ΑΝΟΙΧΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος Ι

Ενότητα 9: Διαστασιολόγηση πλακών από Ο/Σ (συνέχεια)

Γεώργιος Παναγόπουλος

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ & Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής ΤΕ (Κατεύθυνση ΠΜ)

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Διαστασιολόγηση πλακών από Ο/Σ

Διαδικασία επίλυσης σταυροειδώς οπλισμένων πλακών

Περιεχόμενα ενότητας

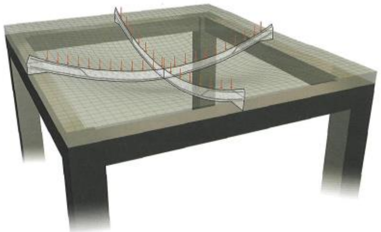
1. Επίλυση σταυροειδώς οπλισμένων πλακών
2. Μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων
3. Πίνακες Czerny
4. Διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 για τις πλάκες

Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στην επίλυση τετραέρειστων σταυροειδώς οπλισμένων πλακών
- Παρουσίαση της μεθόδου των πεσσοειδών φορτίσεων
- Χρήση των πινάκων Czerny για τον υπολογισμό των ροπών των πλακών

Σταυροειδώς οπλισμένες πλάκες

- Είναι οι 4έρειστες πλάκες που παρουσιάζουν αντίστοιχης τάξης παραμόρφωση και στις δύο διευθύνσεις ($l_{max}/l_{min} < 2$)
- Για τη στατική επίλυση των σταυροειδώς οπλισμένων πλακών χι



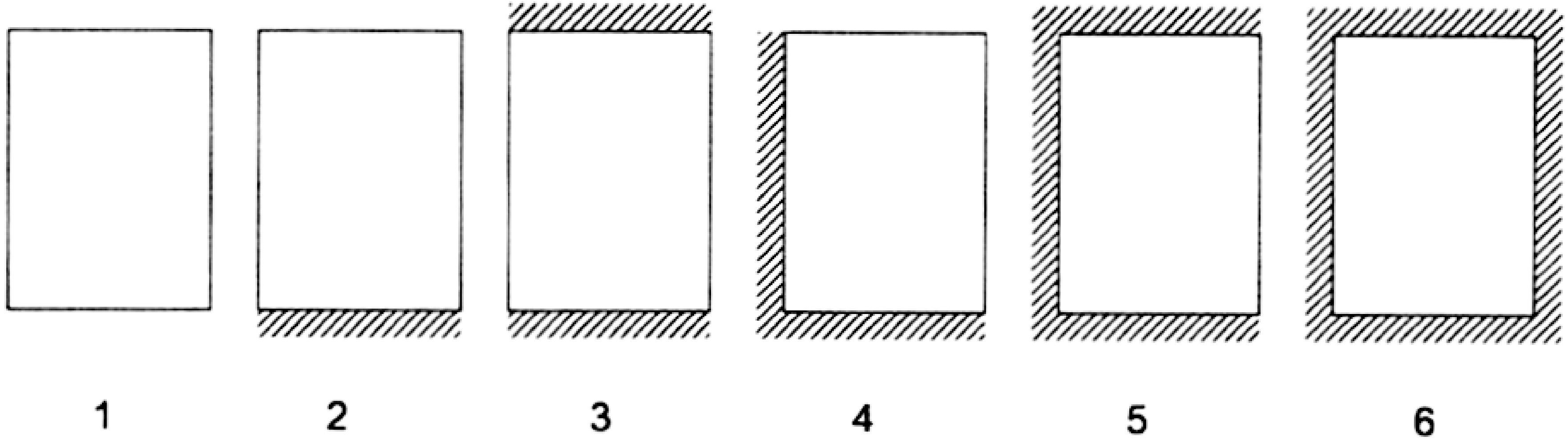
  διάφορες **προσεγγίσεις** όπως:
  - Η μέθοδος των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (ακριβέστερη, αλλά απαιτείται η χρήση Η/Υ)
  - Οι μέθοδοι της εύστρεπτης ή δύστρεπτης εσχάρας διασταυρούμενων λωρίδων
  - Η θεωρία ελαστικότητας λεπτών πλακών
  - Η μέθοδος Markus (μοντέλο ζεύγους κεντρικών διασταυρούμενων λωρίδων)
  - Η μέθοδος Czerny (πίνακες υπολογισμού εντατικών μεγεθών)

Πίνακες Czerny (1/9)

- Δίνουν ακριβή αποτελέσματα της ανάλυσης τετραέρειστων μεμονωμένων πλακών. Παρέχουν λύσεις για
  - Ομοιόμορφο ή τριγωνικό φορτίο
  - Όλους τους συνδυασμούς έδρασης των ορίων των πλακών
- Βασίζονται στη θεωρία της ελαστικότητας
- Θεωρείται ν=0 για ρηγματωμένο σκυρόδεμα, δηλαδή σε στάδιο ΙΙ

Πίνακες Czerny (2/9)

Πιθανοί συνδυασμοί έδρασης ορίων πλακών



Στις περιπτώσεις 2, 3 και 5 διακρίνονται υποπεριπτώσεις (πχ 2α, 2β) ανάλογα με το ποιες πλευρές είναι απλά εδραζόμενες ή πακτωμένες (μικρές ή μεγάλες)

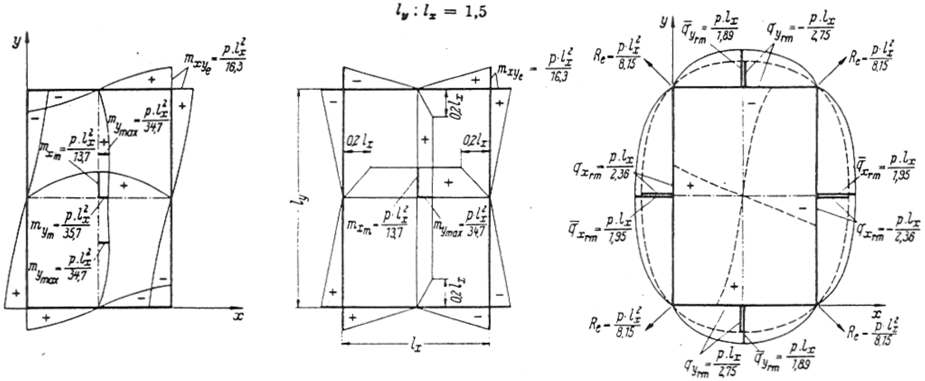
Πίνακες Czerny (3/9)

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7
$m_{y_{max}} =$		27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7
$m_{xy_e} = \pm$		21,6	20,6	19,7	19,0	18,4	17,9	17,5	17,1	16,8	16,5	16,3
$R_e =$		10,8	10,3	9,85	9,5	9,2	8,95	8,75	8,55	8,4	8,25	8,15
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95
$\bar{q}_{y_{rm}} =$		2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,89
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0487	0,0536	0,0584	0,0631	0,0678	0,0728	0,0767	0,0809	0,0850	0,0890	0,0927

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4
$m_{y_{max}} =$		34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3
$m_{xy_e} = \pm$		16,3	16,1	15,9	15,7	15,6	15,5	15,4	15,3	15,3	15,2	15,1
$R_e =$		8,15	8,05	7,95	7,85	7,8	7,75	7,7	7,65	7,65	7,6	7,55
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,95	1,94	1,93	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92
$\bar{q}_{y_{rm}} =$		1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,82	1,82	1,82
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0927	0,0963	0,0997	0,1029	0,1060	0,1093	0,1118	0,1145	0,1169	0,1195	0,1215

Πλάκες τύπου 1

$l_y : l_x = 1,5$



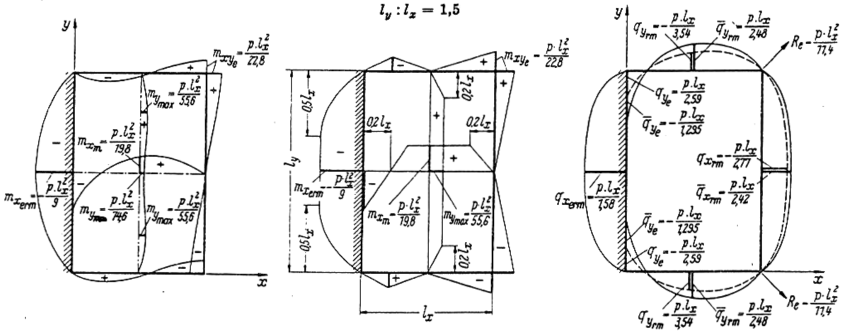
Πίνακες Czerny (4/9)

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6
$m_{xy_e} = \pm$	$p \cdot l_x^2 :$	26,2	25,4	24,9	24,4	24,0	23,7	23,5	23,2	23,0	22,9	22,8
$R_e =$	$p \cdot l_x^2 :$	13,1	12,7	12,4	12,2	12,0	11,8	11,7	11,6	11,5	11,4	11,4
$q_{x_{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,72	1,69	1,67	1,65	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,58
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,47	2,44	2,42	2,41	2,41	2,40	2,40	2,40	2,41	2,41	2,42
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,59	2,56	2,54	2,52	2,51	2,50	2,50	2,49	2,49	2,48	2,48
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0334	0,0357	0,0380	0,0401	0,0420	0,0438	0,0455	0,0472	0,0485	0,0498	0,0510

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2
$m_{xy_e} = \pm$	$p \cdot l_x^2 :$	22,8	22,7	22,6	22,5	22,5	22,4	22,4	22,4	22,4	22,4	22,4
$R_e =$	$p \cdot l_x^2 :$	11,4	11,3	11,3	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2
$q_{x_{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,58	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,42	2,42	2,43	2,43	2,44	2,45	2,46	2,47	2,49	2,49	2,50
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,48	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0510	0,0521	0,0531	0,0541	0,0549	0,0556	0,0562	0,0569	0,0575	0,0580	0,0585

Πλάκες τύπου 2α

$l_y : l_x = 1,5$



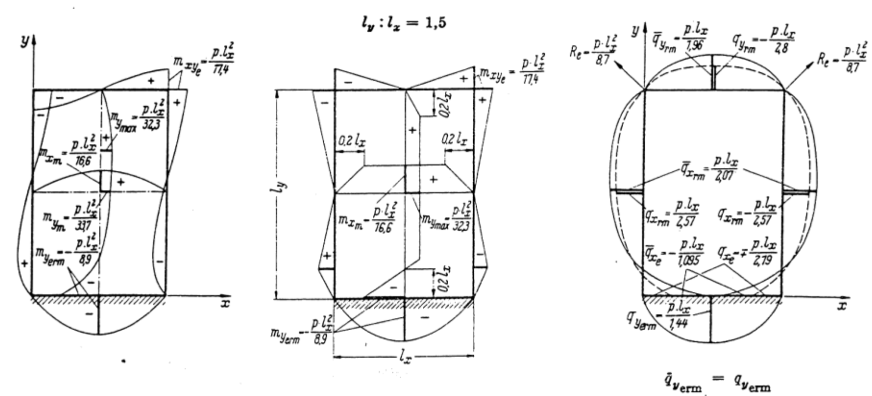
$\bar{q}_{x_{erm}} = q_{x_{erm}}$

Πίνακες Czerny (5/9)

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6
$m_{y_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	31,6	32,3
$m_{xy_e} = \pm$	$p \cdot l_x^2 :$	26,2	24,5	23,2	21,9	21,0	20,1	19,4	18,7	18,3	17,7	17,4
$R_e =$	$p \cdot l_x^2 :$	13,1	12,2	11,6	10,9	10,5	10,0	9,7	9,3	9,1	8,8	8,7
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,59	2,49	2,42	2,34	2,29	2,23	2,19	2,15	2,12	2,09	2,07
$\bar{q}_{y_{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,72	1,67	1,63	1,59	1,56	1,53	1,51	1,49	1,47	1,45	1,44
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,47	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,04	2,01	1,98	1,96
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0334	0,0378	0,0422	0,0467	0,0512	0,0557	0,0602	0,0645	0,0689	0,0731	0,0773

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4
$m_{y_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,45	8,4	8,35	8,3	8,25	8,2
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2	38,8
$m_{xy_e} = \pm$	$p \cdot l_x^2 :$	17,4	17,0	16,8	16,5	16,3	16,1	15,9	15,7	15,6	15,5	15,4
$R_e =$	$p \cdot l_x^2 :$	8,7	8,5	8,4	8,2	8,1	8,0	7,9	7,8	7,8	7,7	7,7
$\bar{q}_{x_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,07	2,05	2,03	2,01	1,99	1,98	1,97	1,96	1,96	1,95	1,95
$\bar{q}_{y_{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,44	1,43	1,42	1,41	1,40	1,39	1,39	1,38	1,38	1,37	1,37
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,96	1,94	1,92	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,84
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0773	0,0815	0,0852	0,0892	0,0926	0,0962	0,0994	0,1027	0,1056	0,1085	0,1112

Πλάκες τύπου 2β

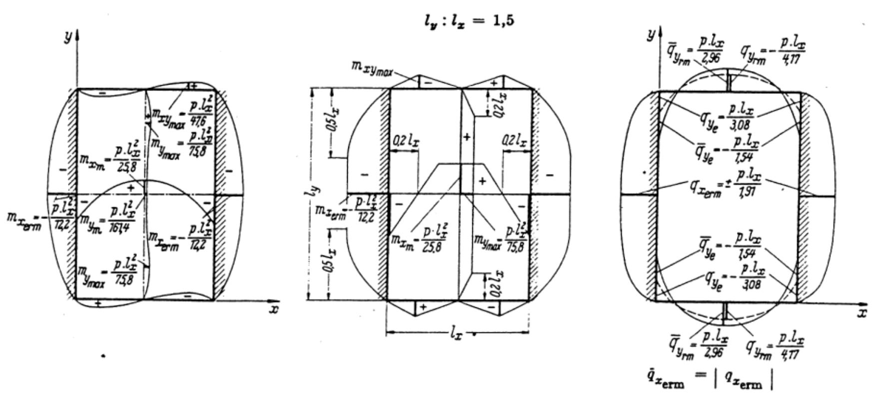


Πίνακες Czerny (6/9)

Πλάκες τύπου 3α

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	14,3	13,8	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	35,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	26,1	25,8
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	61,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,6	75,3	75,8
$q_{x_{erm}} = \pm$	$p \cdot l_x :$	1,94	1,92	1,91	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,91
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,96
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$		0,0230	0,0241	0,0251	0,0260	0,0267	0,0275	0,0280	0,0285	0,0289	0,0293	0,0297

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x_{erm}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
$m_{x_m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,3	24,2	24,1
$m_{y_{max}} =$	$p \cdot l_x^2 :$	75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
$q_{x_{erm}} = \pm$	$p \cdot l_x :$	1,91	1,91	1,92	1,92	1,93	1,93	1,94	1,94	1,95	1,95	1,95
$\bar{q}_{y_{rm}} =$	$p \cdot l_x :$	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,97	2,97	2,97	2,97	2,97
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$		0,0297	0,0300	0,0302	0,0305	0,0307	0,0308	0,0309	0,0310	0,0311	0,0312	0,0313



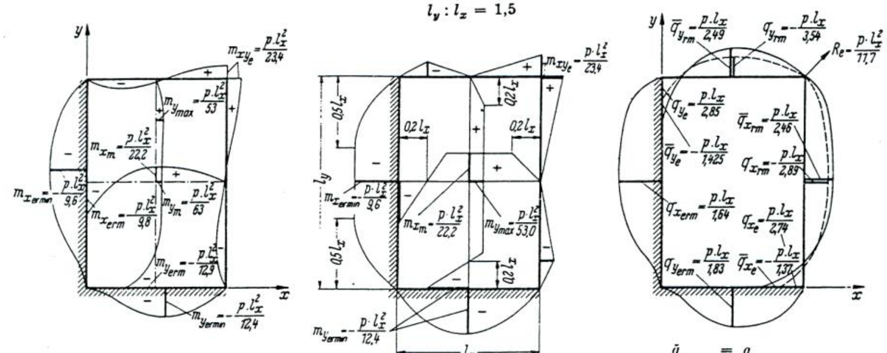
Πίνακες Czerny (7/9)

Πλάκες τύπου 4

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x\mathrm{ermin}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6
$m_{x\mathrm{m}} =$		42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2
$m_{y\mathrm{ermin}} = -$		14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4
$m_{y\mathrm{max}} =$		40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0
$q_{x\mathrm{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,96	1,89	1,83	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67	1,65	1,64	1,64
$\bar{q}_{x\mathrm{rm}} =$		2,76	2,69	2,64	2,58	2,55	2,53	2,51	2,49	2,47	2,46	2,46
$q_{y\mathrm{erm}} =$		1,96	1,93	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,84	1,83	1,83
$\bar{q}_{y\mathrm{rm}} =$		2,76	2,69	2,65	2,61	2,59	2,56	2,54	2,52	2,51	2,50	2,49
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$		0,0252	0,0281	0,0302	0,0329	0,0348	0,0369	0,0389	0,0408	0,0426	0,0443	0,0459

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x\mathrm{ermin}} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4
$m_{x\mathrm{m}} =$		22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9
$m_{y\mathrm{ermin}} = -$		12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
$m_{y\mathrm{max}} =$		53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2
$q_{x\mathrm{erm}} =$	$p \cdot l_x :$	1,64	1,63	1,63	1,62	1,62	1,61	1,60	1,60	1,59	1,59	1,58
$\bar{q}_{x\mathrm{rm}} =$		2,46	2,46	2,46	2,47	2,47	2,47	2,48	2,48	2,48	2,49	2,49
$q_{y\mathrm{erm}} =$		1,83	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82
$\bar{q}_{y\mathrm{rm}} =$		2,49	2,49	2,49	2,49	2,48	2,48	2,48	2,48	2,47	2,47	2,47
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$		0,0459	0,0472	0,0484	0,0496	0,0508	0,0519	0,0529	0,0538	0,0547	0,0554	0,0562

$l_y : l_x = 1,5$



$\bar{q}_{x\mathrm{erm}} = q_{x\mathrm{erm}}$

$\bar{q}_{y\mathrm{erm}} = q_{y\mathrm{erm}}$

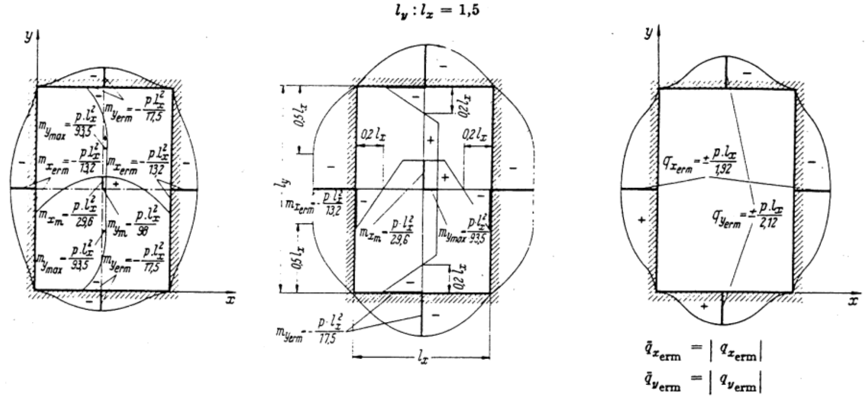
Πίνακες Czerny (8/9)

$l_y : l_x$		1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x\,erm} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2
$m_{x\,m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	56,8	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6
$m_{y\,erm} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	19,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5
$m_{y\,max} =$	$p \cdot l_x^2 :$	56,8	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5
$q_{x\,erm} = \pm$	$p \cdot l_x :$	2,24	2,17	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,94	1,92	1,92	1,92
$q_{y\,erm} = \pm$	$p \cdot l_x :$	2,24	2,20	2,16	2,14	2,12	2,11	2,10	2,09	2,09	2,10	2,12
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0152	0,0167	0,0181	0,0195	0,0207	0,0219	0,0230	0,0240	0,0248	0,0257	0,0264

$l_y : l_x$		1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,0
$m_{x\,erm} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0
$m_{x\,m} =$	$p \cdot l_x^2 :$	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0
$m_{y\,erm} = -$	$p \cdot l_x^2 :$	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
$m_{y\,max} =$	$p \cdot l_x^2 :$	93,5	96,1	98,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0
$q_{x\,erm} = \pm$	$p \cdot l_x :$	1,92	1,92	1,92	1,92	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91
$q_{y\,erm} = \pm$	$p \cdot l_x :$	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2.13	2,13	2,13
$f_m =$	$\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3} \cdot$	0,0264	0,0271	0,0277	0,0282	0,0287	0,0291	0,0294	0,0297	0,0300	0,0302	0,0304

Πλάκες τύπου 6

$l_y : l_x = 1,5$



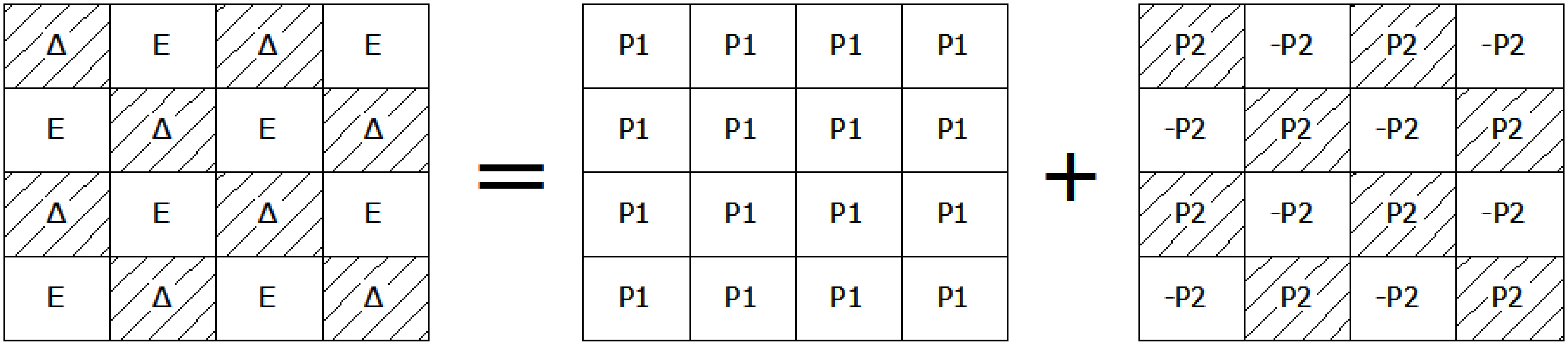
Πίνακες Czerny (9/9)

Στους πίνακες Czerny

- Οι τιμές των ροπών και των αντιδράσεων στήριξης (τεμνουσών) στους πίνακες είναι με τα πρόσημά τους
- Το p είναι το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο της πλάκας
- Στις σχέσεις των ροπών υπάρχει το l_x^2, ενώ των τεμνουσών το l_x (χωρίς τετράγωνο)
- Στις σχέσεις το l_x είναι πάντα η μικρή διάσταση
- Δεν υπάρχουν όλες οι τιμές σε όλα τα διαγράμματα γιατί κάποιες απλά δεν υφίστανται σε κάποιους τύπους πλακών
- Όπου υπάρχει ο όρος «er», πχ m_{xerm}, m_{yermin} κτλ αναφέρεται σε πάκτωση
- Όπου υπάρχει ο όρος «m», πχ m_{xm}, m_{yerm} αναφέρεται στη μέση της πλάκας
- Όπου υπάρχουν οι όροι «min» ή «max» , πχ m_{xmax}, m_{yermin} αναφέρονται στις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες δε συμβαίνουν πάντα στο μέσο

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (1/4)

- Οι πίνακες Czerny αναφέρονται σε μεμονωμένες πλάκες.
- Στην πράξη όμως στις κατασκευές η ύπαρξη μεμονωμένων πλακών είναι σπάνια
- Συνήθως υπάρχουν συνεχόμενες πλάκες, μονολιθικά συνδεδεμένες μεταξύ τους
- Η στατικής ανάλυση συνεχών σταυροειδώς οπλισμένων πλακών γίνεται με τη μέθοδο των πεσσοειδών φορτίσεων



Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (2/4)

Πρέπει να τηρούνται ταυτόχρονα οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- Ο λόγος του ελάχιστου προς το μέγιστο άνοιγμα των πλακών κάθε στατικής τομής και κατά τις δύο διευθύνσεις πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 0.75.
- Ο λόγος τόσο των μόνιμων όσο και των μεταβλητών φορτίων μεταξύ γειτονικών πλακών πρέπει να κυμαίνεται από 0.80 έως 1.20.
- Οι πλάκες πρέπει να έχουν κοινό πάχος.

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (3/4)

Διαδικασία επίλυσης:

1. Από το μόνιμο και μεταβλητό φορτίο (g, q) κάθε πλάκας υπολογίζονται τα φορτία p_1 και p_2 σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$p_1 = 1.175g + 0.750q \qquad p_1 + p_2 = 1.35g + 1.50q$$

$$P_2 = 0.175g + 0.750q \qquad P_1 - p_2 = g$$

2. Εφαρμόζεται σε όλες τις πλάκες καθολική φόρτιση p_1
3. Υπολογίζονται οι τιμές των ροπών ανοιγμάτων και στήριξεων από τους πίνακες Czerny χρησιμοποιώντας τον πραγματικό τύπο της κάθε πλάκας
4. Εφαρμόζεται πεσσοειδής εναλλασσόμενη φόρτιση ίση με $\pm p_2$ και υπολογίζονται
    - Οι ροπές των ανοιγμάτων θεωρώντας ότι οι πλάκες είναι τύπου 1
    - Οι ροπές των στηρίξεων θεωρώντας ότι όλες οι πλευρές έχουν απλή έδραση εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται κάθε φορά όπου και θεωρείται πάκτωση

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (4/4)

Διαδικασία επίλυσης:

5. Από το μόνιμο και μεταβλητό φορτίο (g, q) κάθε πλάκας υπολογίζονται τα φορτία p_1 και p_2 σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$m_{x,max}=m_{x,P1}+m_{x,P2} \qquad m_{y,max}=m_{y,P1}+m_{y,P2}$$

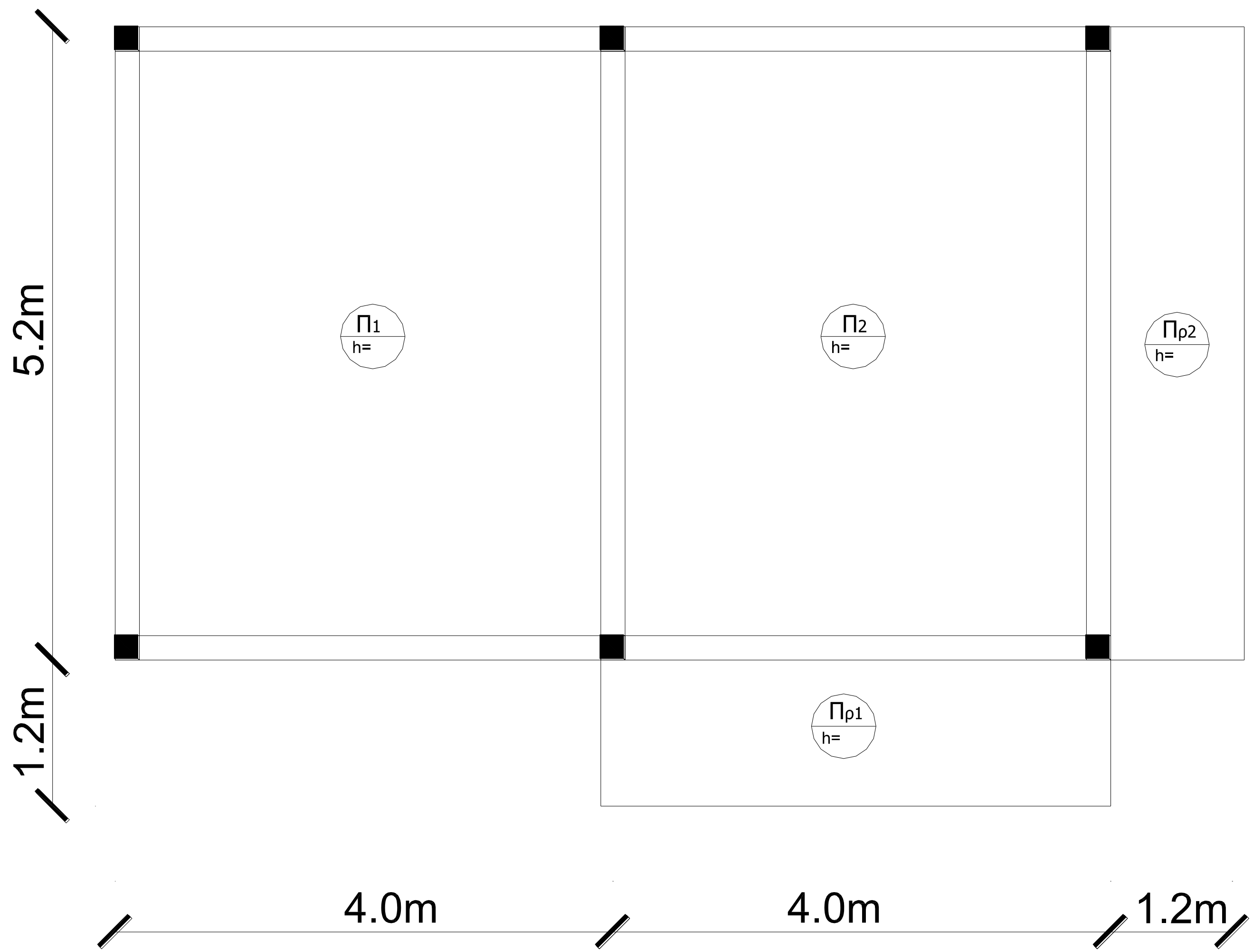
$$m_{x,min}=m_{x,P1}-m_{x,P2} \qquad m_{y,min}=m_{y,P1}-m_{y,P2}$$

6. Για την κάθε στήριξη μεταξύ δύο πλακών
   - Λαμβάνεται ως τελική τιμή ροπής σχεδιασμού ο μέσος όρος των ροπών που προκύπτουν από τις εκατέρωθεν πλάκες
   - Στην περίπτωση που ο λόγος των κάθετων στη στήριξη πλευρών είναι μικρότερος του 0.75 θεωρητικά δε θα έπρεπε να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων με χρήση των πινάκων Czerny. Καταχρηστικά όμως μπορεί στην περίπτωση αυτή να συνεχιστεί η διαστασιολόγηση με τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές των ροπών στήριξης

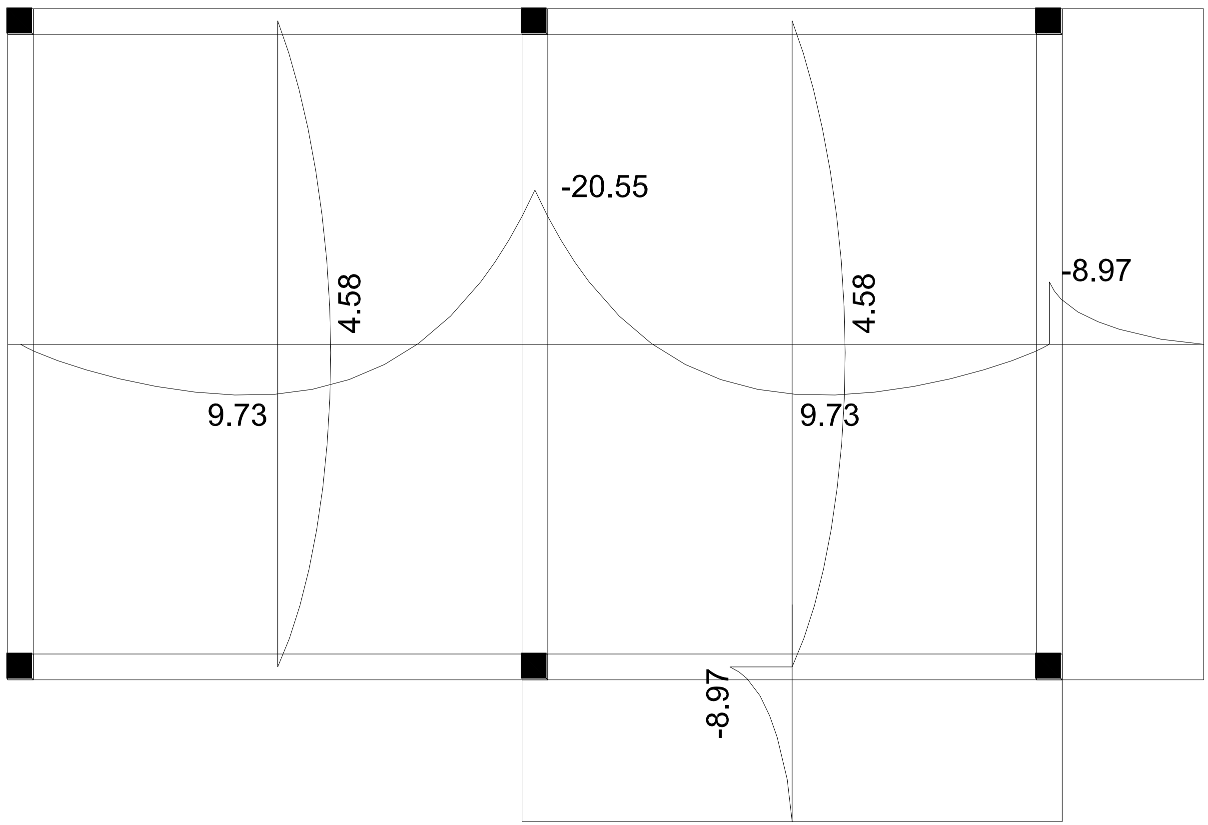
Συνθήκες στήριξης μεταξύ των πλακών

- Στις συνεχείς πλάκες η μεταξύ τους στήριξη θεωρείται πάντα ότι είναι πάκτωση
- Οι εξωτερικές στηρίξεις θεωρούνται απλές εδράσεις
- Στηρίξεις μεταξύ πλακών και προβόλων
  - **$l_{πρ}/l_{πλ} \leq 0.33$** τότε θεωρείται απλή στήριξη
  - Αν $l_{πρ}/l_{πλ} \geq 0.33$ τότε θεωρείται πάκτωση
  - ~~Για τιμές μεταξύ των δύο ορίων τότε η διαδικασία υπολογισμού επαναλαμβάνεται δύο φορές, μία για $l_{πρ}/l_{πλ}=0.25$, μία για lπρ/lπλ=0.33 και στη συνέχεια γίνεται γραμμική παρεμβολή μεταξύ των αποτελεσμάτων~~

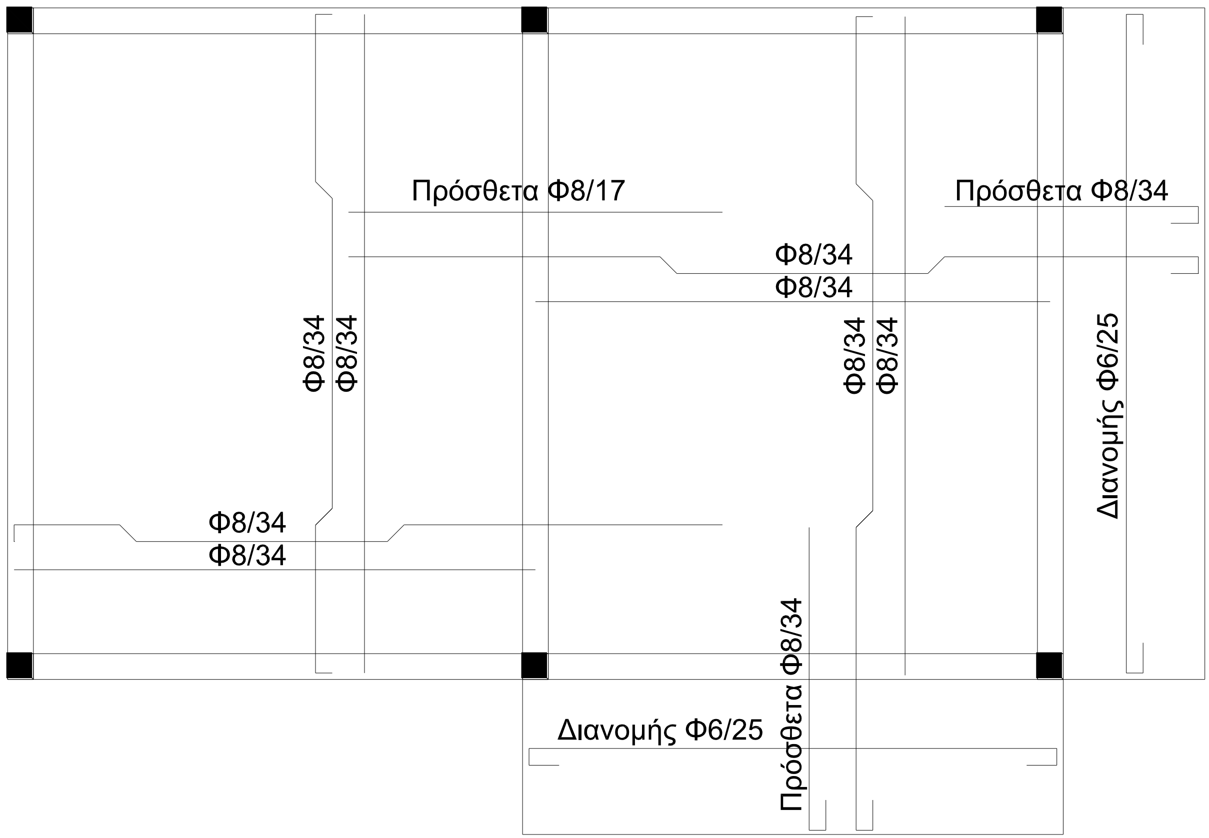
Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (1/3)



Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (2/3)



Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (3/3)



Εμβαδόν ράβδων οπλισμού σε πλάτος 1.00m

Αποστά-σεις σε cm	Διάμετροι σε mm										
	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	24
7,0	4,04	5,50	7,18	11,22	16,16	21,99	28,73	36,36	44,87	54,30	64,63
7,5	3,77	5,13	6,70	10,47	15,08	20,52	26,81	33,93	41,88	50,81	60,32
8,0	3,53	4,81	6,28	9,82	14,14	19,24	25,14	31,81	39,26	47,51	56,56
8,5	3,33	4,53	5,91	9,24	13,31	18,11	23,66	29,94	36,95	44,72	53,22
9,0	3,14	4,28	5,59	8,73	12,57	17,10	22,34	28,28	34,90	42,23	50,27
9,5	2,98	4,05	5,29	8,27	11,90	16,29	21,17	26,79	33,06	40,01	47,62
10,0	2,83	3,85	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11	25,45	31,41	38,01	45,24
10,5	2,69	3,67	4,79	7,48	10,77	14,66	19,15	24,24	29,91	36,20	43,09
11,0	2,57	3,58	4,57	7,14	10,28	13,99	18,28	23,14	28,55	34,55	41,13
11,5	2,46	3,35	4,37	6,83	9,84	13,39	17,49	22,13	27,31	33,06	39,34
12,0	2,36	3,21	4,19	6,64	9,42	12,83	16,76	21,21	26,17	31,37	37,70
12,5	2,26	3,08	4,02	6,28	9,05	12,32	16,09	20,36	25,13	30,41	36,19
13,0	2,17	2,96	3,87	6,04	8,70	11,84	15,47	19,50	24,16	29,24	34,80
13,5	2,09	2,85	3,72	5,82	8,38	11,40	14,90	18,85	23,27	28,16	33,51
14,0	2,02	2,75	3,59	5,61	8,08	11,09	14,34	18,18	22,44	27,15	32,31
14,5	1,95	2,65	3,47	5,42	7,80	10,62	13,87	17,55	21,66	26,21	31,20
15,0	1,89	2,57	3,35	5,24	7,54	10,26	13,41	16,97	20,94	25,34	30,16
15,5	1,87	2,48	3,24	5,07	7,30	9,93	12,97	16,42	20,27	24,52	29,19
16,0	1,77	2,41	3,14	4,91	7,07	9,62	12,57	15,90	19,64	23,76	28,28
16,5	1,71	2,33	3,05	4,76	6,85	9,33	12,19	15,42	19,04	23,04	27,41
17,0	1,66	2,26	2,96	4,62	6,65	9,05	11,83	14,97	18,48	22,36	26,61
17,5	1,62	2,20	2,87	4,49	6,46	8,79	11,49	14,54	17,95	21,72	25,85
18,0	1,57	2,14	2,79	4,36	6,28	8,55	11,17	14,14	17,46	21,12	25,13
18,5	1,53	2,08	2,72	4,25	6,11	8,32	10,87	13,76	16,94	20,55	24,45
19,0	1,49	2,03	2,65	4,13	5,95	8,10	10,58	13,39	16,54	20,01	23,81
19,5	1,45	1,97	2,58	4,03	5,80	7,89	10,31	13,08	16,11	19,49	23,20
20,0	1,41	1,92	2,51	3,93	5,65	7,69	10,05	12,72	15,72	19,01	22,62
21,0	1,34	1,83	2,40	3,74	5,38	7,33	9,57	12,12	14,96	18,10	21,54
22,0	1,28	1,75	2,28	3,57	5,14	7,00	9,14	11,57	14,28	17,28	20,54
23,0	1,23	1,68	2,19	3,41	4,92	6,69	8,75	11,06	13,36	16,52	19,67
24,0	1,18	1,60	2,10	3,27	4,71	6,41	8,38	10,60	13,08	15,83	18,85

Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (1/4)

- Κύριος οπλισμός κάμψης
  - Ελάχιστα και μέγιστα όρια του κύριου οπλισμού, όπως στις δοκούς:

    $$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \geq 0.0013 \cdot b \cdot d, \qquad A_{s,max} = 0.040 \cdot A_c$$

  - Αποστάσεις μεταξύ ράβδων κύριου οπλισμού:

    $s \leq \min(2h, 250\text{mm})$: θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου

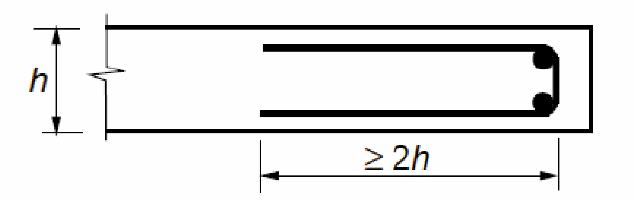
    $s \leq \min(3h, 400\text{mm})$: εκτός των παραπάνω περιοχών
- Δευτερεύων οπλισμός απλά οπλισμένων πλακών:
  - Ελάχιστο ποσοστό δευτερεύοντος οπλισμού: ≥20% του κύριου
  - Αποστάσεις μεταξύ ράβδων δευτερεύοντα οπλισμού:

    $s \leq \min(3h, 400\text{mm})$: θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου

    $s \leq \min(3.5h, 450\text{mm})$: εκτός των παραπάνω περιοχών

Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (2/3)

- Διαμόρφωση των οπλισμών κάμψης:
  - Κλιμάκωση: ισχύουν οι διατάξεις των δοκών με μήκος μετάθεσης $a_l=d$
  - Σε στηρίξεις που θεωρούνται ελεύθερα στρεπτές το 50% του οπλισμού ανοίγματος συνεχίζεται και αγκυρώνεται στην κάτω παρειά της στήριξης
  - Στην άνω παρειά ακραίας στήριξης που θεωρήθηκε ελεύθερα στρεπτή τοποθετείται και αγκυρώνεται οπλισμός ίσος με το 25% του οπλισμού ανοίγματος και σε μήκος ίσο με το 0.20 του ανοίγματος
  - Στις γωνίες με παρεμπόδιση ανύψωσης διατάσσεται κατάλληλος οπλισμός
  - Κατά μήκος ελεύθερου άκρου τοποθετείται οπλισμός όπως στο σχήμα. Ο οπλισμός κάμψης μπορεί να διαμορφωθεί ως οπλισμός άκρου



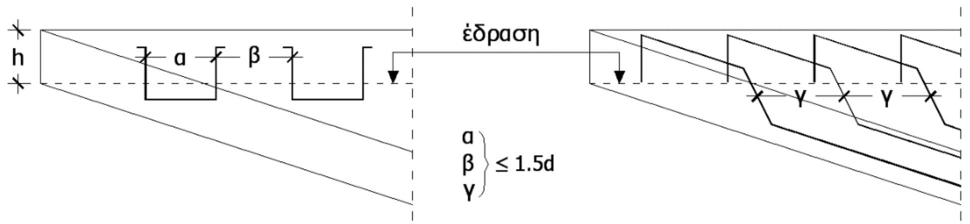
Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (3/3)

Οπλισμός διάτμησης

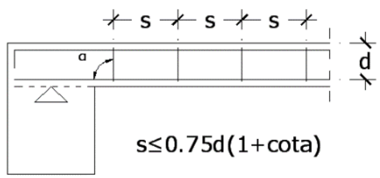
- Πλάκες με οπλισμό διάτμησης πρέπει να έχουν πάχος $h \geq 200$mm
- Ελάχιστο ποσοστό οπλισμού διάτμησης όπως στις δοκούς:

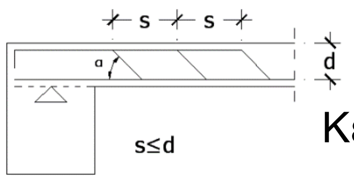
$$\rho_w \geq \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

- Εφόσον $V \leq 1/3 V_{Rd,max}$ επιτρέπεται η διάταξη μόνο κεκαμμένων ράβδων
- Μέγιστες αποστάσεις μεταξύ των οπλισμών διάτμησης όπως στο σχήμα:



Συνδετήρες





Κεκαμμένες ράβδοι

Περιορισμός των παραμορφώσεων (1/2)

- Οι παραμορφώσεις ενός δομικού στοιχείου ή ενός φορέα δεν πρέπει να επηρεάσουν δυσμενώς τη λειτουργία ή την εμφάνισή του.
- Οι παραμορφώσεις δεν πρέπει να υπερβαίνουν τις οριακές τιμές που μπορούν να αναληφθούν από μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με τον φέροντα οργανισμό όπως διαχωριστικές τοιχοποιίες, υαλοπίνακες, εξωτερικές επενδύσεις, εγκαταστάσεις κλπ.
- Κατά συνέπεια χρειάζεται επίσης να τεθούν περιορισμοί για την απρόσκοπτη λειτουργία μηχανημάτων ή συσκευών που εδράζονται στο φέροντα οργανισμό ή για την αποφυγή παραμονής λιμναζόντων ομβρίων σε επίπεδα δώματα. Η προστασία έναντι διάβρωσης του σκυροδέματος και οξείδωσης των οπλισμών εξασφαλίζει την ανθεκτικότητα της κατασκευής.

Περιορισμός των παραμορφώσεων (2/2)

- Γενικά θεωρείται ότι η λειτουργικότητα και η εμφάνιση συνήθων κατασκευών (κατοικίες, γραφεία, δημόσια κτίρια, συνήθη εργοστάσια κλπ.) παραβλάπτεται όταν η υπολογιζόμενη βύθιση πλακών, δοκών ή προβόλων υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό δράσεων υπερβαίνει το 1/250 του ανοίγματος.
- Για την αποφυγή βλαβών σε μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με την κατασκευή είναι σκόπιμο οι βυθίσεις για τα φορτία πλην των ιδίων βαρών του φέροντα οργανισμού να μην υπερβαίνουν το 1/500 του ανοίγματος Το όριο αυτό μπορεί να τροποποιηθεί ανάλογα με την ευαισθησία των μη φερόντων στοιχείων.
- Για τη μείωση των βυθίσεων επιτρέπεται κατάλληλη ανύψωση των ξυλοτύπων έως το 1/250 του ανοίγματος.
- Ο περιορισμός των παραμορφώσεων θεωρείται ότι εξασφαλίζεται είτε:
  - με περιορισμό του λόγου (l/d) πλακών και δοκών
  - με υπολογισμό της υπό έλεγχο βύθισης και σύγκρισή της με τα αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια.

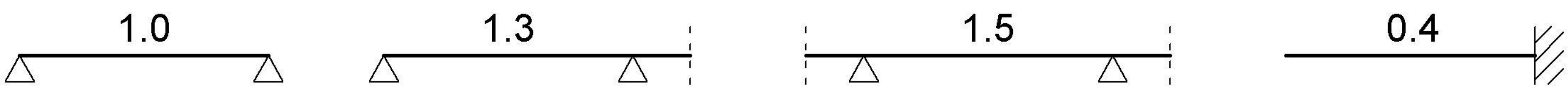
Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών (1/2)

- Σε πλάκες και δοκούς οι βυθίσεις θεωρείται ότι δεν υπερβαίνουν τα όρια της §4.1. εφόσον ο λόγος ανοίγματος προς στατικό ύψος (l/d) δεν υπερβαίνει τα όρια των ακόλουθων σχέσεων:

$$\frac{l}{d} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\,\frac{\rho_0}{\rho} + 3{,}2\sqrt{f_{ck}}\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)^{3/2}\right] \quad \text{if } \rho \le \rho_0$$

$$\frac{l}{d} = K\left[11 + 1{,}5\sqrt{f_{ck}}\,\frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}}\sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}}\right] \quad \text{if } \rho > \rho_0$$

K: συντελεστής που εξαρτάται από τις συνθήκες έδρασης του φορέα



ρ_0 : ποσοστό οπλισμού αναφοράς $\qquad \rho_0 = \sqrt{f_{ck}}\;10^{-3} \qquad f_{ck}$ σε MPa

ρ, ρ’: τα απαιτούμενα ποσοστά εφελκυόμενου και τυχόν θλιβόμενου οπλισμού ανοίγματος (για προβόλους στη στήριξη) υπό τα φορτία της οριακής κατάστασης αστοχίας.

Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών (2/2)

- Είναι φανερό ότι απαιτείται προεκλογή του ύψους της διατομής, υπολογισμός του απαιτούμενου οπλισμού και έλεγχος συμμόρφωσης του λόγου l/d με τα όρια των παραπάνω σχέσεων. Κατά συνέπεια η διαδικασία έχει **επαναληπτικό χαρακτήρα**.
- Οι παραπάνω σχέσεις προέκυψαν με θεώρηση τάσης εφελκυόμενων οπλισμών σ_s = 310MPa υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό φορτίων (ΟΚΛ). Σε διαφορετική περίπτωση οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή (310/σ_s).
- Σε πλακοδοκούς με λόγο $b_{eff}/ b_w > 3$ οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή 0.8.
- Σε πλάκες και δοκούς με l > 7.0m που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή (7/l).
- Ενδεικτική εφαρμογή της πρώτης εκ των δύο σχέσεων απαλλαγής για διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος και ποσοστά εφελκυόμενου οπλισμού:

f_{ck}	C16/20				C20/25				C25/30				C30/37			
ρ(‰)	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0
(1/K)·(l/d)	54	35	21	17	70	45	25	19	93	59	32	22	116	73	39	26

Είναι φανερό ότι ο λόγος l / d είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος σε μεταβολές του ποσοστού ρ

Επιλογή πάχους πλακών κατά ΕΚΩΣ2000 (1/2)

- Συνήθως το πάχος των πλακών προκύπτει από τον έλεγχο των παραμορφώσεων
- Για να απαλλαγεί μια πλάκα από τον έλεγχο των βελών κάμψης θα πρέπει να τηρούνται τα παρακάτω όρια καμπτικής λυγηρότητας (α·l/d):
  - Αμφιέρειστες ή τετραέρειστες πλάκες **$\alpha \cdot l/d \leq 30$**
  - Πλάκες που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά με λόγο **$(\alpha \cdot l)^2/d \leq 150$** εκτός αν λαμβάνονται κατάλληλα κατασκευαστικά μέτρα οπότε μπορούν να εφαρμοστούν τα προηγούμενα όρια πλακών

όπου:

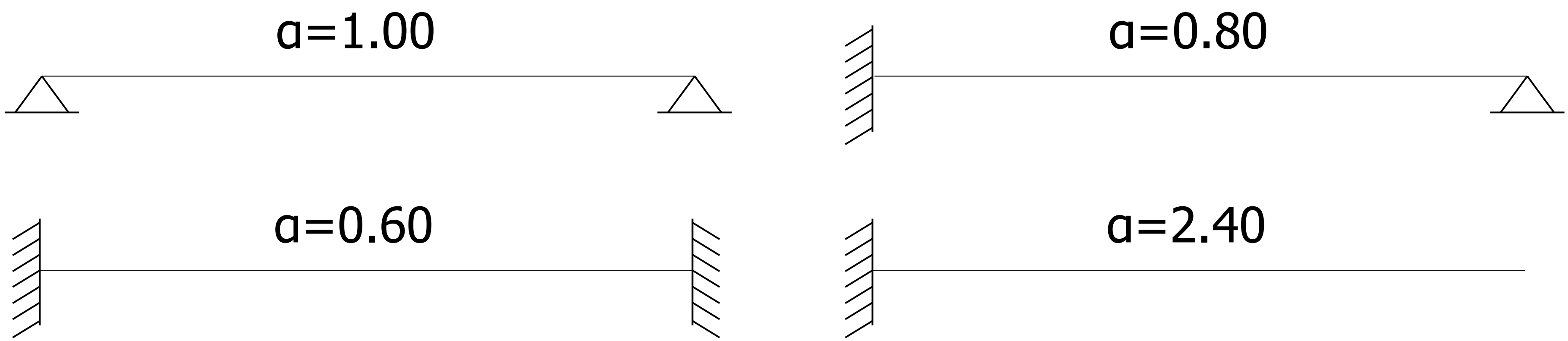
d: το στατικό ύψος της πλάκας

l: το άνοιγμα της πλάκας (ο έλεγχος να γίνεται σε κάθε διεύθυνση)

α: συντελεστής που λαμβάνεται, ανάλογα με τις συνθήκες στήριξης της πλάκας στην κάθε διεύθυνση

Επιλογή πάχους πλακών κατά ΕΚΩΣ2000 (2/2)

Επιλογή πάχους πλακών



$$d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30}$$

Συχνά, σε κοινά οικοδομικά έργα, επιδιώκεται να έχουμε κοινό πάχος σε όλες τις πλάκες ενός ορόφου οπότε τελικά επιλέγεται το μεγαλύτερο d που προκύπτει για όλες τις πλάκες του ορόφου, συμπεριλαμβανομένων και των προβόλων.