Δυναμική των Κατασκευών

Ασκήσεις Πράξης

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΕΡΡΩΝ ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

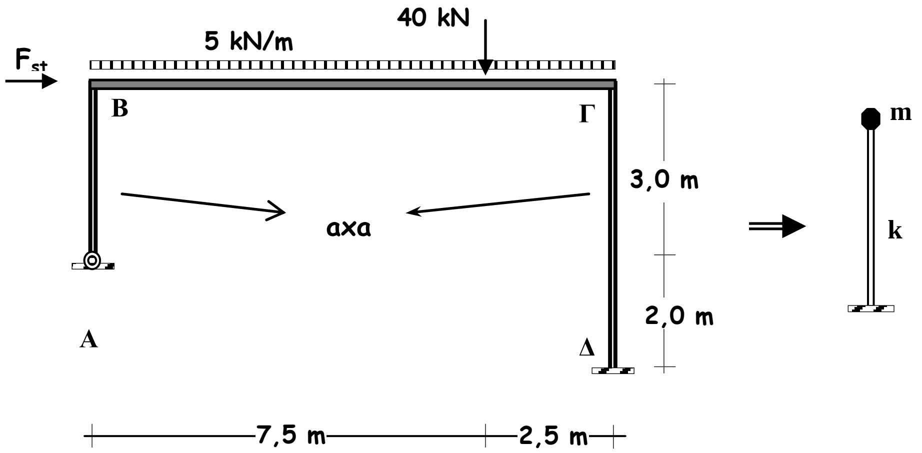
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΑΞΗΣ

ΤΕΙ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Άσκηση 3

Το πλαίσιο του σχήματος φέρει άκαμπτο ζύγωμα & υποστυλώματα με κοινή τετραγωνική διατομή (axa cm). Στα κατακόρυφα φορτία περιλαμβάνεται και το ίδιο βάρος του ζυγώματος.
Εάν εφαρμοσθεί στατική οριζόντια δύναμη F_{st} = 185.6 kN, προκαλεί μετατόπιση ζυγώματος u_{st} = 2 cm.
Θεωρώντας ότι ο φορέας αποτελεί ταλαντωτή ενός βαθμού ελευθερίας, να υπολογισθούν
(i) η δυσκαμψία του ταλαντωτή k,
(ii) η διάσταση διατομής a και
(iii) η μάζα του ταλαντωτή m λαμβάνοντας υπόψη την επίδραση και του βάρους των στύλων
(iv) τα συνολικά φορτία βαρύτητας του φορέα W_{tot}.

Δίνονται: $E = 21*10^5$ N/cm^2, γ = 25kN/m^3, g = 9.81m/sec^2



Λύση

<u>(Προκαταρκτικά) Μετατροπή μονάδων στα δεδομένα</u> (από cm,N → m, kN)
$E = 21*10^5$ N/cm^2 , αλλά 1N = 10^{-3} kN και 1cm = 10^{-2} m. Επομένως:

$$E = 21*10^5\ (10^{-3}\ kN)/(10^{-2}\ m)^2 = 21*10^5\ (10^{-3} * 10^4)\ kN/m^2 = 21*10^6\ kN/m^2$$

$$u_{st} = 2\ cm = 0.02\ m$$

<u>(i) Δυσκαμψία ταλαντωτή k (kN/m)</u>
Από οριζόντια στατική ισορροπία ζυγώματος → $F_{st} = k \cdot u_{st}$ → $k = F_{st} / u_{st}$ = 185.6/0.02= 9280 kN/m

<u>(ii) Διάσταση διατομής a</u>
Δυσκαμψία φορέα k = δυσκαμψία μονόπακτου στύλου k_{AB} + δυσκαμψία αμφίπακτου στύλου $k_{ΓΔ}$ (εν παραλλήλω).
Λόγω τελείως άκαμπτου ζυγώματος → κόμβοι άστρεπτοι → $k_{AB} = 3 \cdot E \cdot I/3^3$ και $k_{ΓΔ} = 12 \cdot E \cdot I/5^3$. Επομένως,
$k = E \cdot I \cdot (3/3^3+12/5^3) = 0.207 \cdot E \cdot I = 9280$ kN/m → $E \cdot I = 44830.92$ → $I = 44830.92/21 \cdot 10^6 = 2.13 \cdot 10^{-3}$ m^4
Για τετραγωνική διατομή $I = a^4/12 = 2.13 \cdot 10^{-3}$ m^4 → a = 0.40 m = 40 cm

<u>(iii) Μάζα m</u>
m = (συνολικό ταλαντούμενο βάρος)/g = W_{dyn}/g
Από κατακόρυφα φορτία ζυγώματος → W_b = (5·10 + 40) = 90 kN

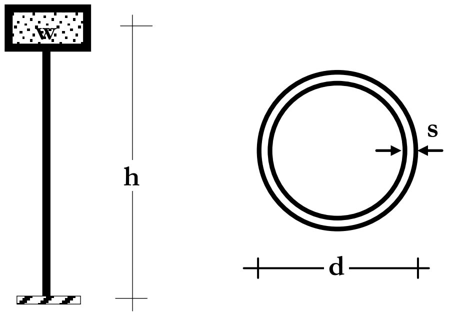
Από βάρος στύλων (προσοχή <u>μόνο το μισό</u>) → $W_{c,dyn} = ½·W_c = ½·γ·V = ½·25·[0.4^2·(3+5)] = 16$ kN
Συνολικό ταλαντούμενο βάρος $W_{dyn} = 90 + 16 = 106$ kN → $m = 106/9.81 = 10.8$ tn

<u>(iii) Συνολικό φορτίο βαρύτητας W_{tot}</u>

$W_{tot} = W_{dyn} + ½·W_c = 106 + 16 = 122$ kN

Άσκηση 4

Η δεξαμενή του σχήματος στηρίζεται σε αβαρές κυκλικό υποστύλωμα ύψους h = 30m, διατομής δακτυλίου εξωτερικής διαμέτρου d_α = 4.15 m και πάχους s. Το συνολικό βάρος της δεξαμενής είναι w = $15\cdot10^3$ kN, και το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του υποστυλώματος είναι E = $21\cdot10^6$ kN/m^2.



(α) Στην δεξαμενή επιβάλλεται οριζόντια στατική δύναμη F_{st} = 63.13 kN η οποία προκαλεί στατική μετακίνηση $u_{st} = 4\cdot10^{-3}$ m. Να υπολογισθεί το πάχος s της διατομής.

(β) Κατόπιν ο φορέας αφήνεται να ταλαντωθεί ελεύθερα με αρχική μετατόπιση $u_0 = 4\cdot10^{-3}$ m και μηδενική αρχική ταχύτητα u'_0. Αν η απόσβεση υποτεθεί μηδενική (c = 0), να υπολογισθούν:

(β-1) η μετακίνηση u(1) και η ταχύτητα u'(1) του φορέα μετά παρέλευση ενός δευτερολέπτου

(β-2) η μέγιστη μετατόπιση (εύρος) της ταλάντωσης ρ(cm) καθώς και η μέγιστη τέμνουσα V_b(kN) και ροπή M_b(kNm) στη βάση του υδατόπυργου

(β-3) Η απαιτούμενη θετική αρχική ταχύτητα u'(0) > 0, ώστε τα μέγιστα εντατικά μεγέθη του ερωτήματος (β-2) να αυξηθούν κατά 25%. Ποια χρονική στιγμή t_m εμφανίζονται τα μέγιστα?

(γ) Αν ο συντελεστής απόσβεσης είναι c = 485 kN·sec/m,

(γ-1) να επαναληφθούν οι υπολογισμοί του ρωτήματος (β-1)

(γ-2) να εκτιμηθεί (προσεγγιστικά) η μέγιστη μετατόπιση u_{max}(cm) κατά τον πρώτο κύκλο ταλάντωσης, για τις αρχικές συνθήκες του ερωτήματος (β-3).

(γ-3) να προσδιορισθεί ο αριθμός ν των κύκλων ταλάντωσης που απαιτούνται ώστε το αρχικό μέγιστο να μειωθεί στο 1/5 (δηλ. στο 20%).

Λύση

(α) Η δυσκαμψία του φορέα υπολογίζεται από την στατική απόκριση ως k = F_{st}/u_{st} = 63.13/0.004 = 15782.5 kN/m.
Με δεδομένο ότι ο φορέας είναι πρόβολος, η δυσκαμψία είναι k = 3EI/h^3 = $(3\cdot21\cdot10^6\cdot I)/30^3$ = 2333.33·I απαιτούμενο I = 15782.5/2333.33 = 6.7639 m^4.
Αν d_α και d_b είναι η εξωτερική και η εσωτερική διάμετρος του δακτυλίου αντίστοιχα, η ροπή αδράνειάς του ισούται με $I = (\pi/64)\cdot(d_\alpha^4 - d_b^4) = (\pi/64)*(4.15^4 - d_b^4) = 6.7639$ m^4 → d_b = 3.55 m → s = (4.15-3.55)/2 = 0.30 m = 30cm.

(β-1) Η ταλαντούμενη μάζα είναι m = W/g = 15000/9.81 = 1529.05 tn →
ιδιοσυχνότητα $\omega_o = (15782,5/1529,05)^{1/2}$ = 3.213 rad/sec και ιδιοπερίοδος $T_o = 2\pi/\omega_o$ = 1.956 sec.
Η εξίσωση αναπόσβεστης ελεύθερης ταλάντωσης είναι
$u(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$, όπου A = u(0) = 0,004 και $B = u'(0)/\omega_0 = 0$ →

$u(t) = 0{,}004 \cos(3.213\cdot t)$, $u'(t) = 0{,}004\cdot 3.213 \ -\sin(3.213\cdot t) = -0.01285 \sin(3.213\cdot t)$

Για t =1sec, cos(3.213) = -0.9975, sin(3.213) = -0.0713 → $u(1) = 39.9*10^{-4}$m $u'(1) = 9.17*10^{-4}$m/sec

(β-2) $\rho = (A^2+B^2)^{1/2} = 4*10^{-3}$m → $V_b = \rho\cdot k = F_{st} = 63.13$ kN, → $M_b = V_b\cdot h = 1893.8$ kNm

(β-3) Η κατά 25% αύξηση εντατικών μεγεθών → ανάλογη αύξηση μέγιστης μετατόπισης (από ρ) σε $\rho' = 1{,}25*\rho = 5*10^{-3}$m $= (A'^2+B'^2)^{1/2}$. Αμετάβλητη u(0) → A' = A = 0.004, $|B'| = (\rho'^2-A'^2)^{1/2} = 3*10^{-3}$m = $|u'(0)/\omega_0|$ → $|u'(0)| = 9.64*10^{-3}$m/sec

Τα μέγιστα εμφανίζονται την χρονική στιγμή t_m που $u'(t_m) = 0$.

$u'(t_m) = A\ \omega_0 \ -\sin(\omega_0\ t_m) + B\ \omega_0 \cos(\omega_0\ t_m) = 0$ → $B \cos(\omega_0\ t_m) = A \sin(\omega_0\ t_m)$ → $\tan(\omega_0\ t_m) = B/A = 3/4$ → $\omega_0\ t_m = 0.6435$ → $t_m = 0.20$ sec

(γ-1) Η κρίσιμη απόσβεση είναι $c_{cr} = 2\cdot m\cdot\omega_o = 2\cdot 1529.052\cdot 3.213 = 9824.92$ kN·sec/m και το ποσοστό κρίσιμης απόσβεσης $\xi = c/c_{cr} = 485/9824.92 = 0.0494$.

Η αποσβεσμένη ιδιοσυχνότητα ισούται με $\omega_d = 3.213\cdot(1-0{,}0494^2) = 3.209$ rad/sec.

Η εξίσωση αποσβεσμένης ελεύθερης ταλάντωσης είναι

$u(t) = e^{-\xi\omega 0t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$, όπου A = u(0) και $B = [u'(0)+\xi\omega_0\cdot u(0)]/\omega_d$

Η πρώτη παράγωγος είναι (γιατί ???) → $u'(t) = (-\xi\cdot\omega_0)\cdot u(t) + \omega_d\cdot e^{-\xi\omega 0t} (-A\cdot\sin\omega_d t + B\cdot\cos \omega_d t)$

Εδώ οι αρχικές συνθήκες είναι $u_0 = 0.004$ και $u'(0) = 0$, →A = 0.004 και $B = 1.98\cdot 10^{-4}$

Θέτοντας $\omega_0\cdot\xi = 0.1587$ και t = 1, έχουμε (προσοχή γωνίες σε rad !!!):

$u(t=1) = e^{-0.1587\cdot 1} (0.004\cdot\cos 3.209\cdot 1 + 1.98\cdot 10^{-4}\cdot\sin 3.209\cdot 1) = 0.853\cdot[0.004\cdot(-0.998) + 1.98\cdot 10^{-4}\cdot(-0.067)] =$
$-34\cdot 10^{-4}$ m = -3.4mm

$u'(t=1) = -0.1587\cdot(-3.4\cdot 10^{-3}) + 3.209\cdot e^{-0.1587\cdot 1} (-0.004\cdot\sin 3.209\cdot 1 + 1.98\cdot 10^{-4} \cos 3.209\cdot 1) =$
$5.4\cdot 10^{-4} + 2.737\cdot(2.68\cdot 10^{-4} - 1.98\cdot 10^{-4}) = 73\cdot 10^{-4}$ m/sec

Παρατήρηση: μειωμένη μετατόπιση σε σχέση με αναπόσβεστη ταλάντωση αλλά μεγαλύτερη ταχύτητα (γιατί ?)

(γ-2) $u(t) = e^{-\xi\omega 0t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t)$, όπου $A = 40\cdot 10^{-4}$, $B = 31.98\cdot 10^{-4}$ → $u_{max} = u(t_m)$, όπου t_m η χρονική στιγμή που $u'(t_m) = 0$.

Προσεγγιστικά, t_m = η χρονική στιγμή που η αντίστοιχη αναπόσβεστη ταλάντωση παρουσιάζει μέγιστο.

Για $t_m = 0.20$ sec → $u(t_m) = 0.9688\cdot[40\cdot(0.801)+31.98\cdot(0.599)]\cdot 10^{-4} = 49{,}6\cdot 10^{-4}$ m = 4.96mm

(γ-3) ξ < 15% → $\ln(\max u_1/\ \max u_{1+\nu}) \approx \nu\cdot 2\pi\xi$ → $\ln(5/1) = 1.609 \approx \nu\cdot 2\pi\cdot 0.0494$ → $\nu \approx 5{,}185 \sim 5$ κύκλοι