΣΕΡΡΕΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2015

Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Συστήματα Παραγωγής - Ρομποτική

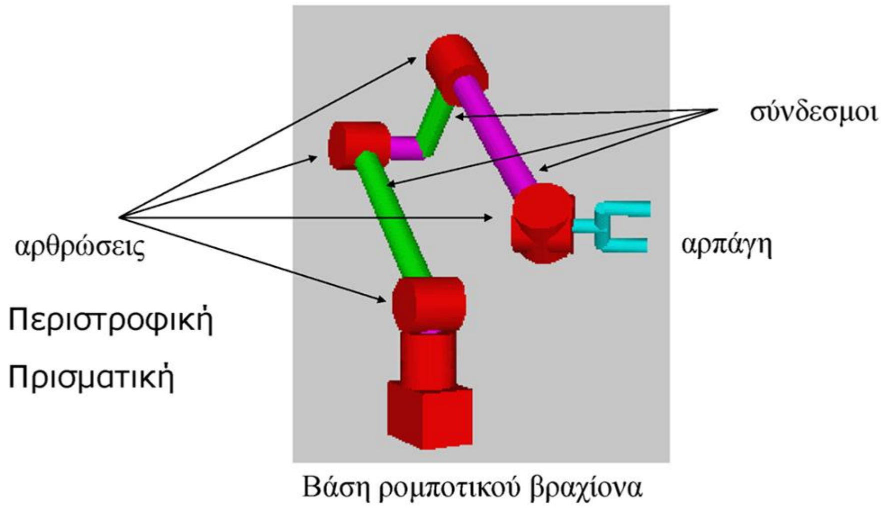
Διδάσκων

Δημήτριος Σαγρής

(Δρ. Μηχανολόγος Μηχανικός)

Κινηματική ανάλυση με χρήση ΣΣ κατά Denavit - Hartenberg

Σύνδεσμοι και αρθρώσεις



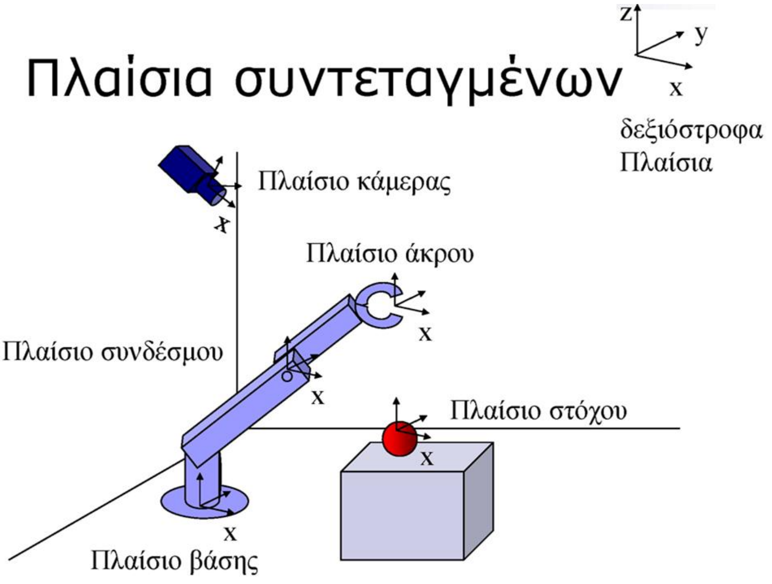
©2014

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Σύνδεσμοι - Αρθρώσεις

Σχήμα D3

Πλαίσια συντεταγμένων



©2014

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Πλαίσια

Σχήμα D4

Κινηματική

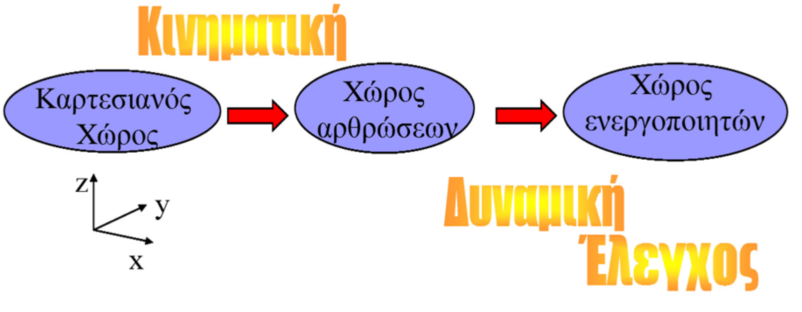
- Περιγραφή της διάταξης του ρομπότ στον χώρο
- Ευθεία κινηματική ανάλυση

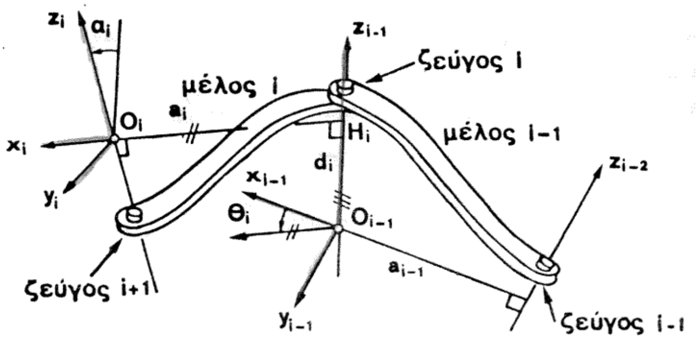
  - Ποια είναι η θέση και ο προσανατολισμός του άκρου (εργαλείου, αρπάγης) όταν ξέρω τις γωνίες των αρθρώσεων;

- Αντίστροφη κινηματική ανάλυση.
  - Ποιες γωνίες αρθρώσεων επιτυγχάνουν μία επιθυμητή θέση του άκρου;

Κινηματική → Έλεγχος

- Η κινηματική είναι το πρώτο βήμα για τον ρομποτικό έλεγχο.





Εκλογή συστήματος συντεταγμένων

α) ο άξονας z_i είναι κατά το μήκος του άξονα κινήσεως του ζεύγους i +1.

β) ο άξονας x_i είναι η κοινή κάθετος των αξόνων z_{i-1} και z_i. Εάν αυτοί οι άξονες τέμνονται, ο προσανατολισμός του άξονα x_i είναι αυθαίρετος με θετική φορά από τον άξονα z_{i-1} προς τον άξονα z_i.

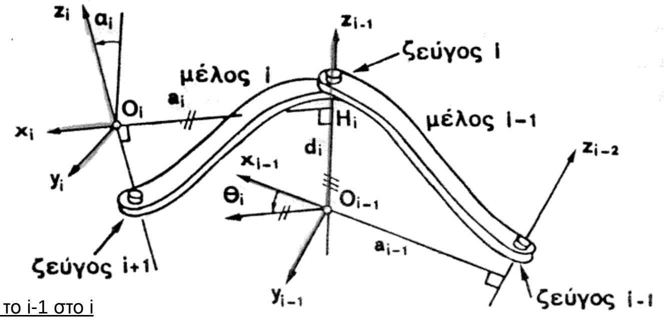
γ) ο άξονας y_i εκλέγεται έτσι ώστε το σύστημα συντεταγμένων $x_iy_iz_i$ να είναι δεξιόστροφο.

Παράμετροι

- θ_i είναι η γωνία μεταξύ των αξόνων x_{i-1} και x_i με θετική φορά κατά το μήκος του άξονα z_{i-1}.
- d_i είναι η απόσταση από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων (i-1) μέχρι το σημείο τομής του άξονα z_{i-1} με τον άξονα xi κατά το μήκος του αξονα z_{i-1}.
- a_i είναι το μήκος της κοινής καθέτου μεταξύ των αξόνων z_{i-1} και z_i.
- α_i είναι η γωνία μεταξύ των αξόνων z_{i-1} και z_i, θετική κατά το μήκος του άξονα x_i.

Σχήμα D7

Εκλογή συστήματος συντεταγμένων κατά Denavit – Hartenberg



Μεταφορά συστήματος συντεταγμένων από το i-1 στο i

α) **περιστροφή** γύρω από τον άξονα $\mathbf{z_{i-1}}$ με γωνία $\boldsymbol{\theta_i}$, έτσι ώστε ο άξονας x_{i-1} να είναι παράλληλος με τον άξονα x_i.

β) **μεταφορά** κατά το μήκος του άξονα $\mathbf{z_{i-1}}$ σε απόσταση $\mathbf{d_i}$ για να συμπίπτουν οι άξονες x_{i-1} και x_i.

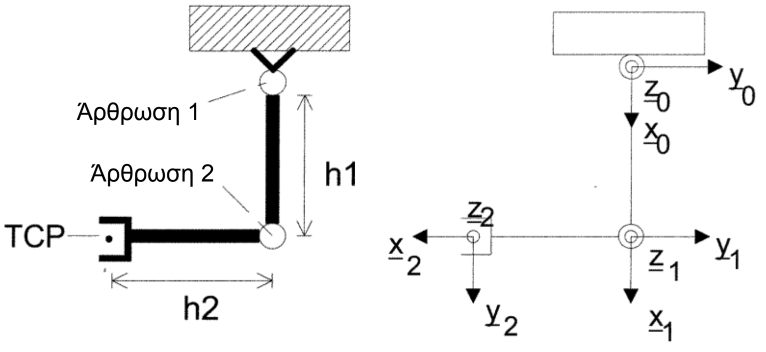
γ) **μεταφορά** κατά το μήκος του άξονα $\mathbf{x_i}$ σε απόσταση $\mathbf{a_i}$ έτσι ώστε οι αρχές των δύο συστηματων να συμπίπτουν.

δ) **περιστροφή** γύρω από τον άξονα $\mathbf{x_i}$ με γωνία $\boldsymbol{\alpha_i}$ έτσι ώστε τα δυο συστήματα συντεταγμένων να συμπίπτουν.

$$A_{i-1}^{i} = A(z,\theta_i)\cdot A(0,0,d_i)\cdot A(a_i,0,0)\cdot A(x,\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i\sin\theta_i & \sin\alpha_i\sin\theta_i & a_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i\cos\theta_i & -\sin\alpha_i\cos\theta_i & a_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Σχήμα D8

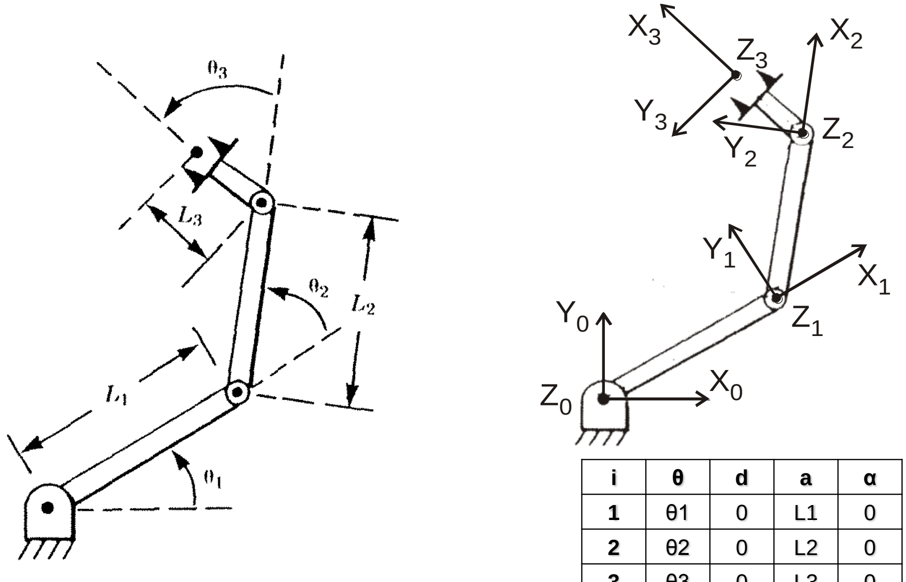
Σύστημα συντεταγμένων κατά Denavit – Hartenberg και ομογενές μητρώο μετασχηματισμού



i	θ	d	a	α
1	θ1 (0)	0	a1=h1	0
2	θ2 (-90)	0	a2=h2	0

Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg
σε μηχανισμό RR ή 2R

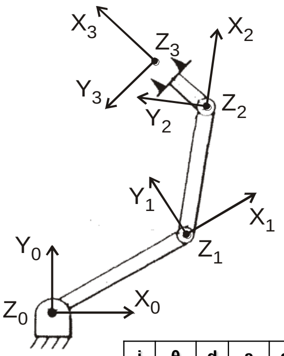
Σχήμα D9



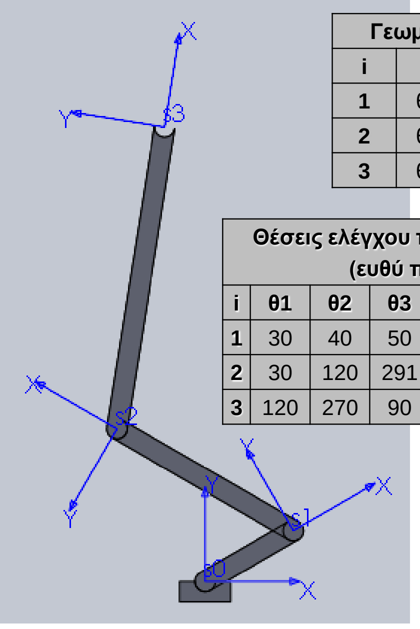
i	θ	d	a	α
1	θ1	0	L1	0
2	θ2	0	L2	0
3	θ3	0	L3	0

Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg
σε μηχανισμό RRR ή 3R

Σχήμα D10



i	θ	d	a	α
1	θ1	0	L1	0
2	θ2	0	L2	0
3	θ3	0	L3	0



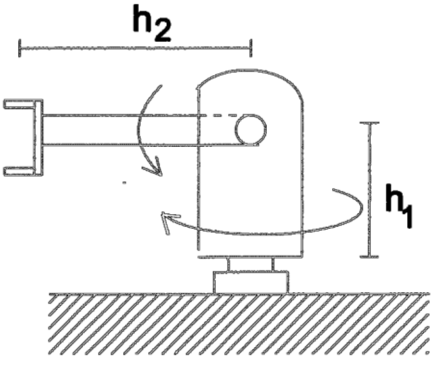
Γεωμετρία βραχίονα 3R				
i	θ	d	a	α
1	θ1	0	100	0
2	θ2	0	200	0
3	θ3	0	300	0

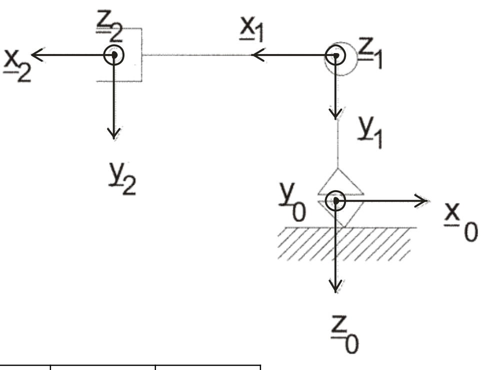
Θέσεις ελέγχου τοποθέτησης άκρου (ευθύ πρόβλημα)						
i	θ1	θ2	θ3	x	y	z
1	30	40	50	-39.67	446.31	0
2	30	120	291	5.01	497.75	0
3	120	270	90	-26.79	446.41	0

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg σε μηχανισμό RRR ή 3R
(Αρχείο SolidWorks 3R.sldasm)

Σχήμα D11



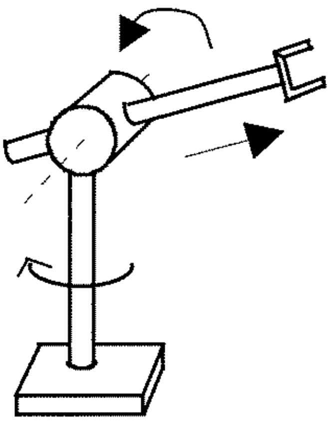


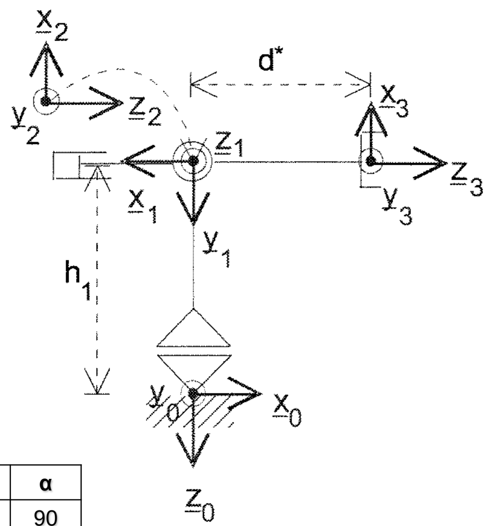
i	θ	d	a	α
1	θ1 (180)	-h1	0	90
2	θ2 (0)	0	h2	0

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Άσκηση: Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg
σε χωρικό μηχανισμό RR ή 2R

Σχήμα D12

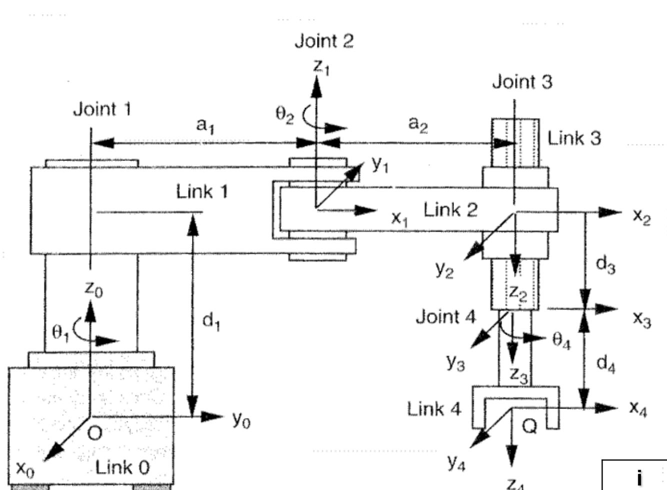




i	θ	d	a	α
1	θ1 (180)	-h1	0	90
2	θ2 (90)	0	0	90
3	0	d3 (d*)	0	0

Άσκηση: Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων κατά Denavit-Hartenberg σε χωρικό μηχανισμό RRP

Σχήμα D13

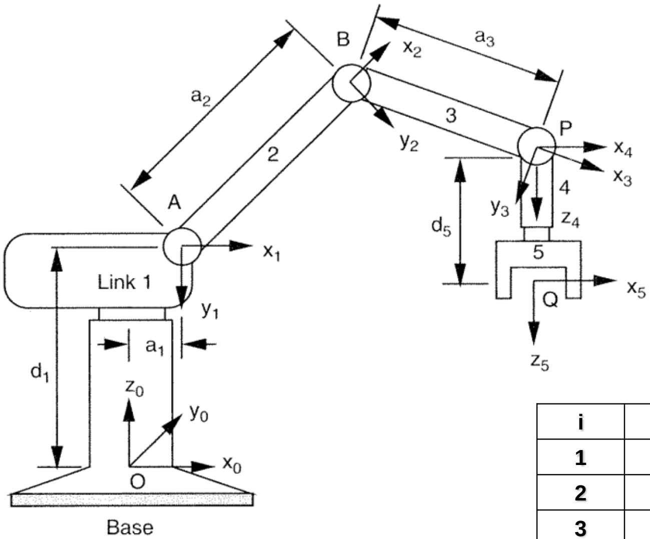


i	θ	d	a	α
1	θ1 (90)	d1	a1	0
2	θ2 (0)	0	a2	180
3	0	d3 (d3)	0	0
4	θ4 (0)	d4	0	0

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Άσκηση: Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων και παραμέτρων κατά Denavit-Hartenberg σε χωρικό μηχανισμό RRPR (Scara)

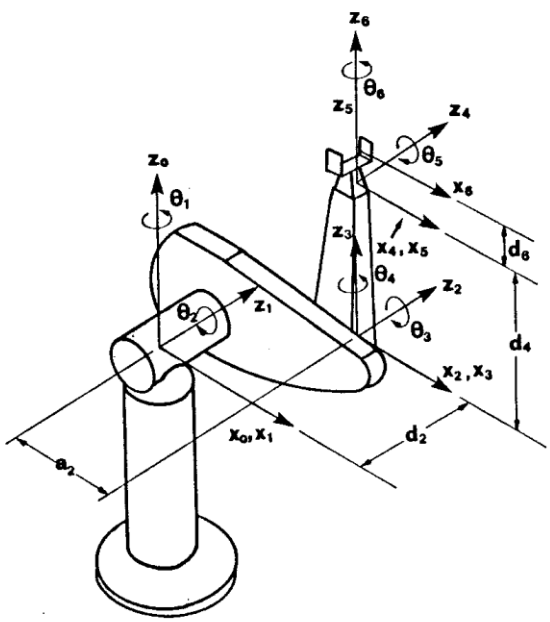
Σχήμα D14



i	θ	d	a	α
1	θ1 ()	d1	a1	-90
2	θ2 ()	0	a2	0
3	θ3 ()	0	a3	0
4	θ4 ()	0	0	-90
5	0	d5 ()	0	0

Άσκηση: Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων και παραμέτρων κατά Denavit-Hartenberg σε χωρικό μηχανισμό RRRRP

Σχήμα D15



	θ	d	a	α
1	θ1 (0)	0	0	-90
2	θ2 (0)	d2 (149.5)	a2 (432)	0
3	θ3 (0)	0	0	90
4	θ4 (0)	d4 (432)	0	90
5	θ5 (0)	0	0	-90
6	θ6 (0)	d6 (56.5)	0	0

Επίλυση ευθέως προβλήματος στον βραχίονα PUMA-560 με 6R

Σχήμα D16

$$A_0^6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 =$$

$$= \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$n_x = C_1 [C_{23} (C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) - S_{23} S_5 C_6] - S_1 [S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6]$$

$$n_y = S_1 [C_{23} (C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6) - S_{23} S_5 C_6] + C_1 [S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6]$$

$$n_z = -S_{23} [C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6] - C_{23} S_5 C_6$$

$$o_x = C_1 [-C_{23} (C_4 C_5 S_6 + S_4 C_6) + S_{23} S_5 S_6] - S_1 [-S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6]$$

$$o_y = S_1 [-C_{23} (C_4 C_5 S_6 + S_4 C_6) + S_{23} S_5 S_6] + C_1 [-S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6]$$

$$o_z = S_{23} (C_4 C_5 S_6 + S_4 C_6) + C_{23} S_5 S_6$$

$$a_x = C_1 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) - S_1 S_4 S_5$$

$$a_y = S_1 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) + C_1 S_4 S_5$$

$$a_z = -S_{23} C_4 S_5 + C_{23} C_5$$

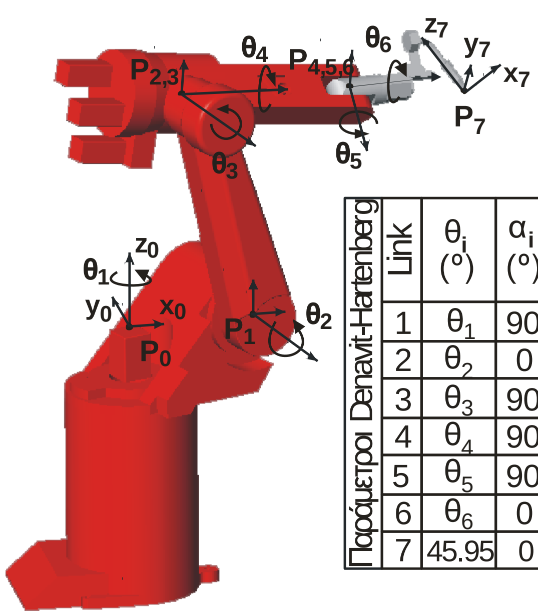
$$p_x = C_1 [d_6 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) + S_{23} d_4 + C_{23} + a_2 C_2] - S_1 (d_6 S_4 S_5 + d_2)$$

$$p_y = S_1 [d_6 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) + S_{23} d_4 + a\, C_{23} + a_2 C_2] + C_1 (d_6 S_4 S_5 + d_2)$$

$$p_z = d_6 (C_{23} C_5 - S_{23} C_4 S_5) + C_{23} d_4 - a_3 S_{23} - a_2 S_2$$

Σχήμα D17

Επίλυση ευθέως προβλήματος
στον βραχίονα PUMA-560 με 6R

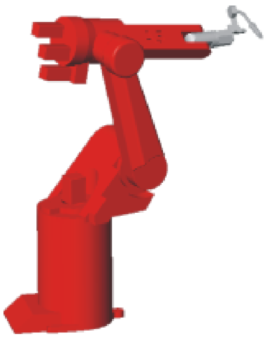


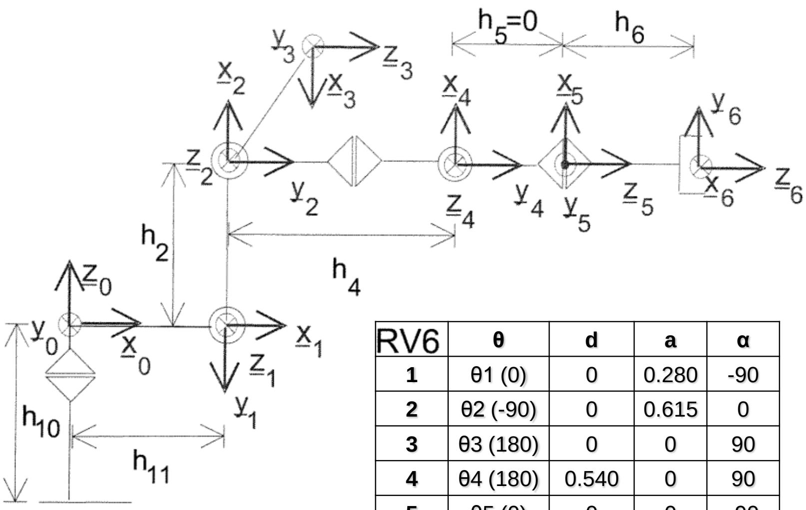
Παράμετροι Denavit-Hartenberg

Link	θ_i (°)	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	θ_1	90	280	0
2	θ_2	0	615	0
3	θ_3	90	0	0
4	θ_4	90	0	540
5	θ_5	90	0	0
6	θ_6	0	0	0
7	45.95	0	-37.3	349.38

Σχήμα D18

Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg
σε χωρικό μηχανισμό 6R

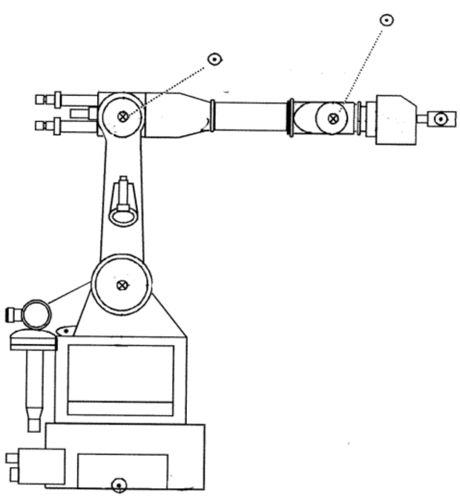




RV6	θ	d	a	α
1	θ1 (0)	0	0.280	-90
2	θ2 (-90)	0	0.615	0
3	θ3 (180)	0	0	90
4	θ4 (180)	0.540	0	90
5	θ5 (0)	0	0	-90
6	θ6 (-90)	h6	0	0

Προσδιορισμός συστήματος συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg
σε χωρικό μηχανισμό 6R

Σχήμα D19



TEI ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ ΣΕΡΡΕΣ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

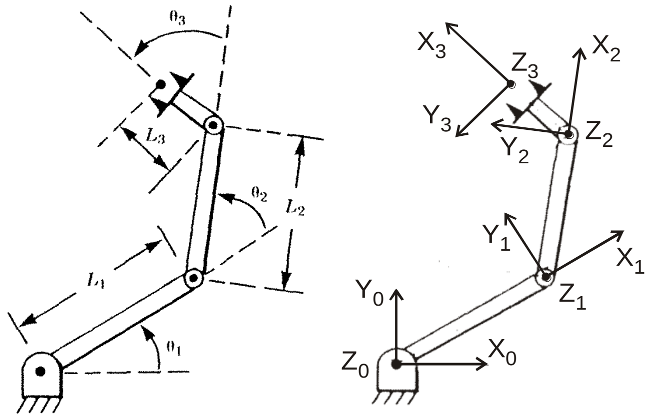
Συστήματα Παραγωγής Ρομποτική

Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Άσκηση: Προσδιορίστε τα συστήματα συντεταγμένων
κατά Denavit-Hartenberg στον χωρικό μηχανισμό 6R
και τις αντίστοιχες παραμέτρους

Σχήμα D20

Αντίστροφη κινηματική ανάλυση



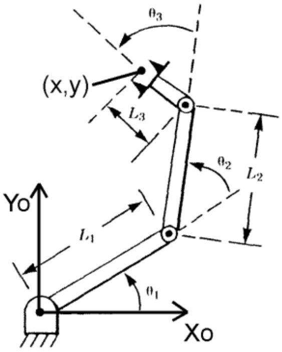
i	θ	d	a	α
1	θ1	0	L1	0
2	θ2	0	L2	0
3	θ3	0	L3	0

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_1c_1 + l_2c_{12} + l_3c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & l_1s_1 + l_2s_{12} + l_3s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
σε επίπεδο μηχανισμό 3R

$$A_0^3=\begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_1c_1+l_2c_{12}+l_3c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & l_1s_1+l_2s_{12}+l_3s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_0^3=\begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 & x \\ s_\phi & c_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} c_\phi &= c_{123} && (1) \\ s_\phi &= s_{123} && (2)\Rightarrow \quad \phi=\theta_1+\theta_2+\theta_3 \\ x &= l_1c_1+l_2c_{12}+l_3c_{123} && (3)\Rightarrow \quad x-l_3c_{123}=l_1c_1+l_2c_{12} \\ y &= l_1s_1+l_2s_{12}+l_3s_{123} && (4)\Rightarrow \quad y-l_3s_{123}=l_1s_1+l_2s_{12} \end{aligned}$$

(a)

$$\overset{(3)^2+(4)^2}{\Longrightarrow} \left(x-l_3c_\phi\right)^2+\left(y-l_3s_\phi\right)^2=l_1^2c_1^2+l_2^2c_{12}^2+2l_1l_2c_1c_{12}+l_1^2s_1^2+l_2^2s_{12}^2+2l_1l_2s_1s_{12}$$

$$\left(x-l_3c_\phi\right)^2+\left(y-l_3s_\phi\right)^2=l_1^2+l_2^2+2l_1l_2c_2$$

$$c_2=\frac{\left(x-l_3c_\phi\right)^2+\left(y-l_3s_\phi\right)^2-l_1^2-l_2^2}{2l_1l_2}\Rightarrow \quad \theta_2=\cos^{-1}(c_2)\Rightarrow \quad \begin{array}{l}\theta_2=\theta_2^{(-)} \text{ ή} \\ \theta_2=\theta_2^{(+)}\end{array}$$

©2014

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
σε επίπεδο μηχανισμό 3R

Σχήμα D23

$$\begin{aligned} &(1) \\ &(2)\Rightarrow \quad \phi=\theta_1+\theta_2+\theta_3 \\ &(3)\Rightarrow \quad x-l_3c_\phi=l_1c_1+l_2c_{12} \\ &(4)\Rightarrow \quad y-l_3s_\phi=l_1s_1+l_2s_{12} \end{aligned}$$

(b)

$$x-l_3c_\phi=k_1c_1-k_2s_1$$
$$y-l_3s_\phi=k_1s_1+k_2c_1$$
$$\text{όπου } k_1=l_1+l_2c_2 \qquad k_2=l_2s_2$$

$$r=\sqrt{k_1^2+k_2^2} \qquad \gamma=\tan^{-1}\left(k_2/k_1\right) \qquad k_1=r\cos\gamma \qquad k_2=r\sin\gamma$$

$$x-l_3c_\phi=r\cos\gamma c_1-r\sin\gamma s_1=r\cos(\gamma+\theta_1) \quad (5)$$
$$y-l_3s_\phi=r\cos\gamma s_1+r\sin\gamma c_1=r\sin(\gamma+\theta_1) \quad (6)$$

$$(6)/(5)\Rightarrow \frac{r\sin(\gamma+\theta_1)}{r\cos(\gamma+\theta_1)}=\frac{y-l_3s_\phi}{x-l_3c_\phi}\Rightarrow \tan(\gamma+\theta_1)=\frac{y-l_3s_\phi}{x-l_3c_\phi}$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{y-l_3s_\phi}{x-l_3c_\phi}\right)-\gamma$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{y-l_3s_\phi}{x-l_3c_\phi}\right)-\tan^{-1}(k_2/k_1)$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{y-l_3s_\phi}{x-l_3c_\phi}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{l_2s_2}{l_1+l_2c_2}\right)\Rightarrow \quad \begin{array}{l}\theta_1=\theta_1^{(-)} \text{ ή} \\ \theta_1=\theta_1^{(+)}\end{array}$$

(c)

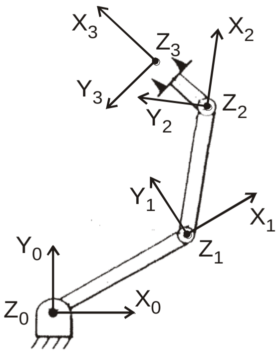
$$\theta_1+\theta_2+\theta_3=\phi$$
$$\theta_3=\phi-\theta_1-\theta_2$$

©2014

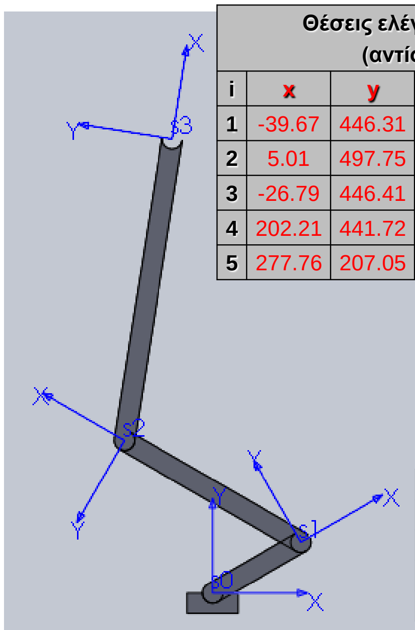
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Συστήματα Παραγωγής
Ρομποτική
Δρ. Σαγρής Δημήτριος

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
σε επίπεδο μηχανισμό 3R

Σχήμα D24



i	θ	d	a	α
1	θ1	0	L1	0
2	θ2	0	L2	0
3	θ3	0	L3	0



Θέσεις ελέγχου τοποθέτησης άκρου (αντίστροφο πρόβλημα)

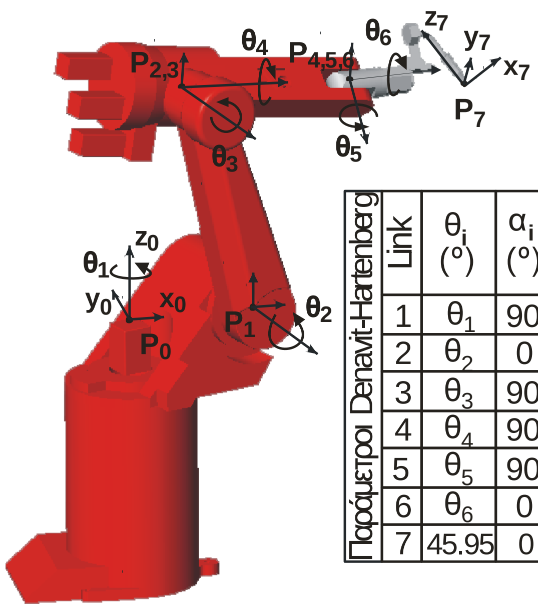
i	x	y	Θ(x3,x0)	θ1	θ2	θ3
1	-39.67	446.31	120	30	40	50
2	5.01	497.75	81	30	120	291
3	-26.79	446.41	120	120	-90	90
4	202.21	441.72	74.6	128.8	253	52.8
5	277.76	207.05	74.7	45.3	-95.4	124.8

Γεωμετρία βραχίονα 3R

i	θ	d	a	α
1	θ1	0	100	0
2	θ2	0	200	0
3	θ3	0	300	0

Εφαρμογή αντιστρόφου προβλήματος
σε επίπεδο μηχανισμό 3R
(Αρχείο SolidWorks 3R.sldasm)

Σχήμα D25



Παράμετροι Denavit-Hartenberg

Link	$θ_i$ (°)	$α_i$ (°)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	$θ_1$	90	280	0
2	$θ_2$	0	615	0
3	$θ_3$	90	0	0
4	$θ_4$	90	0	540
5	$θ_5$	90	0	0
6	$θ_6$	0	0	0
7	45.95	0	-37.3	349.38

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
στον μηχανισμό RV6 (6R)

Σχήμα D26

$$A_0^6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 =$$

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} c1 & 0 & s1 & a_1 \cdot c1 \\ s1 & 0 & -c1 & a_1 \cdot s1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} c2 & -s2 & 0 & a_2 \cdot c2 \\ s2 & c2 & 0 & a_2 \cdot s2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^3 = \begin{bmatrix} c3 & 0 & s3 & 0 \\ s3 & 0 & -c3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^4 = \begin{bmatrix} c4 & 0 & s4 & 0 \\ s4 & 0 & -c4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4^5 = \begin{bmatrix} c5 & 0 & s5 & 0 \\ s5 & 0 & -c5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_5^6 = \begin{bmatrix} c6 & -s6 & 0 & 0 \\ s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 =$$

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} c1 & 0 & s1 & a_1 \cdot c1 \\ s1 & 0 & -c1 & a_1 \cdot s1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^2 = \begin{bmatrix} c1 \cdot c2 & -c1 \cdot s2 & s1 & a_1 \cdot c1 + a_2 \cdot c1 \cdot c2 \\ s1 \cdot c2 & -s1 \cdot s2 & -c1 & a_1 \cdot s1 + a_2 \cdot s1 \cdot c2 \\ s2 & c2 & 0 & a_2 \cdot s2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} c1 \cdot c23 & s1 & c1 \cdot s23 & a_1 \cdot c1 + a_2 \cdot c1 \cdot c2 \\ s1 \cdot c2 & -c1 & s1 \cdot s23 & a_1 \cdot s1 + a_2 \cdot s1 \cdot c2 \\ s23 & 0 & -c23 & a_2 \cdot s2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^4 = \begin{bmatrix} c1 \cdot c23 \cdot c4 + s1 \cdot s4 & c1 \cdot s23 & c1 \cdot c23 \cdot s4 - s1 \cdot c4 & a_1 \cdot c1 + a_2 \cdot c1 \cdot c2 + d4 \cdot c1 \cdot s23 \\ s1 \cdot c23 \cdot c4 - c1 \cdot s4 & s1 \cdot s23 & s1 \cdot c23 \cdot s4 + c1 \cdot c4 & a_1 \cdot s1 + a_2 \cdot s1 \cdot c2 + d4 \cdot s1 \cdot s23 \\ s23 \cdot c4 & -c23 & s23 \cdot s4 & a_2 \cdot s2 - d4 \cdot c23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^5 = \begin{bmatrix} c5 \cdot (c1 \cdot c23 \cdot c4 + s1 \cdot s4) + s5 \cdot c1 \cdot s23 & c1 \cdot c23 \cdot s4 - s1 \cdot c4 & s5 \cdot (c1 \cdot c23 \cdot c4 + s1 \cdot s4) - c5 \cdot c1 \cdot s23 & a_1 \cdot c1 + a_2 \cdot c1 \cdot c2 + d4 \cdot c1 \cdot s23 \\ c5 \cdot (s1 \cdot c23 \cdot c4 - c1 \cdot s4) + s5 \cdot s1 \cdot s23 & s1 \cdot c23 \cdot s4 + c1 \cdot c4 & s5 \cdot (s1 \cdot c23 \cdot c4 - c1 \cdot s4) - c5 \cdot s1 \cdot s23 & a_1 \cdot s1 + a_2 \cdot s1 \cdot c2 + d4 \cdot s1 \cdot s23 \\ c5 \cdot s23 \cdot c4 - s5 \cdot c23 & s23 \cdot s4 & s5 \cdot s23 \cdot c4 + c5 \cdot c23 & a_2 \cdot s2 - d4 \cdot c23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

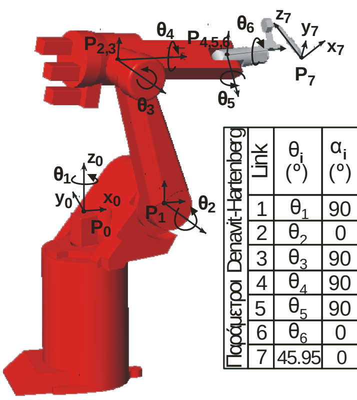
$$A_0^6 = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot A_3^4 \cdot A_4^5 \cdot A_5^6 =$$

$$= \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$n_x = c_1 \cdot c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 + s_4 \cdot s_6) + s_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - c_4 \cdot s_6) + c_1 \cdot s_{23} \cdot s_5 \cdot c_6$$
$$n_y = s_1 \cdot c_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 + s_4 \cdot s_6) - c_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot c_6 - c_4 \cdot s_6) + s_1 \cdot s_{23} \cdot s_5 \cdot c_6$$
$$n_z = s_{23} \cdot (c_4 \cdot c_5 \cdot c_6 + s_4 \cdot s_6) - c_{23} \cdot s_5 \cdot c_6$$
$$o_x = c_1 \cdot c_{23} \cdot (-c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + s_4 \cdot c_6) - s_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + c_4 \cdot c_6) - c_1 \cdot s_{23} \cdot s_5 \cdot s_6$$
$$o_y = s_1 \cdot c_{23} \cdot (-c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + s_4 \cdot c_6) + c_1 \cdot (s_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + c_4 \cdot c_6) - s_1 \cdot s_{23} \cdot s_5 \cdot s_6$$
$$o_z = s_{23} \cdot (-c_4 \cdot c_5 \cdot s_6 + s_4 \cdot c_6) + c_{23} \cdot s_5 \cdot s_6$$
$$a_x = c_1 \cdot c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + s_1 \cdot s_4 \cdot s_5 - c_1 \cdot s_{23} \cdot c_5$$
$$a_y = s_1 \cdot c_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 - c_1 \cdot s_4 \cdot s_5 - s_1 \cdot s_{23} \cdot c_5$$
$$a_z = s_{23} \cdot c_4 \cdot s_5 + c_{23} \cdot c_5$$
$$p_x = c_1 \cdot (a_1 + a_2 \cdot c_2 + d_4 \cdot s_{23})$$
$$p_y = s_1 \cdot (a_1 + a_2 \cdot c_2 + d_4 \cdot s_{23})$$
$$p_z = a_2 \cdot s_2 - d_4 \cdot c_{23}$$

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
στον μηχανισμό RV6 (6R)

Σχήμα D29



Παράμετροι Denavit-Hartenberg

Link	θ_i (°)	α_i (°)	a_i (mm)	d_i (mm)
1	θ_1	90	280	0
2	θ_2	0	615	0
3	θ_3	90	0	0
4	θ_4	90	0	540
5	θ_5	90	0	0
6	θ_6	0	0	0
7	45.95	0	-37.3	349.38

$$A_7^6 = \begin{bmatrix} \sin\omega & -\cos\omega & 0 & x_{HG}^7 \\ \cos\omega & \sin\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{HG}^7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_\omega & -c_\omega & 0 & x \\ c_\omega & s_\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_6^7 = ?$$

$$A_0^7 = \begin{bmatrix} n_x \cdot s_\omega - o_x \cdot c_\omega & n_x \cdot c_\omega + o_x \cdot s_\omega & \alpha_x & -n_x \cdot x \cdot s_\omega + o_x \cdot x \cdot c_\omega - \alpha_x \cdot z + p_x \\ n_y \cdot s_\omega - o_y \cdot c_\omega & n_y \cdot c_\omega + o_y \cdot s_\omega & \alpha_y & -n_y \cdot x \cdot s_\omega + o_y \cdot x \cdot c_\omega - \alpha_y \cdot z + p_y \\ n_z \cdot s_\omega - o_z \cdot c_\omega & n_z \cdot c_\omega + o_z \cdot s_\omega & \alpha_z & -n_z \cdot x \cdot s_\omega + o_z \cdot x \cdot c_\omega - \alpha_z \cdot z + p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Επίλυση αντιστρόφου προβλήματος
στον μηχανισμό RV6 (6R)

Σχήμα D30