



Θεωρία Χαρτοφυλακίου

ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ

Τοποθέτηση συγκεκριμένου ποσού με στόχο να αποκομίσει ο επενδυτής μελλοντικές αποδόσεις οι οποίες θα τον αποζημιώσουν για:

- Το χρόνο δέσμευσης του χρηματικού ποσού
- Το αναμενόμενο ποσοστό πληθωρισμού
- Την αβεβαιότητα των μελλοντικών εισροών



Υπολογισμός των Ιστορικών Τιμών Απόδοσης (HRR)

Παράδειγμα

εάν δεσμεύσετε το ποσό των €200 σε μία επένδυση στην αρχή του έτους και στο τέλος εισπράξετε €220, ποια είναι η απόδοση περιόδου;

$$HRR = \frac{\text{Τελική Αξία Επένδυσης}}{\text{Αρχική Αξία Επένδυσης}} = \frac{€220}{€200} = 1,10 - 1 = 10\%$$



Σημείωση

Η αξία αυτή είναι πάντα ίση με μηδέν ή μεγαλύτερη.

- Αξία > 1 αντικατοπτρίζει αύξηση της περιουσίας σας (θετική τιμή απόδοσης)
- Αξία < 1 υποδηλώνει ότι έχετε υποστεί μείωση της περιουσίας σας (αρνητική τιμή απόδοσης)
- Αξία $= 0$ δηλώνει τη συνολική απώλεια των κεφαλαίων επένδυσης.



ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕΣΟΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ ΣΕ ΑΠΛΗ ΕΠΕΝΔΥΣΗ

Ο τύπος: $AM = \sum HPR / n$

Παράδειγμα:

Έτη	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	HPR	HPY
1	100,0	115,0	1,15	0,15
2	115,0	138,0	1,20	0,20
3	138,0	110,4	0,80	-0,20

$$AM = [(0,15)+(0,20)+(-0,20)] / 3 = 0,05 \text{ ή } 5\%$$



ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΩΝ ΤΙΜΩΝ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

- Ο τύπος:

$$\text{Αναμενόμενη Απόδοση} = \sum_{i=1}^n (\text{Πιθανότητα Απόδοσης})(\text{Πιθανή Απόδοση})$$

$$E(R_i) = \sum_{i=1}^n (P_i)(R_i)$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΗ

- Σε περιβάλλον οικονομικής ανάκαμψης με υψηλές αποδόσεις και μικρό έως ανύπαρκτο πληθωρισμό, περιμένουμε απόδοση 20%
- Σε αντίθεση, κάμψη της οικονομίας με αυξημένο το ποσοστό του πληθωρισμού, αναμένουμε απόδοση της τάξεως του - 20%
- Επομένως χωρίς σημαντική μεταβολή του οικονομικού περιβάλλοντος το ποσοστό αναμενόμενης απόδοσης θα πλησιάζει το όριο του 10%



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ

Οικονομική Κατάσταση	Πιθανότητες	Τιμές Απόδοσης
Δυνατή Οικονομία χωρίς Πληθωρισμό	0,15	0,20
Ύφεση στην Οικονομία, άνω του μέσου Πληθωρισμό	0,15	-0,20
Καμία σημαντική αλλαγή στην Οικονομία	0,70	0,10

$$E(R_i) = [(0,15)(0,20)] + [(0,15)(-0,20)] + [(0,70)(0,10)] = 0,07 \text{ ή } 7\%$$



ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ (RISK)

ΡΙΣΚΟ ΟΡΙΖΕΤΑΙ Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ Η ΟΠΟΙΑ ΔΙΕΠΕΙ
ΜΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΕΧΟΝΤΑΣ ΩΣ ΣΤΟΧΟ ΝΑ
ΑΠΟΚΟΜΙΣΕΙ – *Ο ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΑΣ* –
ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ



ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ – ΠΗΓΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

- ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ
- ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ
- ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΡΕΥΣΤΟΤΗΤΑΣ
- ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ
- COUNTRY RISK



Επιχειρηματικός Κίνδυνος

Ορίζεται ως η αβεβαιότητα, των εισροών της επιχείρησης, η οποία πηγάζει από το είδος της δραστηριότητας της επιχείρησης. Όσο μεγαλύτερη η αβεβαιότητα των εισροών της επιχείρησης, τόσο μεγαλύτερη και η αβεβαιότητα των αποδόσεων προς των επιχειρηματία.



Χρηματοοικονομικός Κίνδυνος

Κίνδυνος ο οποίος πηγάζει από τη μέθοδο που χρησιμοποιεί η επιχείρηση για να χρηματοδοτήσει τις επενδύσεις της.

- Σε περίπτωση χρηματοδότησης μόνο μέσω κοινών μετοχών, τότε η χρηματοδότηση εμπεριέχει μόνο επιχειρηματικό κίνδυνο.
- Σε περίπτωση ταυτόχρονης χρηματοδότησης μέσω κοινών μετοχών και δανεισμού, αναφερόμαστε σε χρηματοοικονομικό κίνδυνο.



Κίνδυνος Ρευστότητας

Αφορά το πόσο γρήγορα ή όχι μπορεί ένας επενδυτής να πουλήσει ή να αγοράσει μία επένδυση.

Ένας επενδυτής θα πρέπει να θέσει δύο ερωτήματα:

1. Πόσο χρονικό διάστημα θα χρειασθεί να μετατρέψει την επένδυση σε μετρητά;
2. Πόσο σίγουρη είναι η τιμή πώλησης της επένδυσης.



Συναλλαγματικός Κίνδυνος

Ορίζεται ως ο κίνδυνος που πηγάζει από τις διαφορές που προκύπτουν μεταξύ τις ισοτιμίας δύο νομισμάτων.



COUNTRY – POLITICAL RISK

Κίνδυνος που προέρχεται από την οποιαδήποτε πιθανότητα σημαντικών αλλαγών στο πολιτικό ή οικονομικό περιβάλλον μιας χώρας.

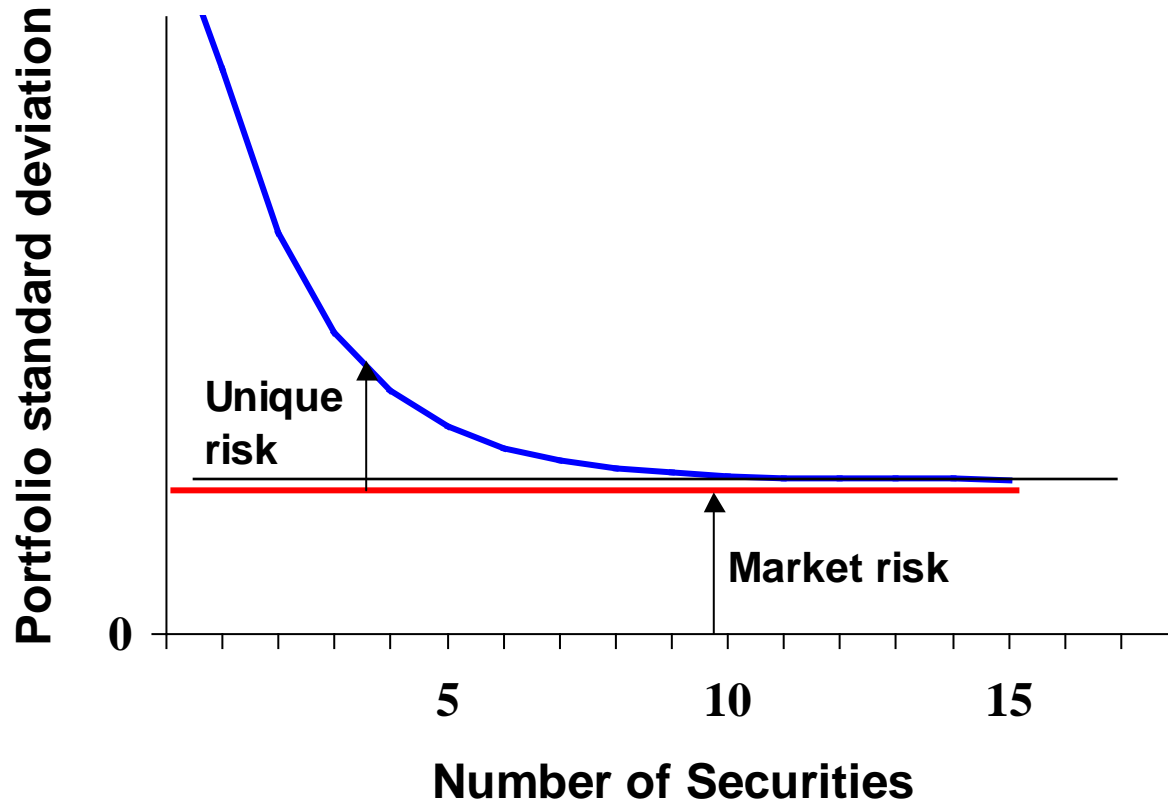


Τύποι Κινδύνου

- **Μη Συστηματικός Κίνδυνος**: μπορεί να διαφοροποιηθεί. Ο μοναδικός κίνδυνος οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου αντισταθμίζεται από τη μοναδική μεταβλητότητα, των υπολοίπων περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Οι παράγοντες κινδύνου επηρεάζουν μόνο τη συγκεκριμένη επιχείρηση.
- **Συστηματικός Κίνδυνος**: ορίζεται ως η μεταβλητότητα, όλων των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων, που προκαλείται από τις μακροοικονομικές μεταβλητές, οι οποίες περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Δεν είναι διαφοροποιήσιμος.
- **Διαφοροποίηση** - Στρατηγική ελαχιστοποίησης του κινδύνου, μέσω της επιλογής διαφορετικών επενδύσεων, κατά τη σύσταση του χαρτοφυλακίου.



Measuring Risk



Η ΣΧΕΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ-ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Στην παγκόσμια βιβλιογραφία αυτό που επικρατεί στη σχέση ΚΙΝΔΥΝΟΥ – ΑΠΟΔΟΣΗΣ διατυπώνεται ως εξής:

HIGH RISK = HIGH RETURN and vice versa



Μέτρηση Κινδύνου

Δύο μεγέθη μέτρησης του κινδύνου (αβεβαιότητας) υποστηρίζονται από το θεωρητικό υπόβαθρο:

Διακύμανση – Μέση τιμή των τετραγώνων των αποκλίσεων από τη μέση τιμή. Μέγεθος μέτρησης της μεταβλητότητας.

Τυπική Απόκλιση – Η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης



Μέτρηση Κινδύνου

Διακύμανση

$$\begin{aligned}\text{Διακύμανση } (\sigma^2) &= (\text{Πιθανότητα}) \times (\text{Πιθανή Απόδοση} - \text{Αναμενόμενη Απόδοση}) \\ &= \sum_{i=1}^n (P) \times [R - E(R_i)]^2\end{aligned}$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η διακύμανση για το προσδοκώμενο ποσοστό απόδοσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η διασπορά των αναμενόμενων και τόσο μεγαλύτερη η αβεβαιότητα ή ο κίνδυνος της επένδυσης.



Μέτρηση Κινδύνου

Τυπική Απόκλιση

$$\text{Τυπική Απόκλιση } (\sigma) = \sqrt{\sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R_i)]^2}$$



Μέτρηση Κινδύνου

Παράδειγμα υπολογισμού διακύμανσης και τυπικής απόκλισης

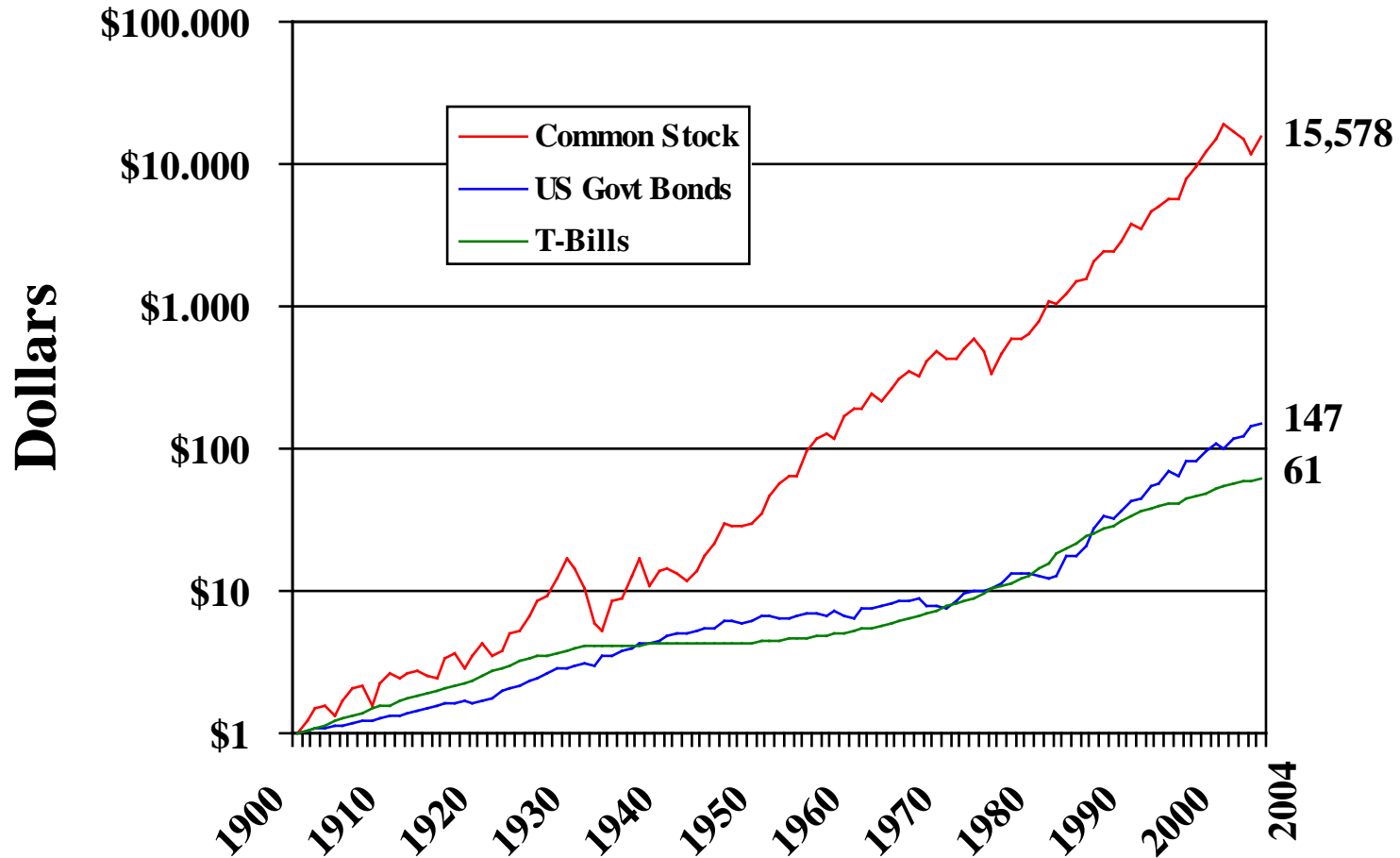
(1)	(2)	(3)
Ποσοστιαία Τιμή Απόδοσης	Απόκλιση από το μέσο	Τετραγωνική Απόκλιση
+ 40	+ 30	900
+ 10	0	0
+ 10	0	0
- 20	- 30	900

Διακύμανση = μέση τετραγωνική απόκλιση = $1800/4 = 450$

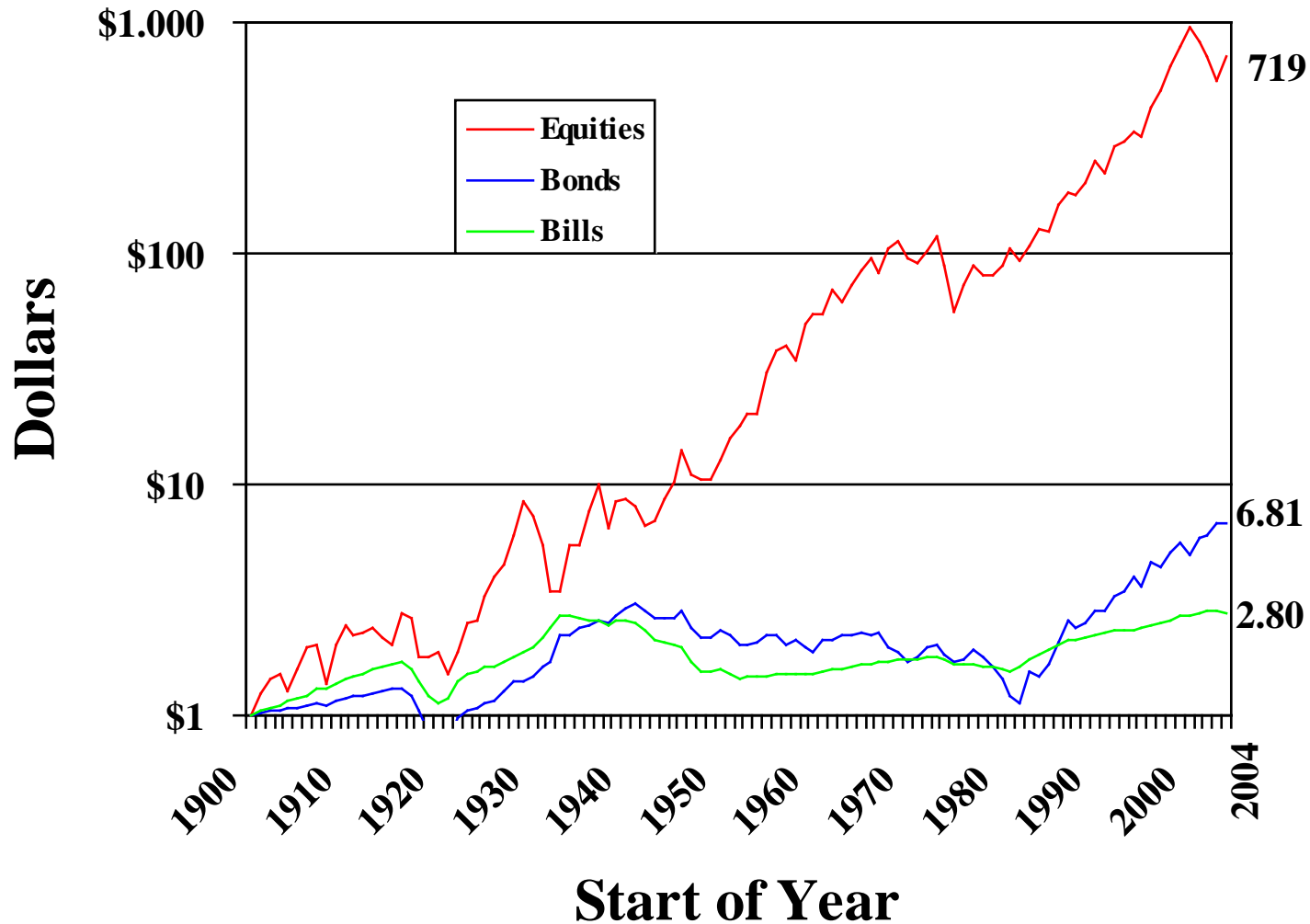
Τυπική Απόκλιση = ρίζα της διακύμανσης = $\sqrt{450} = 21.2\%$



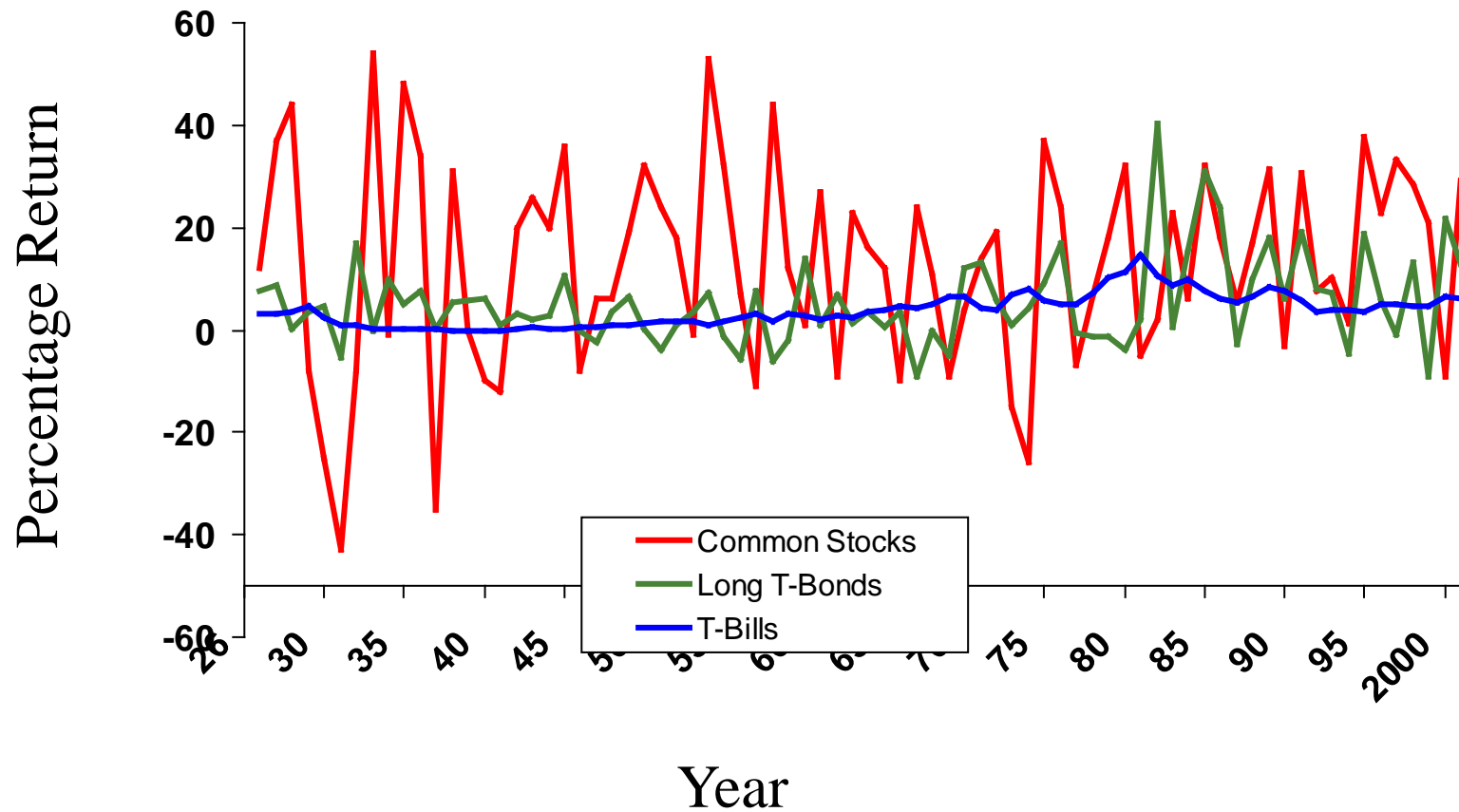
Η αξία μιας επένδυσης \$1 in 1900



Η αξία μιας επένδυσης \$1 in 1900



Τιμές Απόδοσης 1926-2006



Συντελεστής Μεταβλητότητας

σε ορισμένες περιπτώσεις, μια μη προσαρμοσμένη διακύμανση ή τυπική απόκλιση μπορεί να είναι παραπλανητική. Αν οι συνθήκες δεν είναι παρόμοιες, δηλαδή, αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές στα αναμενόμενα ποσοστά απόδοσης, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε το μέτρο της σχετικής μεταβλητότητας για να υπολογίσουμε τον κίνδυνο ανά μονάδα απόδοσης. Ένα τέτοιο μέτρο είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation).

$$\text{Coefficient of Variation (CV)} = \frac{\text{Τυπική Απόκλιση}}{\text{Αναμενόμενη Τιμή Απόδοσης}} = \frac{\sigma_i}{E(R_i)}$$



Συντελεστής Μεταβλητότητας

Ο συντελεστής μεταβλητότητας χρησιμοποιείται από τους οικονομικούς αναλυτές για να συγκρίνουν εναλλακτικές επενδύσεις με πολύ διαφορετικά ποσοστά αποδόσεων και τυπικών αποκλίσεων. Έστω οι δύο ακόλουθες επενδύσεις:

	Επένδυση Α	Επένδυση Β
Αναμενόμενη Απόδοση	0,07	0,12
SD	0,05	0,07

$$CV_A = \frac{0,05}{0,07} = 0,714$$

$$CV_B = \frac{0,07}{0,12} = 0,583$$



ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ

Η Συνδιακύμανση αποτελεί μέθοδο μέτρησης του βαθμού με τον οποίο δύο χρηματοοικονομικές μεταβλητές τείνουν να «κινούνται ταυτόχρονα» κατά χρονική περίοδο t .

- Θετική Συνδιακύμανση σημαίνει ότι οι τιμές (απόδοσης, πωλήσεων, κερδών) δύο μεταβλητών (εταιρίας και κλάδου) τείνουν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της ίδιας χρονικής περιόδου.
- Σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή Αρνητικής Συνδιακύμανσης οι τιμές τείνουν να κινούνται προς διαφορετική κατεύθυνση κατά το ίδιο χρονικό διάστημα



ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Οι τιμές οι οποίες μπορεί να πάρει ο συντελεστής συσχέτισης είναι από -1 ως $+1$.

- Η τιμή $+1$ υποδηλώνει το βαθμό τέλει θετικής γραμμικής σχέσης μεταξύ των δύο χρηματοοικονομικών μεταβλητών και σημαίνει ότι οι τιμές κινούνται ολοκληρωτικά μαζί, γραμμικά.
- Η τιμή -1 υποδηλώνει το βαθμό τέλει αρνητικής γραμμικής σχέσης, δηλαδή, αν οι τιμές μιας μεταβλητής κινούνται πάνω από το μέσο όρο, οι τιμές της δεύτερης μεταβλητής κινούνται κάτω από το μέσο όρο κατά το ίδιο ποσό ή ποσοστό.



Τύποι Υπολογισμού

Η συνδιακύμανση και ο συντελεστής συσχέτισης υπολογίζονται από τους ακόλουθους τύπους:

Συνδιακύμανση

$$Cov_{i,j} = E\{[R_i - E(R_i)][R_j - E(R_j)]\}$$

Συντελεστής Συσχέτισης

$$r_{i,j} = \frac{Cov_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$$



Λογιστική και Χρηματοοικονομική

Παράδειγμα

Date	Τιμή Κλεισίματος AVON	Μέρισμα	Τιμή Κλεισίματος IBM	Μέρισμα	Τιμή Απόδοσης R(a)	Τιμή Απόδοσης R(i)
12/00	29,375		113		-	-
1/01	33,750		126,750		14,89	12,17
2/01	41,750		128,750		23,70	1,58
3/01	44,375	0,35	113,875	1,21	7,13	-10,61
4/01	45,125		103		1,69	-9,55
5/01	44,125		106,125		-2,22	3,03
6/01	42,5	0,35	97,125	1,21	-2,89	-7,34
7/01	46,5		101,250		9,41	4,25
8/01	45,375		96,875		-2,42	-4,32
9/01	44,5	0,35	103,625	1,21	-1,16	8,22
10/01	41		98,250		-7,87	-5,19
11/01	38,875		92,250		-5,18	-6,11
12/01	46	0,35	89	1,21	19,23	-2,21
					E(Ra)=4,53	E(Ri)=-1,34

Παράδειγμα

Date	R(a)	R(i)	R(a)-E(Ra)	R(i)-E(Ri)	[R(a)-E(Ra)] ²	[R(i)-E(Ri)] ²
1/01	14,89	12,17	10,36	13,51	107,329	182,52
2/01	23,70	1,58	19,17	2,92	367,488	8,52
3/01	7,13	-10,61	2,6	-9,27	6,76	85,93
4/01	1,69	-9,55	-2,84	-8,21	8,065	67,404
5/01	-2,22	3,03	-6,75	4,37	45,562	19,096
6/01	-2,89	-7,34	-7,42	-6	55,056	36
7/01	9,41	4,25	4,88	5,59	23,814	31,248
8/01	-2,42	-4,32	-6,95	-2,98	48,30	8,88
9/01	-1,16	8,22	-5,69	9,56	32,376	91,39
10/01	-7,87	-5,19	-12,4	-3,85	153,76	14,822
11/01	-5,18	-6,11	-9,71	-4,77	94,28	22,752
12/01	19,23	-2,21	14,7	-0,87	216,09	0,756
	E(Ra)=4,53	E(Ri)=-1,34			$\sigma^2 = 96,57$ $\sigma = 9,83$	$\sigma^2 = 47,44$ $\sigma = 6,89$



Παράδειγμα

Date	R(a)	R(i)	R(a)-E(Ra)	R(i)-E(Ri)	[R(a)-E(Ra)] x [R(i)-E(Ri)]
1/01	14,89	12,17	10,36	13,51	140,010
2/01	23,70	1,58	19,17	2,92	55,995
3/01	7,13	-10,61	2,6	-9,27	-24,129
4/01	1,69	-9,55	-2,84	-8,21	23,290
5/01	-2,22	3,03	-6,75	4,37	-29,488
6/01	-2,89	-7,34	-7,42	-6	44,498
7/01	9,41	4,25	4,88	5,59	27,299
8/01	-2,42	-4,32	-6,95	-2,98	20,698
9/01	-1,16	8,22	-5,69	9,56	-54,370
10/01	-7,87	-5,19	-12,4	-3,85	47,722
11/01	-5,18	-6,11	-9,71	-4,77	46,297
12/01	19,23	-2,21	14,7	-0,87	-12,784
	E(Ra)=4,53	E(Ri)=-1,34			COV=285,038/12 = 23,75



Παράδειγμα

$$r_{i,j} = \frac{Cov_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{23,75}{9,83 \times 6,89} \Rightarrow r_{i,j} = 0,35$$



Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

Παράδειγμα

Έστω ότι επενδύετε 60% του χαρτοφυλακίου στην Exxon Mobil και 40% στην Coca Cola. Η αναμενόμενη απόδοση για τη μετοχή της Exxon Mobil είναι 10% και για την Coca Cola είναι 15%. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\text{Expected Return} = (.60 \times 10) + (.40 \times 15) = 12\%$$



Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

Παράδειγμα

Έστω ότι επενδύετε 60% του χαρτοφυλακίου στην Exxon Mobil και 40% στην Coca Cola. Η αναμενόμενη απόδοση για τη μετοχή της Exxon Mobil είναι 10% και για την Coca Cola είναι 15%. **Η τυπική απόκλιση των αποδόσεων είναι 18.2% και 27.3%, αντίστοιχα. Έστω ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι 1.0. Μα υπολογιστεί η διακύμανση του χαρτοφυλακίου.**

	Exxon - Mobil	Coca - Cola
Exxon - Mobil	$x_1^2 \sigma_1^2 = (.60)^2 \times (18.2)^2$	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = .40 \times .60 \times 1 \times 18.2 \times 27.3$
Coca - Cola	$x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = .40 \times .60 \times 1 \times 18.2 \times 27.3$	$x_2^2 \sigma_2^2 = (.40)^2 \times (27.3)^2$



Κίνδυνος Χαρτοφυλακίου

Παράδειγμα

Έστω ότι επενδύετε 60% του χαρτοφυλακίου στην Exxon Mobil και 40% στην Coca Cola. Η αναμενόμενη απόδοση για τη μετοχή της Exxon Mobil είναι 10% και για την Coca Cola είναι 15%. Η τυπική απόκλιση των αποδόσεων είναι 18.2% και 27.3%, αντίστοιχα. Έστω ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι 1.0. Μα υπολογιστεί η διακύμανση του χαρτοφυλακίου.

$$\begin{aligned}\text{Portfolio Variance} &= [(.60)^2 \times (18.2)^2] \\ &+ [(.40)^2 \times (27.3)^2] \\ &+ 2(.40 \times .60 \times 18.2 \times 27.3) = 333.9\end{aligned}$$

$$\text{Standard Deviation} = \sqrt{333.9} = 18.3 \%$$



Συντελεστής β και κίνδυνος

Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς – το χαρτοφυλάκιο που απαρτίζεται από το σύνολο των διαθέσιμων επενδύσεων στην οικονομία. Συνήθως στις αναλύσεις δείκτες όπως ο S&P Composite, εκπροσωπούν την αγορά.

Βήτα – Η ευαισθησία των αποδόσεων των μετοχών στις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς.



Συντελεστής β και κίνδυνος

$$\beta_i = \frac{COV_{im}}{\sigma_m^2}$$



Συντελεστής β και κίνδυνος

$$\beta_i = \frac{COV_{im}}{\sigma_m^2}$$

Συνδιακύμανση

Διακύμανση της αγοράς



Η θεωρία *Δογιστική και Χρηματοοικονομική* Χαρτοφυλακίου του Markowitz

Το μοντέλο του H. Markowitz βασίζεται σε μια σειρά προϋποθέσεων, ανάλογα με το επενδυτικό προφίλ του εκάστοτε επενδυτή:

1. Οι επενδυτές αντιμετωπίζουν κάθε επένδυση σύμφωνα με την κατανομή των πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεων κατά την περίοδο διακράτησης της επένδυσης.
2. Οι επενδυτές μεγιστοποιούν την αναμενόμενη ωφέλεια της μιας περιόδου και η καμπύλη ωφέλειας παρουσιάζει μειωμένη την οριακή χρησιμότητα του κεφαλαίου.
3. Οι επενδυτές υπολογίζουν το βαθμό κινδύνου του χαρτοφυλακίου στηριζόμενοι στη μεταβλητότητα των αναμενόμενων τιμών απόδοσης.
4. Η επενδυτική απόφαση στηρίζεται στη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και ρίσκου. Επομένως, η καμπύλη ωφέλειας αποτελεί συνάρτηση της αναμενόμενης απόδοσης και της αναμενόμενης διακύμανσης ή τυπικής απόκλισης, μόνο των αποδόσεων.
5. Για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, οι επενδυτές προτιμούν υψηλότερες τιμές απόδοσης. Συνεπώς, για μια δεδομένη τιμή απόδοσης, οι επενδυτές προτιμούν μικρότερο βαθμό κινδύνου.



Τυπική Απόκλιση Χαρτοφυλακίου

Ο Η. Markowitz καθόρισε το γενικό τύπο υπολογισμού της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου ο οποίος παρουσιάζεται ως εξής:

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^N W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N W_i W_j COV_{i,j}}$$

όπου:

σ_{port} = η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου

W_i = το ποσοστό συμμετοχής του ανεξάρτητου στοιχείου στο χαρτοφυλάκιο

σ_i^2 = η διακύμανση του στοιχείου i

$COV_{i,j}$ = η συνδιακύμανση των αποδόσεων των στοιχείων i και j



Τυπική Απόκλιση Χαρτοφυλακίου

Ο παραπάνω τύπος υπολογισμού υποδηλώνει ότι η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι μια σχέση των σταθμικών μέσων των επιμέρους διακυμάνσεων (όπου τα ποσοστά συμμετοχής είναι υψωμένα στο τετράγωνο), συν τις σταθμισμένες συνδιακυμάνσεις όλων των στοιχείων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Επομένως, η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει όχι μόνο τις διακυμάνσεις των ανεξάρτητων στοιχείων, αλλά και τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των στοιχείων ανά ζεύγη.



Παράδειγμα Υπολογισμού Τυπικής Απόκλισης Χαρτοφυλακίου

Στο ακόλουθο παράδειγμα λαμβάνουμε υπόψη μας δύο ανεξάρτητες επενδύσεις με προκαθορισμένες αποδόσεις, τυπικές αποκλίσεις και συντελεστές συσχέτισης, ή δύο χαρτοφυλάκια επενδύσεων με προκαθορισμένες αποδόσεις, τυπικές αποκλίσεις και συντελεστές συσχέτισης.

Περίπτωση 1. Ίσες αποδόσεις και βαθμός κινδύνου (τυπική απόκλιση) – μεταβαλλόμενοι συντελεστές συσχέτισης. Έστω ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση και οι δύο επενδύσεις έχουν την ίδια, αναμενόμενη τιμή απόδοσης και τυπική απόκλιση. Ας υποθέσουμε ότι:

$$E(R_1) = 0,20$$

$$E(\sigma_1) = 0,10$$

$$E(R_2) = 0,20$$

$$E(\sigma_2) = 0,10$$

Θέλοντας να τονίσουμε την επίδραση των διαφορετικών συνδιακυμάνσεων, θεωρούμε ότι τα επίπεδα συσχέτισης των δύο επενδύσεων είναι διαφορετικά. Έστω ότι και οι δύο επενδύσεις έχουν το ίδιο ποσοστό συμμετοχής στη σύνθεση του χαρτοφυλακίου ($W_1 = 0,50$ και $W_2 = 0,50$). Επομένως η μόνη τιμή που μεταβάλλεται σε κάθε παράδειγμα που ακολουθεί είναι ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των δύο επενδύσεων.



Παράδειγμα Υπολογισμού Τυπικής Απόκλισης Χαρτοφυλακίου

Έχουμε αναφέρει παραπάνω ότι η “τυποποίηση” της συνδιακύμανσης είναι η συσχέτιση, δηλαδή:

$$r_{1,2} = \frac{COV_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2}$$

ο τύπος αυτός μπορεί να μετασχηματιστεί σύμφωνα με τα δεδομένα μας ως εξής:

$$r_{1,2} = \frac{COV_{1,2}}{\sigma_1 \times \sigma_2} \Rightarrow COV_{1,2} = r_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2$$

Στη συνέχεια παραθέτουμε του διαφορετικούς συντελεστές συσχέτισης, καθώς και τις υπολογιζόμενες συνδιακυμάνσεις:

α.	$r_{1,2} = 1,00$	$COV_{1,2} = (1,00)(0,10)(0,10) = 0,01$
β.	$r_{1,2} = 0,50$	$COV_{1,2} = 0,005$
γ.	$r_{1,2} = 0,00$	$COV_{1,2} = 0,000$
δ.	$r_{1,2} = -0,50$	$COV_{1,2} = -0,005$
ε.	$r_{1,2} = -1,00$	$COV_{1,2} = -0,01$



Παράδειγμα Υπολογισμού Τυπικής Απόκλισης Χαρτοφυλακίου

Γνωρίζουμε ότι ο τύπος υπολογισμού έχει ως εξής:

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^N W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N W_i W_j COV_{i,j}}$$

Όταν ο παραπάνω γενικός τύπος υπολογισμού εφαρμοστεί στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου το οποίο περιλαμβάνει δύο επενδύσεις, μετατρέπεται όπως παρακάτω:

$$\sigma_{port} = \sqrt{W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + 2 W_1 W_2 r_{1,2} \sigma_1 \sigma_2}$$

ή εναλλακτικά
$$\sigma_{port} = \sqrt{W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + 2 W_1 W_2 COV_{1,2}}$$

Συνεπώς στην περίπτωση α, έχουμε:

$$\sigma_{port} = \sqrt{(0,5)^2 (0,10)^2 + (0,5)^2 (0,10)^2 + 2 (0,5)(0,5)(0,01)}$$

$$= \sqrt{(0,25)(0,01) + (0,25)(0,01) + 2 (0,25)(0,01)}$$

$$= \sqrt{0,01} = 0,10$$



Παράδειγμα Υπολογισμού Τυπικής Απόκλισης Χαρτοφυλακίου

Όσον αφορά την περίπτωση β, έχουμε:

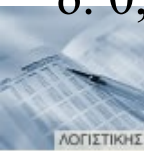
$$\begin{aligned}\sigma_{port} &= \sqrt{(0,5)^2 (0,10)^2 + (0,5)^2 (0,10)^2 + 2 (0,5)(0,5)(0,005)} \\ &= \sqrt{(0,0025) + (0,0025) + 2 (0,50)(0,005)} \\ &= \sqrt{0,0075} = 0,866\end{aligned}$$

Ο μόνος όρος που μεταβάλλεται, σε σχέση με την περίπτωση α, είναι η συνδιακύμανση ($COV_{1,2}$) η οποία έχει μεταβληθεί από 0,01 σε 0,005. Ως αποτέλεσμα αυτής της μεταβολής η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου μειώθηκε περίπου 13%, από 0,10 σε 0,00866. Σημειωτέον ότι η αναμενόμενη τιμή απόδοσης δεν μεταβάλλεται, λόγω του ότι, είναι απλά η σταθμισμένη μέση απόδοση των επιμέρους σταθμισμένων αποδόσεων της εκάστοτε επένδυσης (ισούται με 0,20 και στις δύο επενδύσεις).

Στις περιπτώσεις γ και δ, έχετε τη δυνατότητα να επιβεβαιώσετε, κάνοντας τους δικούς σας υπολογισμούς, τα παρακάτω αποτελέσματα της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου:

γ. 0,0707

δ. 0,05.



Παράδειγμα Υπολογισμού Τυπικής Απόκλισης Χαρτοφυλακίου

Στην τελευταία περίπτωση ε, κατά την οποία η συσχέτιση ισούται με -1 υποδεικνύονται τα μέγιστα οφέλη της διαφοροποίησης.

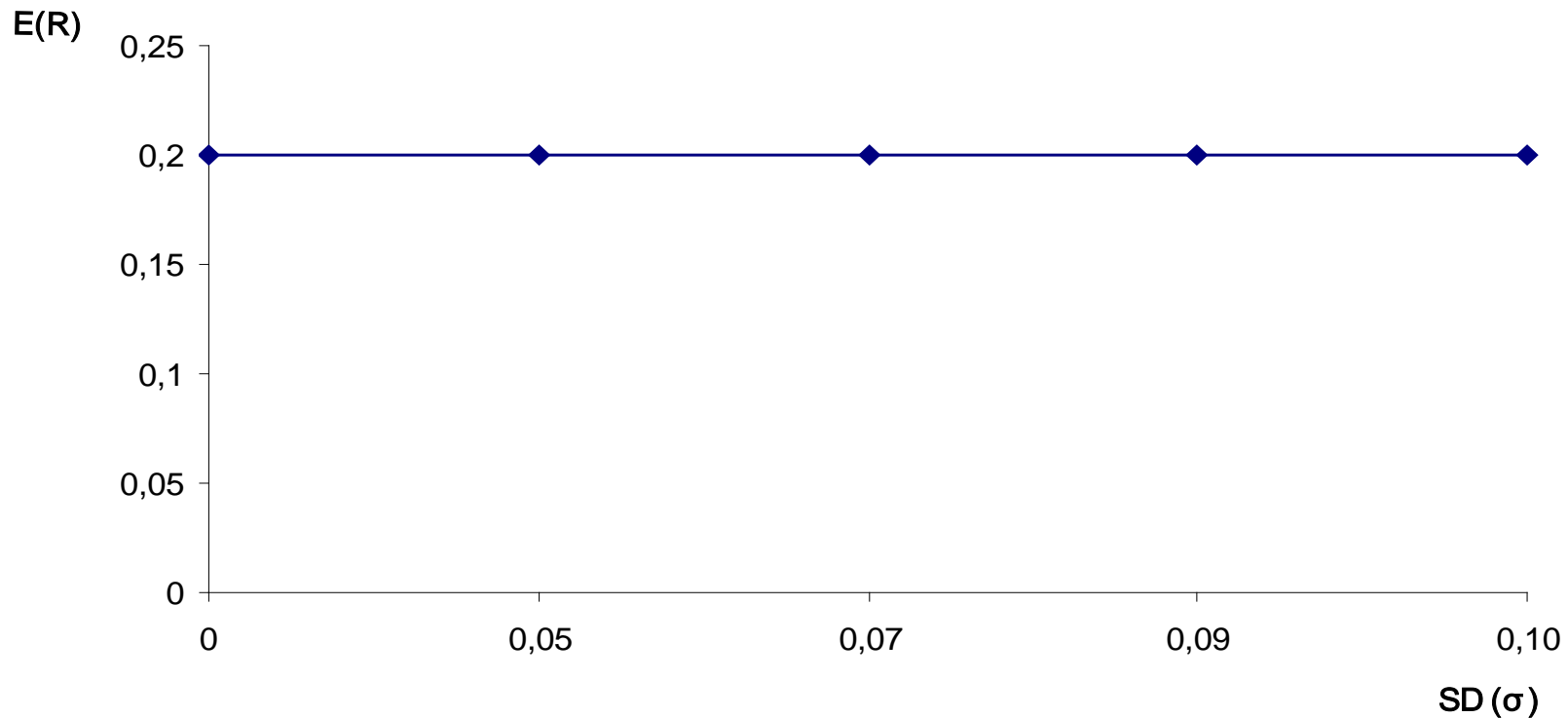
$$\begin{aligned}\sigma_{port} &= \sqrt{(0,5)^2 (0,10)^2 + (0,5)^2 (0,10)^2 + 2 (0,5)(0,5)(-0,01)} \\ &= \sqrt{(0,0050 + (-0,0050))} \\ &= \sqrt{0} = 0.\end{aligned}$$

Η συνδιακύμανση των τιμών των αποδόσεων των δύο επενδύσεων αντισταθμίζει τη διακύμανση της εκάστοτε επένδυσης, έχοντας ως αποτέλεσμα η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου να ισούται με μηδέν. Στην προκειμένη περίπτωση αναφερόμαστε στη δημιουργία χαρτοφυλακίου απαλλαγμένου από κίνδυνο (risk free portfolio).



Παρουσίαση SD Χαρτοφυλακίου

Διαγραμματικά



Σταθερός Συντελεστής r με Μεταβαλλόμενα Ποσοστά συμμετοχής στο Χαρτοφυλάκιο

Στην περίπτωση που μεταβάλλουμε το ποσοστό συμμετοχής των δύο επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο, διατηρώντας ταυτόχρονα το συντελεστή συσχέτισης σταθερό, έχουμε τη δυνατότητα να εξάγουμε μια ομάδα συνδυασμών, η οποία διαγραμματικά απεικονίζει μια έλλειψη, έχοντας ως αρχή την επένδυση 2 και τέλος την επένδυση 1. Η μεταβολή των ποσοστών συμμετοχής των επενδύσεων παρουσιάζεται στο ακόλουθο πίνακα.



Σταθερός Συντελεστής r με Μεταβαλλόμενα Ποσοστά συμμετοχής στο Χαρτοφυλάκιο

Περίπτωση	W_1	W_2	$E(R_i)$
α	0,20	0,80	0,18
β	0,40	0,60	0,16
γ	0,50	0,50	0,15
δ	0,60	0,40	0,14
ε	0,80	0,20	0,12



Σταθερός Συντελεστής r με Μεταβαλλόμενα Ποσοστά συμμετοχής στο Χαρτοφυλάκιο

$$\begin{aligned}\sigma_{port(a)} &= \sqrt{(0,20)^2 (0,07)^2 + (0,80)^2 (0,10)^2 + 2 (0,20) (0,80) (0,00)} \\ &= \sqrt{(0,04)(0,0049) + (0,64) (0,01) + (0)} = \sqrt{0,006596} = 0,0812\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{port(\beta)} &= \sqrt{(0,40)^2 (0,07)^2 + (0,60)^2 (0,10)^2 + 2 (0,40) (0,60) (0,00)} \\ &= \sqrt{0,004384} = 0,0662\end{aligned}$$

$$\sigma_{port(\gamma)} = \sqrt{(0,001225) + (0,0025) + (0,5) (0,00)} = 0,0610$$

$$\begin{aligned}\sigma_{port(\delta)} &= \sqrt{(0,60)^2 (0,07)^2 + (0,40)^2 (0,10)^2 + 2 (0,60) (0,40) (0,00)} \\ &= \sqrt{0,003364} = 0,0580\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{port(\varepsilon)} &= \sqrt{(0,80)^2 (0,07)^2 + (0,20)^2 (0,10)^2 + 2 (0,80) (0,20) (0,00)} \\ &= \sqrt{0,003536} = 0,0595\end{aligned}$$



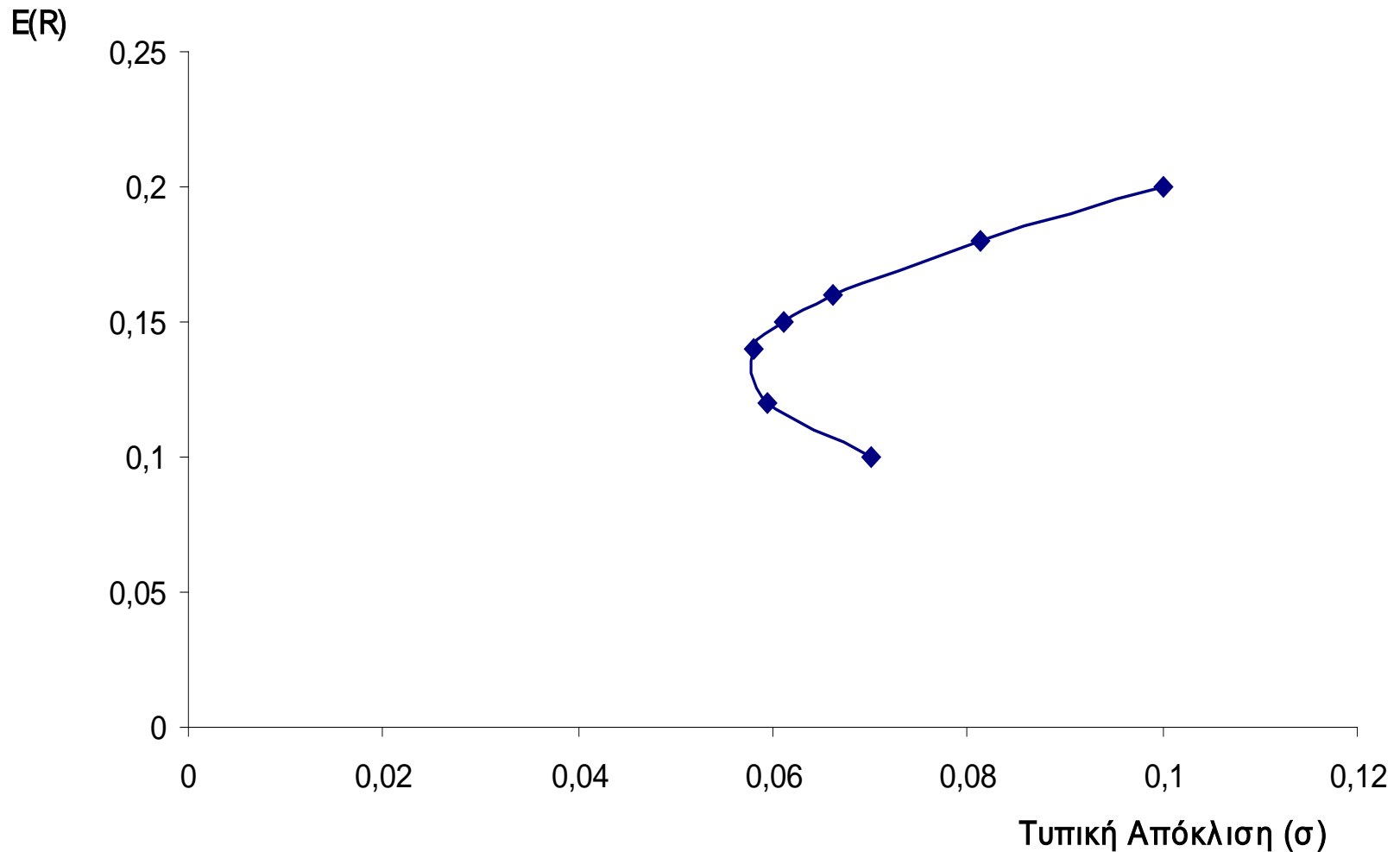
Σταθερός Συντελεστής r με Μεταβαλλόμενα Ποσοστά συμμετοχής στο Χαρτοφυλάκιο

Οι μεταβολές στα ποσοστά συμμετοχής των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο, θέτοντας συντελεστή συσχέτισης σταθερό μας δίνουν τους ακόλουθους συνδυασμούς:

Περίπτωση	W_1	W_2	$E(R_i)$	$E(\sigma_{port})$
α	0,20	0,80	0,18	0,0812
β	0,40	0,60	0,16	0,0662
γ	0,50	0,50	0,15	0,0610
δ	0,60	0,40	0,14	0,0580
ϵ	0,80	0,20	0,12	0,0596



Διάγραμμα Κινδύνου – Απόδοσης χαρτοφυλακίου με διαφορετικά ποσοστά συμμετοχής επενδύσεων όταν η συσχέτιση είναι ίση με μηδέν



Διάγραμμα Κινδύνου – Απόδοσης χαρτοφυλακίου με διαφορετικά ποσοστά συμμετοχής επενδύσεων όταν η συσχέτιση είναι ίση με μηδέν

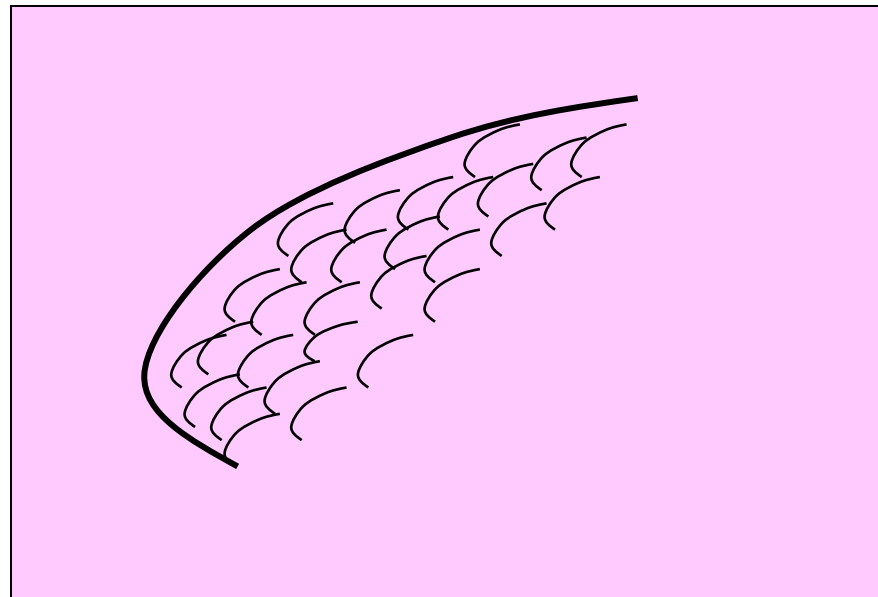
Η καμπυλότητα του προηγούμενου γραφήματος εξαρτάται από το βαθμό συσχέτισης μεταξύ των δύο επενδύσεων που συμμετέχουν στο χαρτοφυλάκιο. Στην περίπτωση της τέλει θετικής συσχέτισης οι συνδυασμοί βρίσκονται τοποθετημένοι σε μια ευθεία γραμμή μεταξύ των δύο επενδύσεων. Με τέλεια αρνητική συσχέτιση το γράφημα περιλαμβάνει δύο ευθείες οι οποίες τέμνουν τον κάθετο άξονα μετά την εφαρμογή κάποιου συνδυασμού.



Αποτελεσματικό Σύνορο

- Κάθε καμπύλη αφορά ένα σταθμισμένο συνδυασμό δύο χρεογράφων.
- Η συνολική καμπύλη περιλαμβάνει τους καλύτερους πιθανούς συνδυασμούς και ονομάζεται αποτελεσματικό σύνορο.

Expected Return (%)



Standard Deviation



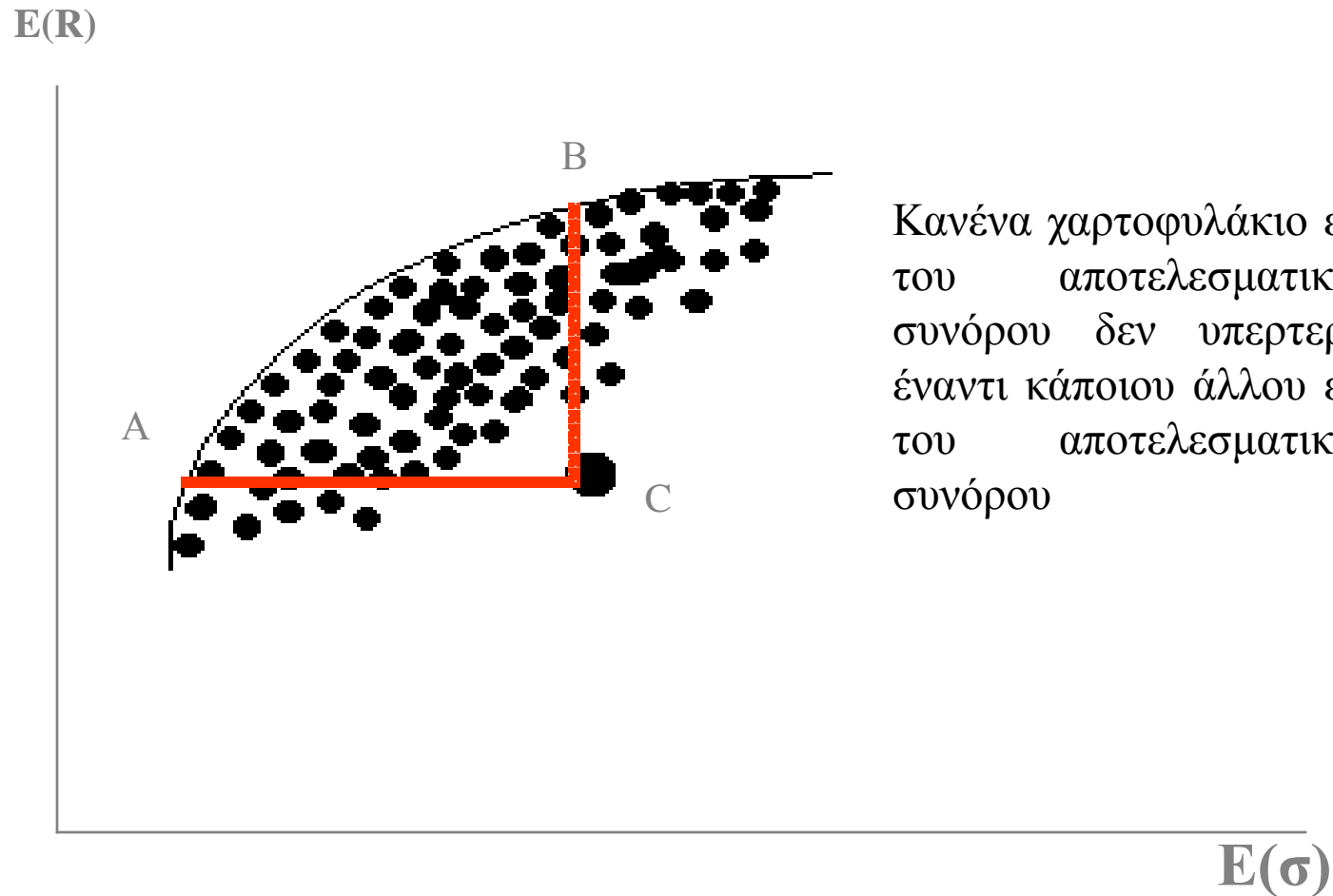
Efficient Frontier

Αποτελεσματικό σύνορο

Η καμπύλη που περιλαμβάνει τον καλύτερο συνδυασμό από όλους τους πιθανούς συνδυασμούς, αποτελεί το αποτελεσματικό σύνορο. Ειδικότερα, το αποτελεσματικό σύνορο αντιπροσωπεύει το συνδυασμό των χαρτοφυλακίων τα οποία προσφέρουν τη μέγιστη τιμή απόδοσης για κάθε δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή τον ελάχιστο βαθμό κινδύνου για κάθε τιμή απόδοσης. Τα παραπάνω παρουσιάζονται στο ακόλουθο διάγραμμα.



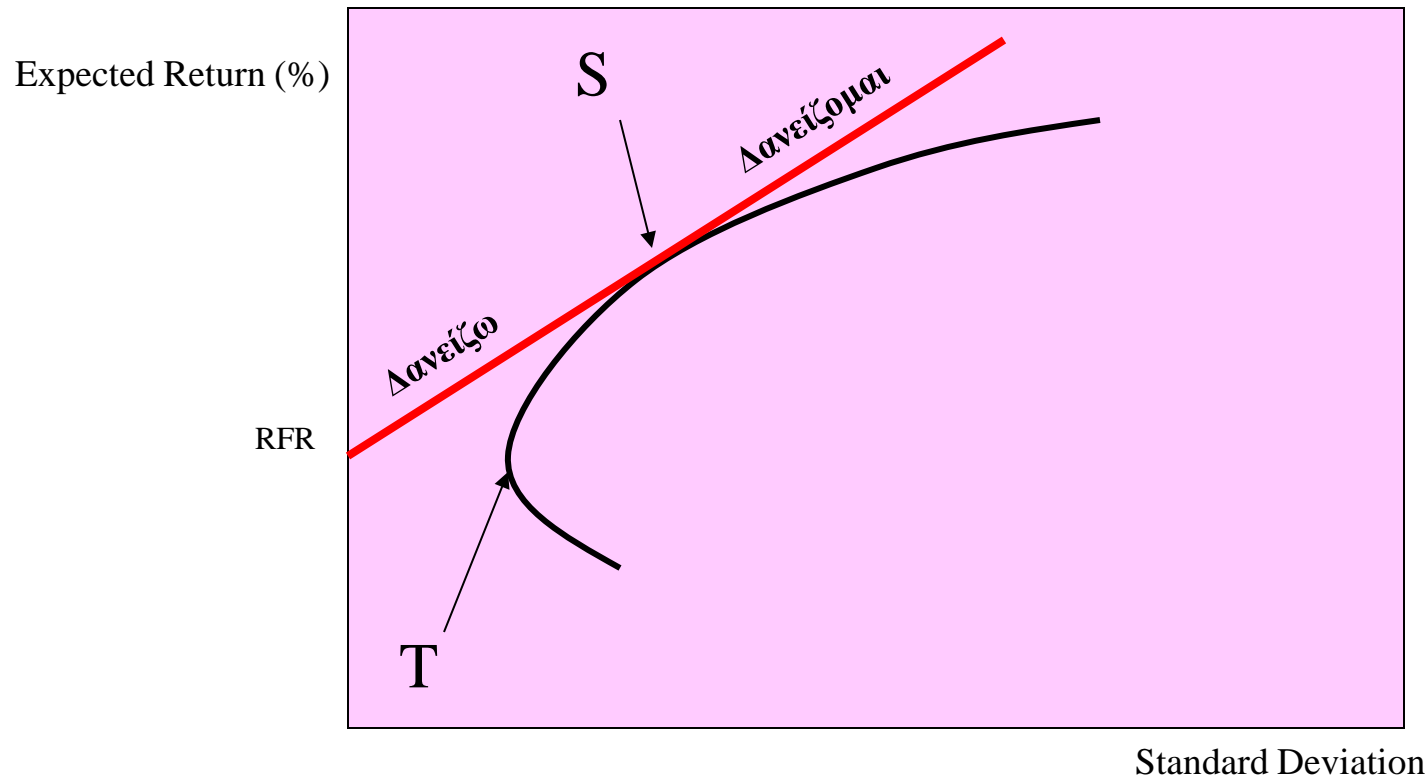
Αποτελεσματικό Σύνορο – Παράδειγμα



Κανένα χαρτοφυλάκιο επί του αποτελεσματικού συνόρου δεν υπερτερεί έναντι κάποιου άλλου επί του αποτελεσματικού συνόρου

Αποτελεσματικό Σύνορο

- Το να δανείσουμε ή να δανειστούμε με επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (RFR), μας επιτρέπει να κινηθούμε εκτός αποτελεσματικού συνόρου.



Αποτελεσματικό Σύνορο

Παράδειγμα

Συντελεστής Συσχέτισης = .4

<u>Μετοχές</u>	<u>σ</u>	<u>% of Portfolio</u>	<u>Μέση Απόδοση</u>
ABC Corp	28	60%	15%
Big Corp	42	40%	21%

$\sigma =$ μεσοσταθμική = 33.6

$\sigma =$ Χαρτοφυλακίου = 28.1

Απόδοση = μεσοσταθμική = Χαρτοφυλακίου = 17.4%



Αποτελεσματικό Σύνορο

<u>Παράδειγμα</u>		Συντελεστής Συσχέτισης = .4	
<u>Μετοχές</u>	<u>σ</u>	<u>% of Portfolio</u>	<u>Μέση Απόδοση</u>
ABC Corp	28	60%	15%
Big Corp	42	40%	21%

$\sigma = \text{μεσοσταθμική} = \underline{33.6}$

$\sigma = \text{Χαρτοφυλακίου} = \underline{28.1}$

$\text{Απόδοση} = \text{μεσοσταθμική} = \text{Χαρτοφυλακίου} = \underline{17.4\%}$

Ας προσθέσουμε μία νέα μετοχή στο χαρτοφυλάκιο



Αποτελεσματικό Σύνορο

<u>Παράδειγμα</u>		Συντελεστής Συσχέτισης = .3	
<u>Μετοχές</u>	<u>σ</u>	<u>% of Portfolio</u>	<u>Μέση Απόδοση</u>
Portfolio	28.1	50%	17.4%
<i>New Corp</i>	30	50%	19%

Νέα σ = μεσοσταθμική = 31.80

ΝΕΑ σ = Χαρτοφυλακίου = 23.43

ΝΕΑ R = μεσοσταθμική = Χαρτοφυλάκιο = 18.20%



Αποτελεσματικό Σύνορο

Συντελεστής Συσχέτισης = .3

<u>Παράδειγμα</u>	σ	% of Portfolio	Μέση Απόδοση
Μετοχές Portfolio	28.1	50%	17.4%
New Corp	30	50%	19%

Νέα σ = μεσοσταθμική = 31.80

ΝΕΑ σ = Χαρτοφυλακίου = 23.43

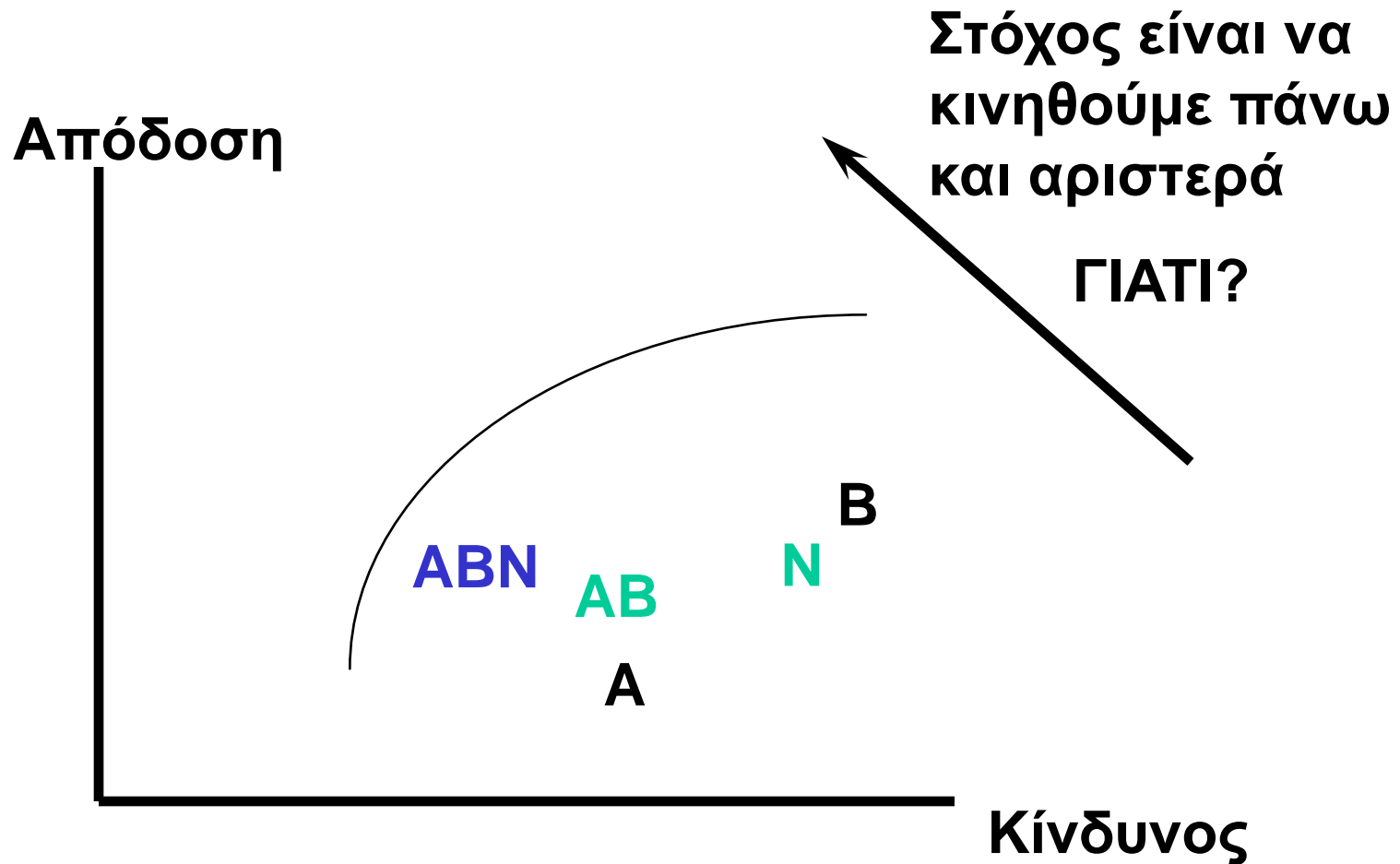
ΝΕΑ R = μεσοσταθμική = Χαρτοφυλάκιο = 18.20%

Σημείωση: Υψηλότερη Απόδοση & Μικρότερο Ρίσκο

Πως το κάναμε? ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ

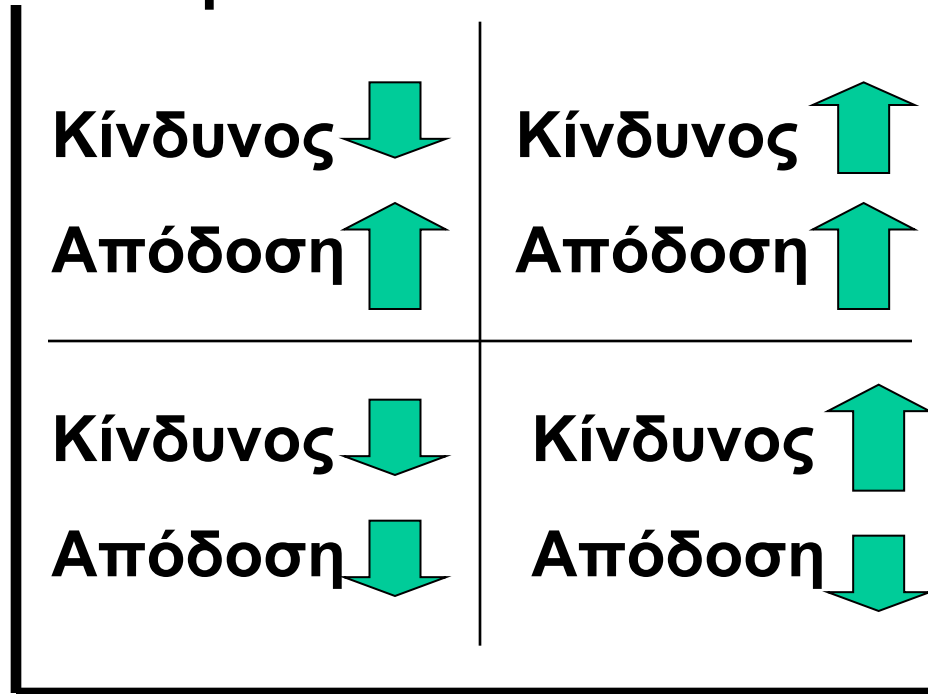


Αποτελεσματικό Σύνορο



Αποτελεσματικό Σύνορο

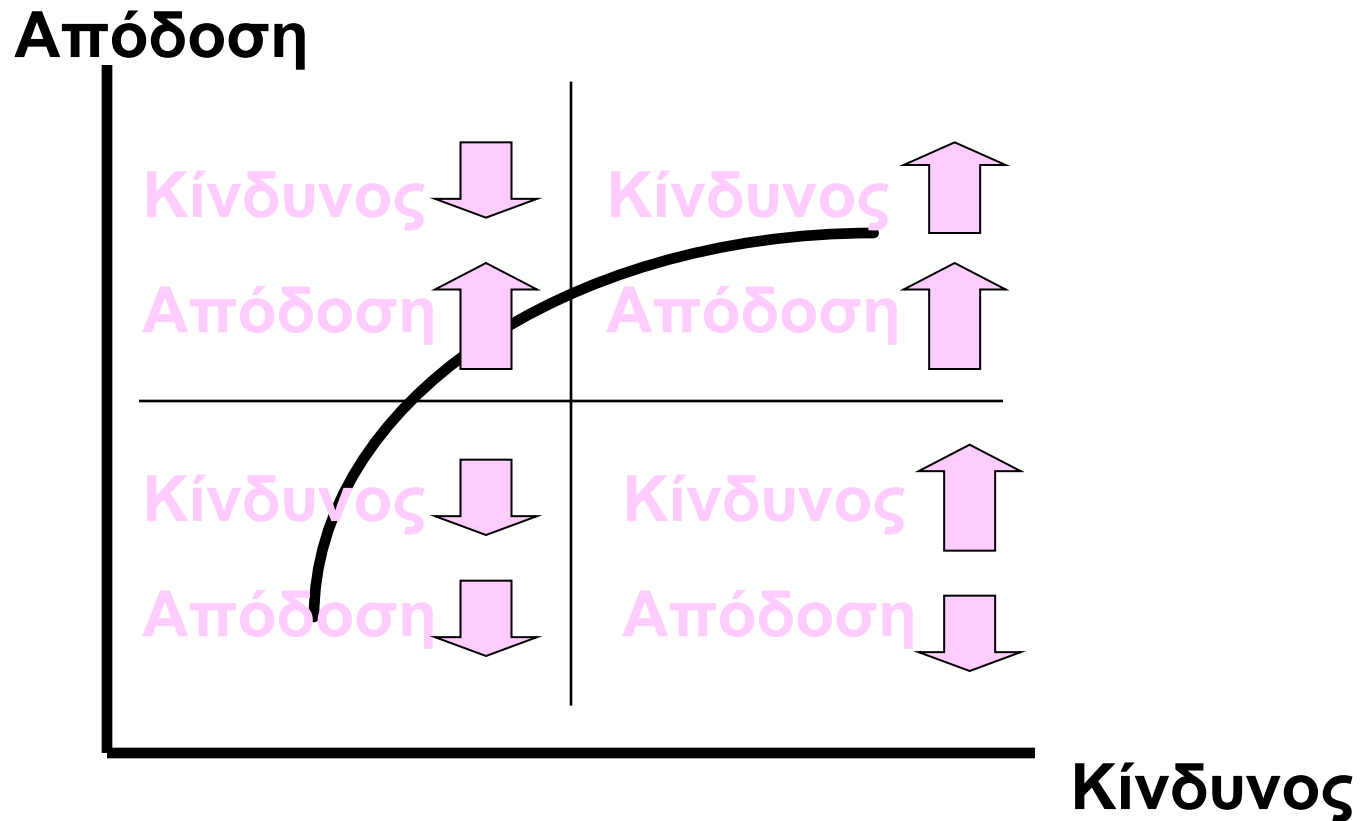
Απόδοση



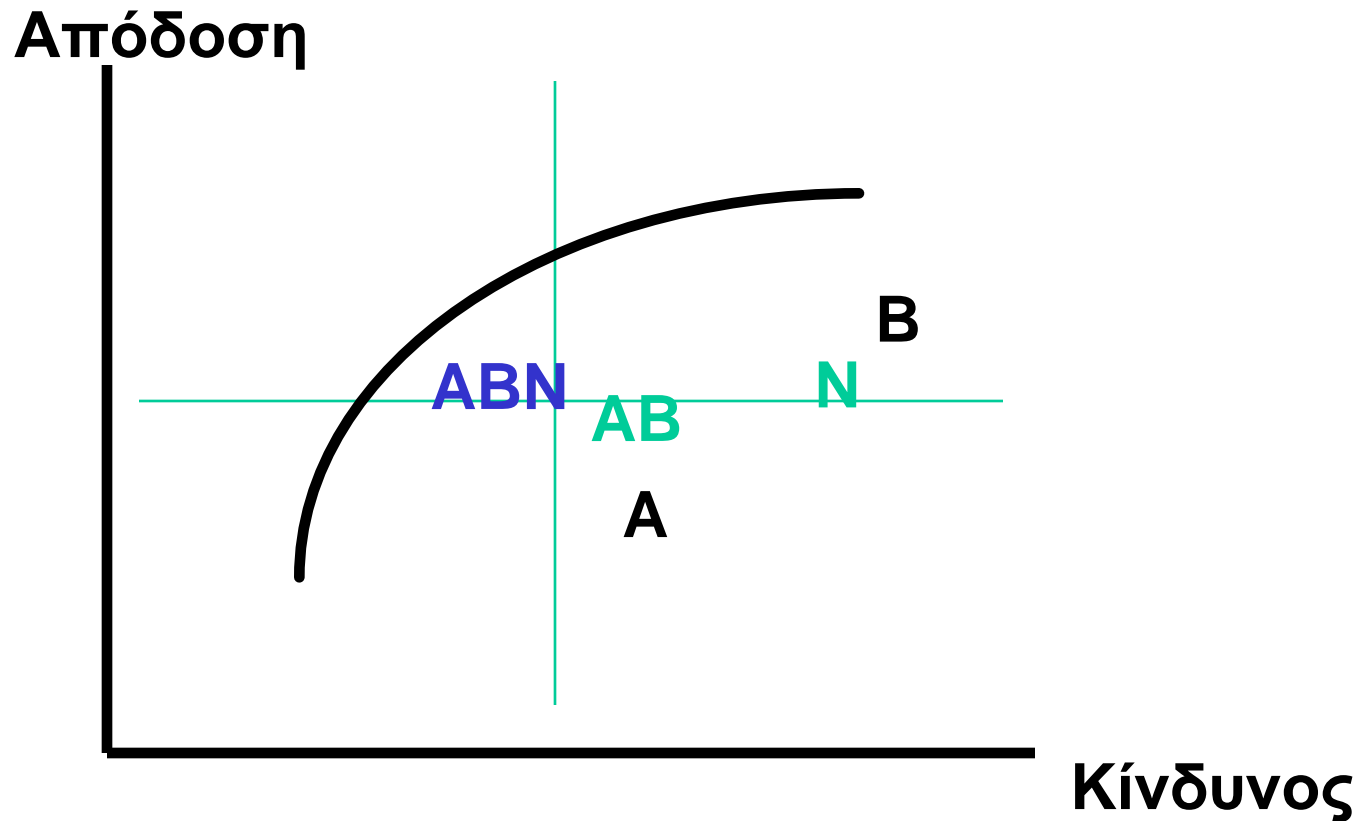
Κίνδυνος



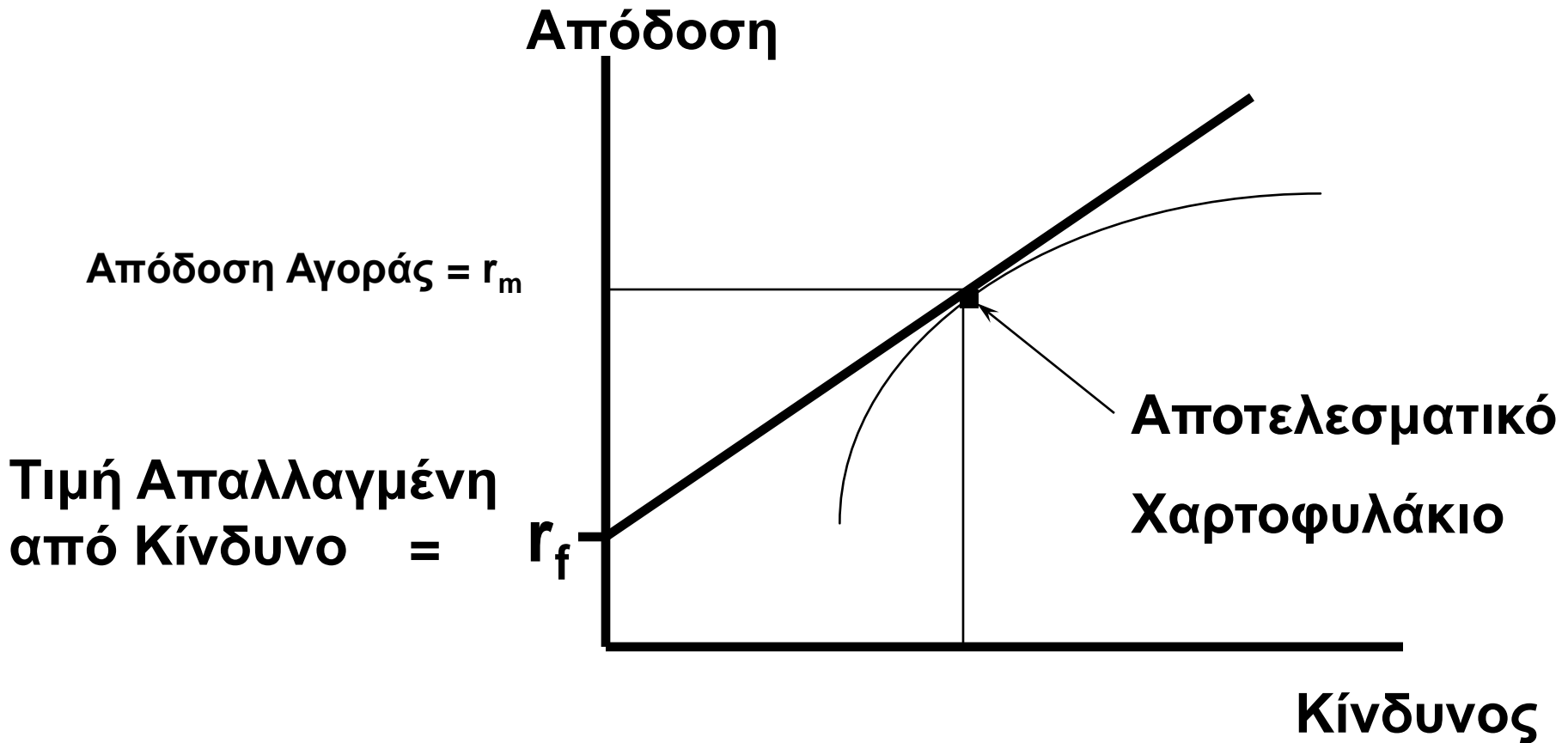
Αποτελεσματικό Σύνορο



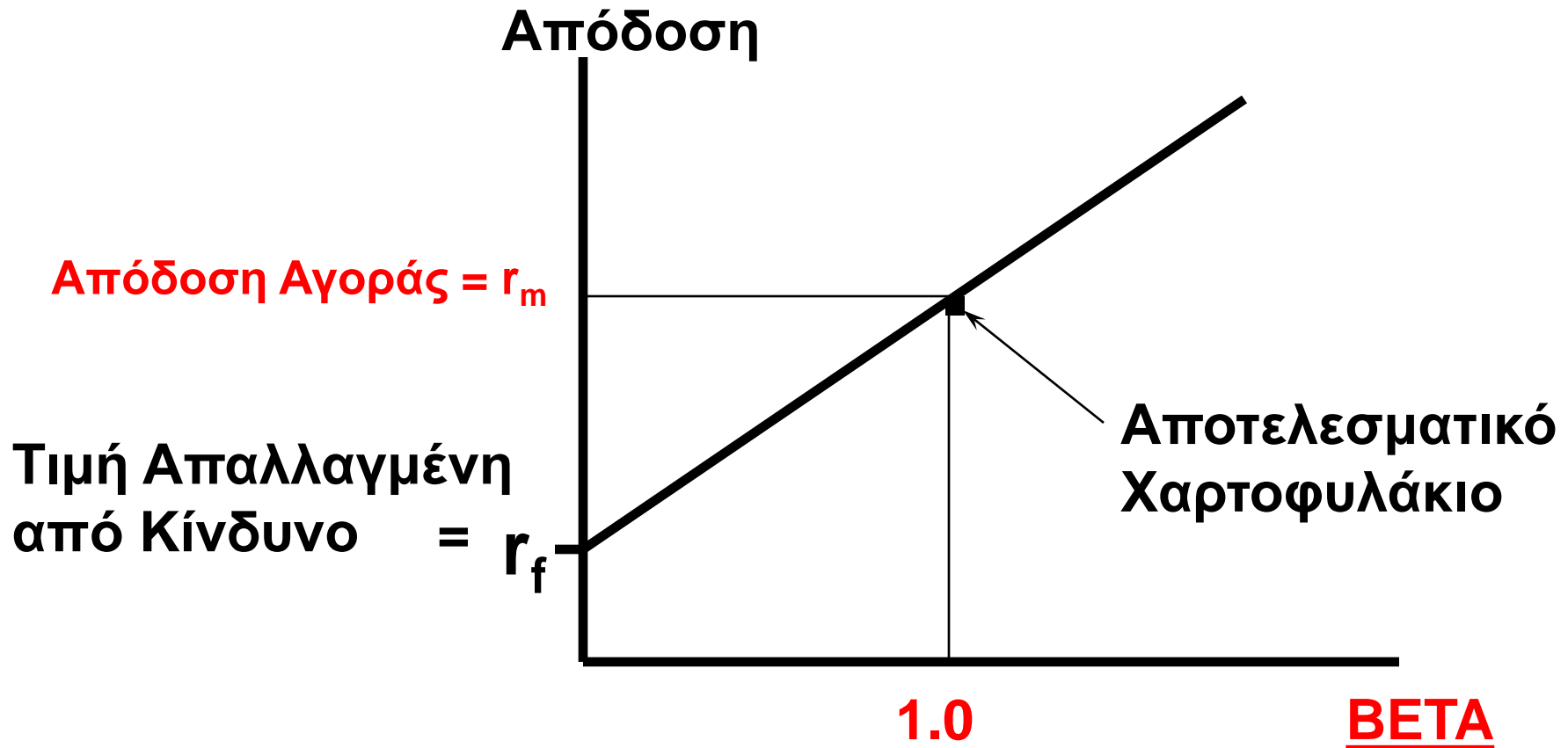
Αποτελεσματικό Σύνορο



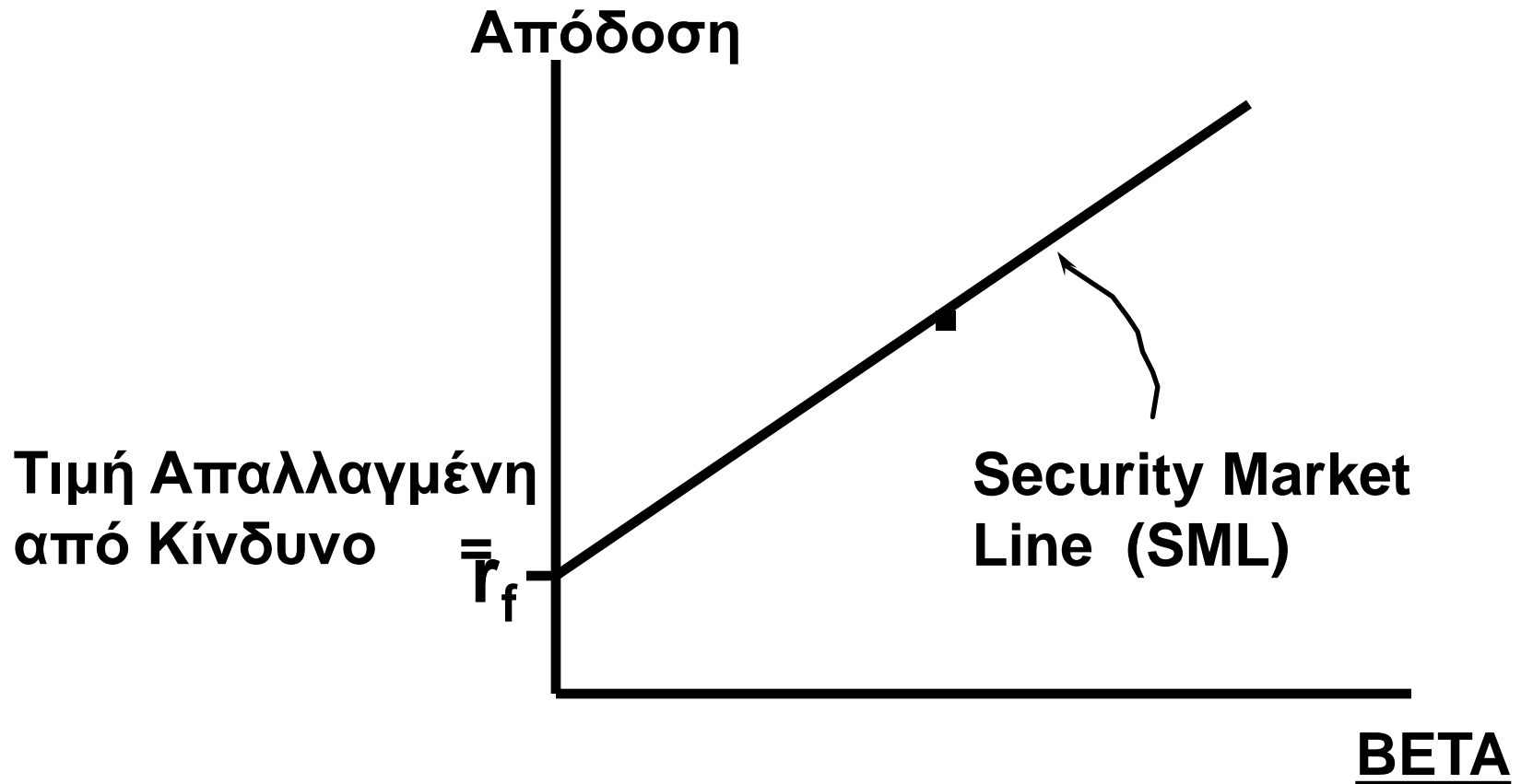
Security Market Line



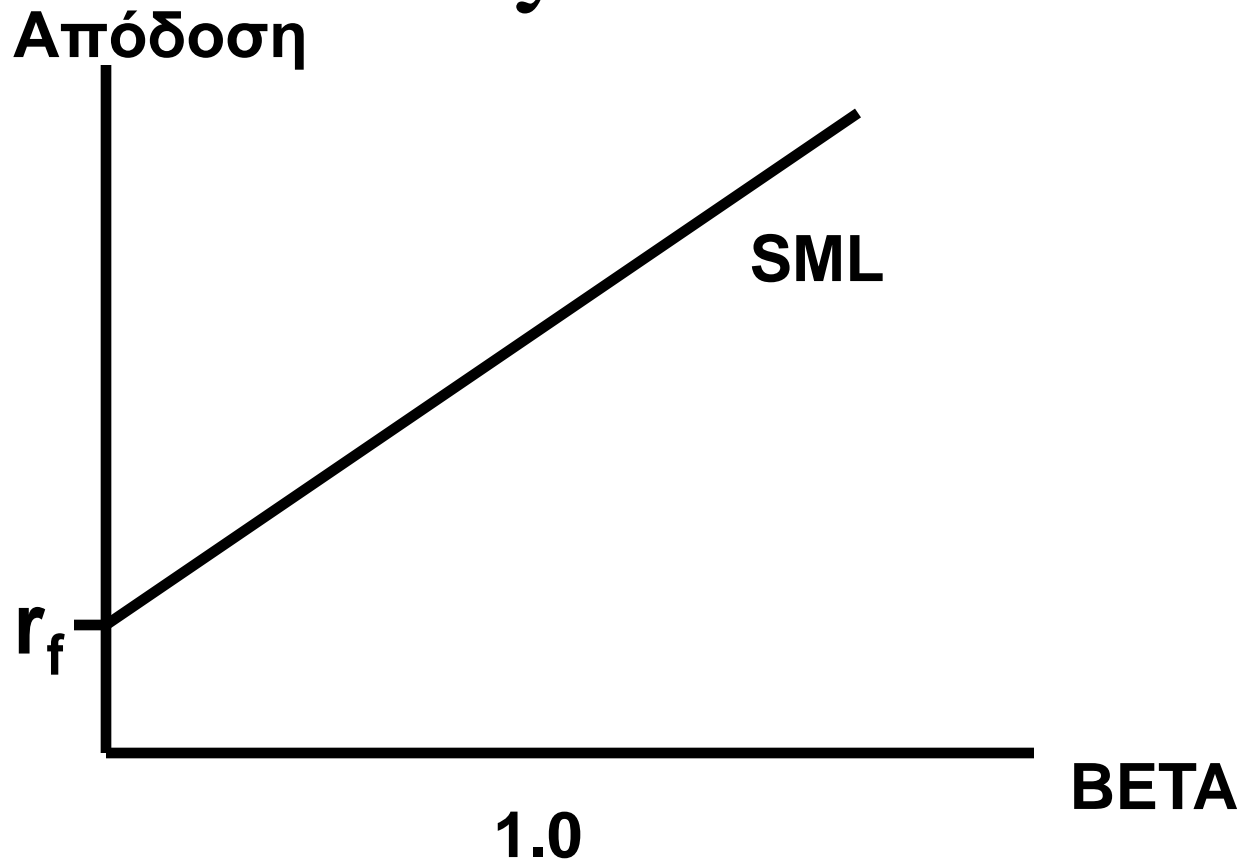
Security Market Line



Security Market Line



Security Market Line



$$\text{SML Equation} = r_f + B (r_m - r_f)$$



Capital Asset Pricing Model

$$R = r_f + B (r_m - r_f)$$

CAPM



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Υποθέστε ότι αναμένετε RFR 8% με απόδοση της οικονομίας 14%.
Αν το συστηματικό σας ρίσκο έχει ως

Επένδυση	β
A	0,70
B	1,00
Γ	1,15
Δ	1,40
E	-0,30

Να υπολογιστούν οι αναμενόμενες – απαιτούμενες αποδόσεις $E(R)$ και να τοποθετηθούν στην καμπύλη αποτίμησης χρεογράφων (SML)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Όταν:

Επένδυση	Τρέχουσα τιμή	Αναμενόμενη τιμή	Αναμενόμενο Μέρισμα	Μελλοντική Απόδοση (%)
A	25	27	1,00	
B	40	42	1,25	
Γ	33	40	1,00	
Δ	64	65	2,40	
E	50	55	-	



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΛΥΣΗ

$$\text{Μελλοντική Απόδοση} = \frac{\text{EP(Αναμενόμενη τιμή)} - \text{BP(Τρέχουσα Τιμή)} + \text{D(Αναμενόμενο Μέρισμα)}}{\text{BP (Τρέχουσα Τιμή)}}$$

$$E(R) = RFR + \beta (R_m - RFR)$$

$$E(R) = 0,08 + 0,70 (0,14 - 0,08) = 0,122 = 12,2\%$$

$$E(R) = 0,08 + 1,00 (0,14 - 0,08) = 0,14 = 14\%$$

$$E(R) = 0,08 + 1,15 (0,14 - 0,08) = 0,149 = 14,9\%$$

$$E(R) = 0,08 + 1,40 (0,14 - 0,08) = 0,164 = 16,4\%$$

$$E(R) = 0,08 + (-0,30) (0,14 - 0,08) = 0,062 = 6,2\%$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Επένδυση	β	Αναμενόμενη – απαιτούμενη Απόδοση	Μελλοντική Απόδοση	$-\Delta\%$	Αποτίμηση
A	0,70	12,2	12,0	-0,2	Δίκαια Αποτιμημένη
B	1,00	14,00	8,1	-5,9	Υπερτιμημένη
Γ	1,15	14,9	24,2	9,3	Υποτιμημένη
Δ	1,40	16,4	5,3	-11,1	Υπερτιμημένη
E	-0,30	6,2	10,0	3,8	Υποτιμημένη



Security Market Line

