



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

ΠΕΡΣΕΦΟΝΗ ΠΟΛΥΧΡΟΝΙΔΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΤΕ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



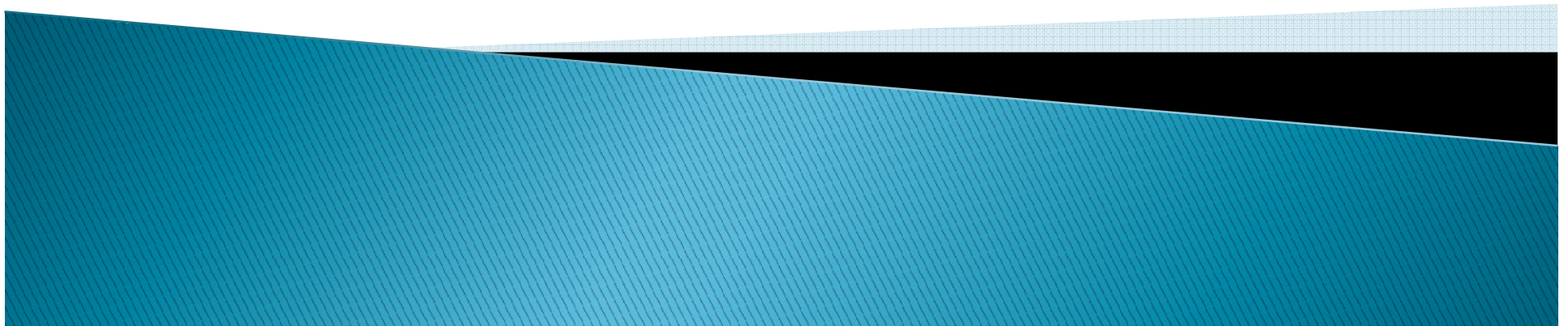
Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



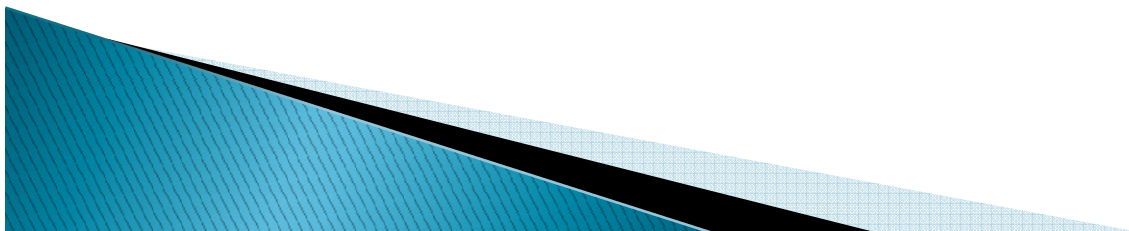
Προβλήματα Βελτιστοποίησης Δικτύων

Δρ. Περσεφόνη Πολυχρονίδου




Το μοντέλο του ζευγνύοντος δέντρου

Αντικειμενικός στόχος είναι η επιλογή των κλάδων του δικτύου, έτσι ώστε όλοι οι κόμβοι του να είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους, ελαχιστοποιώντας το συνολικό κόστος της σύνδεσης.

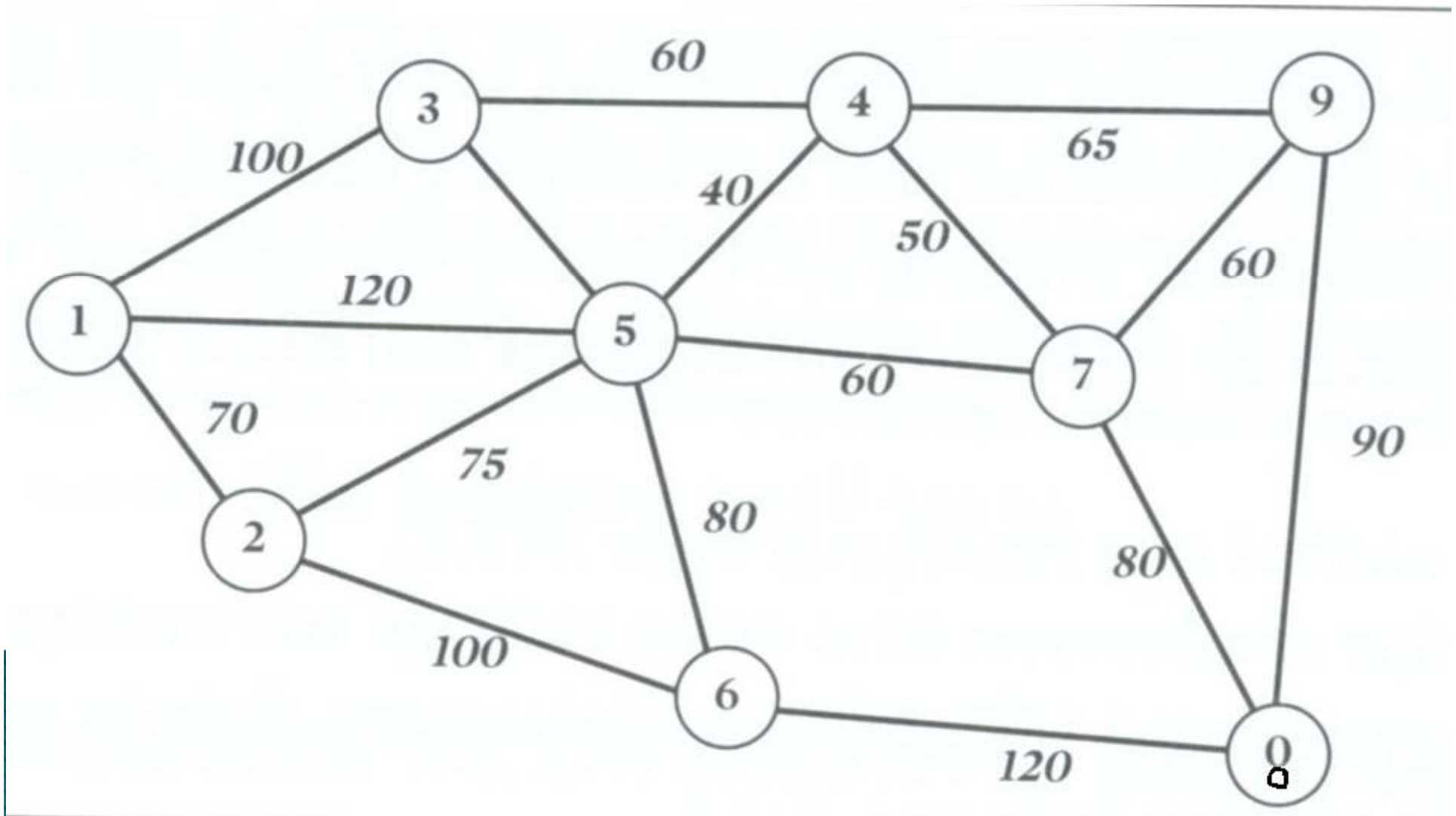


Δίκτυο οπτικών ινών για διακίνηση δεδομένων

Σε ένα εκπαιδευτικό ίδρυμα υπάρχουν μικρά δίκτυα υπολογιστών σε διάφορα εργαστήρια και γραφεία τα οποία βρίσκονται σε διαφορετικά κτίρια. Η διοίκηση του ιδρύματος αποφάσισε να συνδέσει με οπτικές ίνες όλα τα επιμέρους δίκτυα σε ένα συνολικό δίκτυο. Για να λειτουργήσει αυτό δεν είναι απαραίτητο το κάθε εργαστήριο να συνδέεται με τα υπόλοιπα απευθείας. Στο σχήμα δίνονται οι αποστάσεις των κτιρίων τα οποία παρίστανται με κόμβους. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους σύνδεσης.



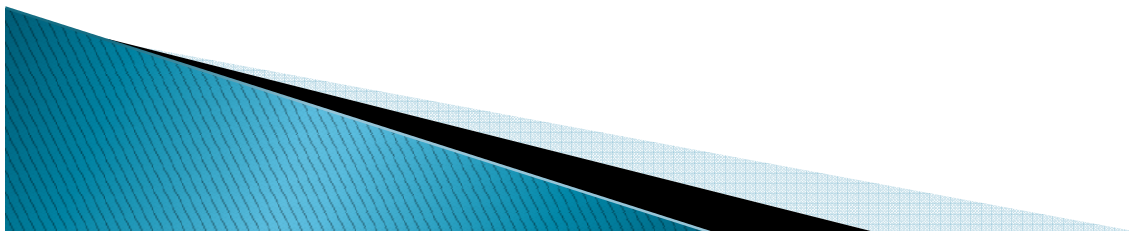
Το δίκτυο



Αλγόριθμος – Βήματα

Βήμα 1:

Κατατάσσουμε όλους τους κλάδους του δικτύου κατά αύξουσα σειρά κόστους (απόσταση). Αν δύο κλάδοι έχουν το ίδιο μήκος δεν έχει σημασία η διάταξή τους.

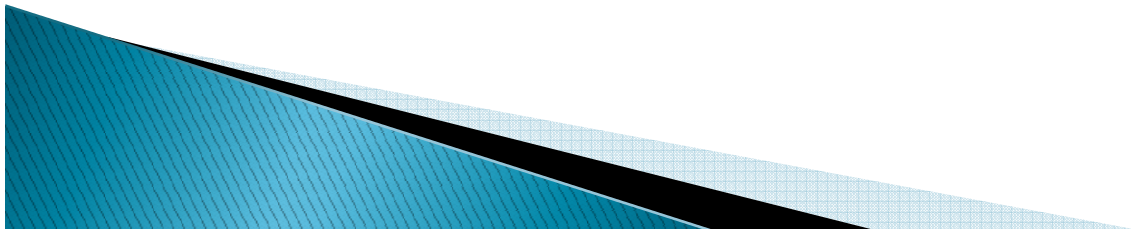


Κλάδος	Απόσταση (μέτρα)
(5,4)	40
(4,7)	50
(5,7)	60
(3,4)	60
(7,9)	60
(4,9)	65
(1,2)	70
(2,5)	75
(5,6)	80
(7,8)	80
(8,9)	90
(1,3)	100
(2,6)	100
(1,5)	120
(6,8)	120

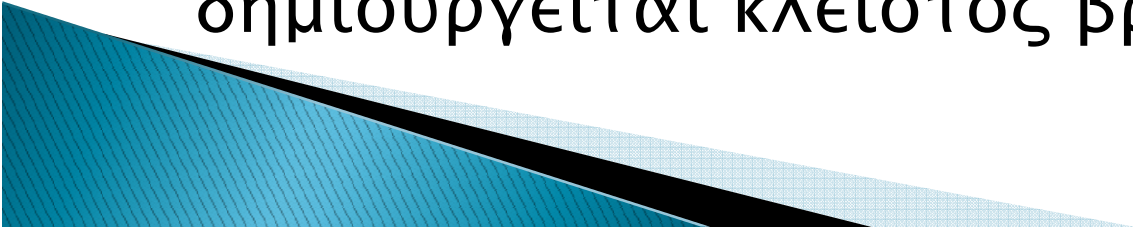
Αλγόριθμος – Βήματα

Βήμα 2:

Ξεκινώντας από τον πρώτο κλάδο, επιλέγουμε με τη σειρά εκείνους τους κλάδους που δεν οδηγούν στη δημιουργία κλειστού βρόγχου (δεν επανέρχεται η διαδρομή σε κόμβους που έχουν ήδη επιλεγεί).



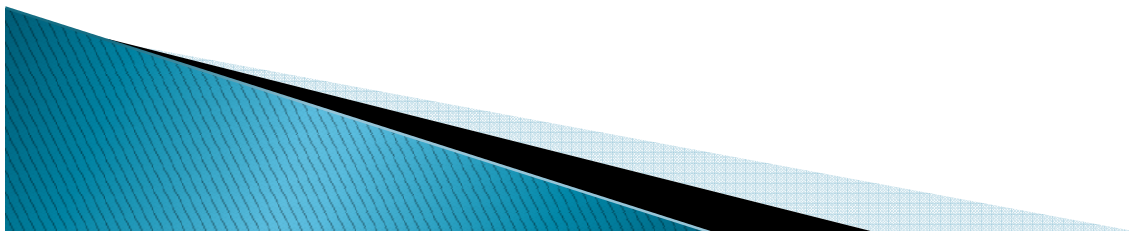
Βήμα 2:

- ▶ Πρώτος επιλέγεται ο κλάδος (5,4).
 - ▶ Προχωρούμε στο 2^ο κατά σειρά (4,7) .
 - ▶ Τον 3^ο κατά σειρά δεν τον επιλέγουμε, γιατί δημιουργεί κλειστό βρόγχο (4-5-7-4).
 - ▶ Επιλέγουμε τους (3,4) και (7,9).
 - ▶ Δεν επιλέγουμε τον (4,9), γιατί δημιουργεί κλειστό βρόγχο (4-7-9-4).
 - ▶ Επιλέγουμε τους (1,2), (2,5), (5,6) και (7,8).
 - ▶ Δεν επιλέγουμε τους υπόλοιπους, γιατί δημιουργείται κλειστός βρόγχος.
- 

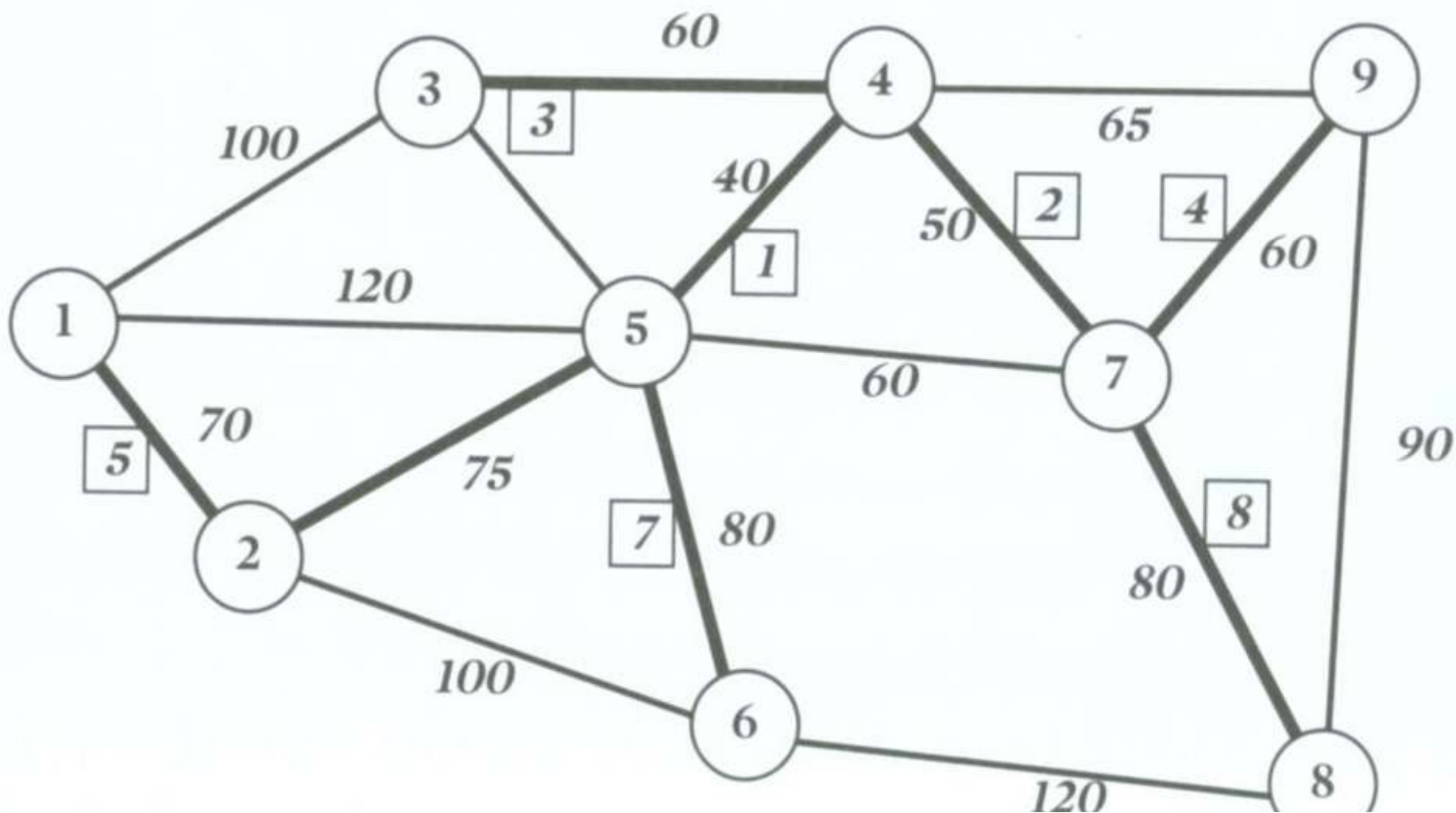
Αλγόριθμος – Βήματα

Βήμα 3:

Η βέλτιστη λύση έχει επιτευχθεί όταν όλοι οι κόμβοι του δικτύου έχουν επιλεγεί.

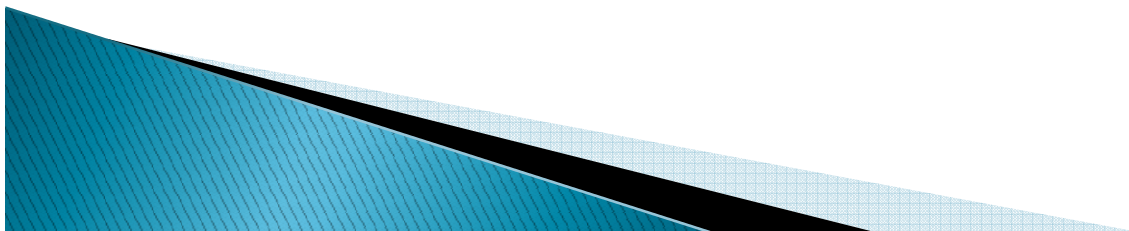


Επίλυση του ζευγνύοντος δέντρου



Το πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής

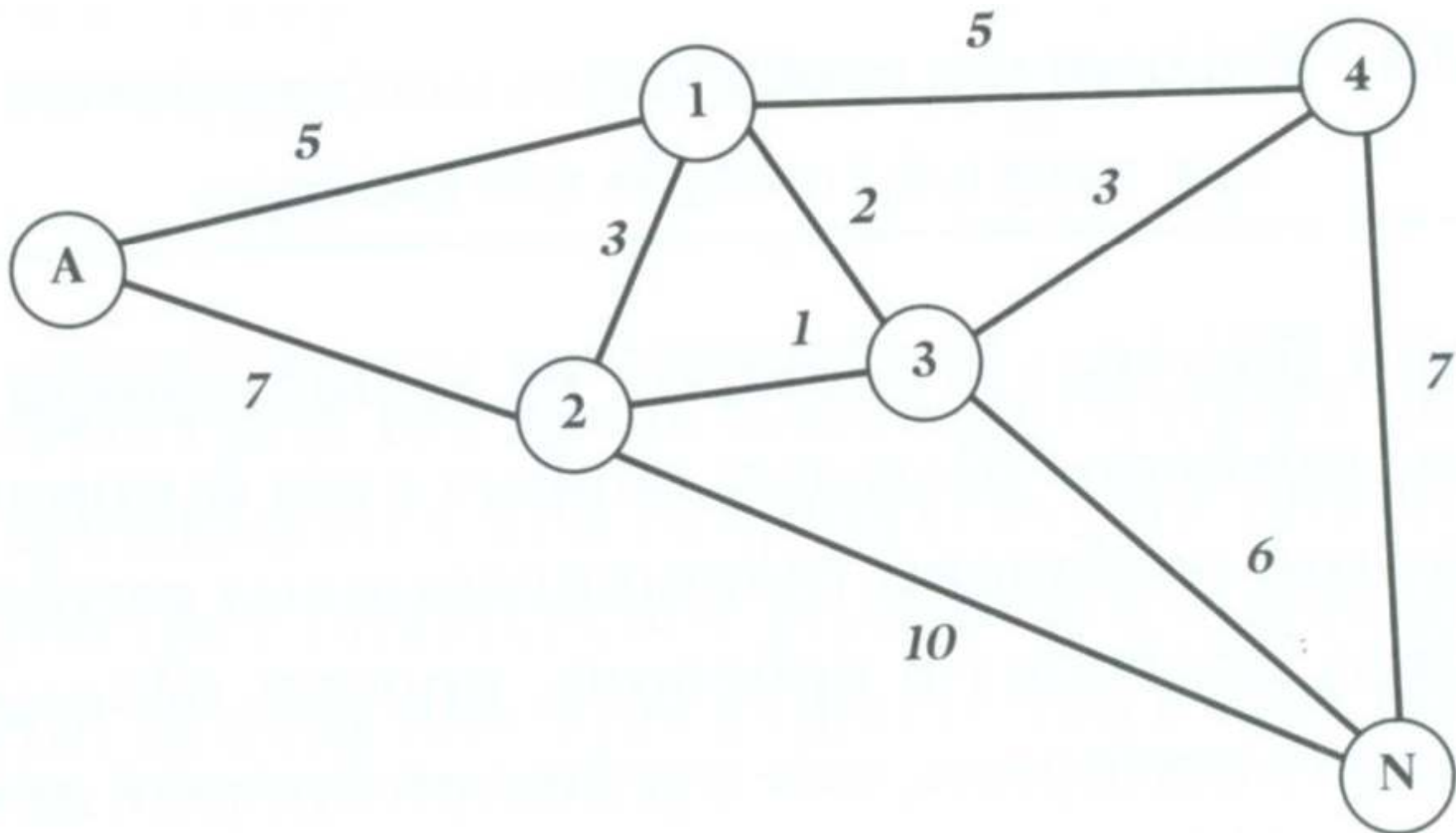
- ▶ Αντικειμενικός στόχος είναι η επιλογή εκείνων των κλάδων που θα συνδέσουν τον αρχικό με τον τελικό κόμβο ενός δικτύου με τη συντομότερη δυνατή διαδρομή (κόστος ή χρόνος ή απόσταση).
- ▶ Αρχικός και τελικός κόμβος μπορεί να μην ορίζονται και η επιλογή τους να είναι αυθαίρετη.



Εύρεση συντομότερης διαδρομής σε οδικό δίκτυο

Μία νοσοκομειακή μονάδα με ειδικό τμήμα εντατικής παρακολούθησης καρδιακών επεισοδίων βρίσκεται στα βόρεια προάστια των Αθηνών. Οι κλήσεις που δέχεται προέρχονται από διάφορα σημεία, με ιδιαίτερα προβλήματα σε ώρες αιχμής από το άλλο άκρο της πόλης. Μετά από έρευνα οι υπεύθυνοι έχουν εντοπίσει εναλλακτικές οδικές αρτηρίες από το νότιο άκρο της πόλης (κόμβος N) προς το νοσοκομείο. Το σχεδιάγραμμα απεικονίζει τις αποστάσεις σε χρόνο (λεπτά) των εναλλακτικών αρτηριών. Ποια είναι η συντομότερη απόσταση από το νότιο άκρο στο νοσοκομείο (κόμβος A);

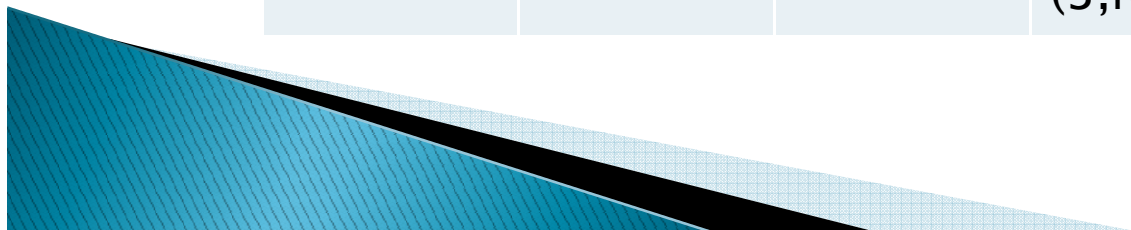
Το δίκτυο



Αλγόριθμος – Βήματα

Βήμα 1: Για κάθε κόμβο καταγράφουμε όλους τους κλάδους που ξεκινούν από τον συγκεκριμένο κόμβο με αύξουσα σειρά απόστασης. Παραλείπονται οι κλάδοι που οδηγούν στον A ή ξεκινούν από τον N.

A	1	2	3	4
(A,1)-5	(1,3)-2	(2,3)-1	(3,2)-1	(4,3)-3
(A,2)-7	(1,2)-3	(2,1)-3	(3,1)-2	(4,1)-5
	(1,3)-5	(2,N)-10	(3,4)-3	(4,N)-7
			(3,N)-6	



Βήμα 2:

Βρίσκουμε τον κόμβο που είναι πλησιέστερα στον αρχικό (πρώτη στήλη). Διαγράφουμε όλους τους άλλους που οδηγούν στον κόμβο 1. Σημειώνουμε την απόσταση του κόμβου 1 από την αρχή πάνω από τη στήλη του.

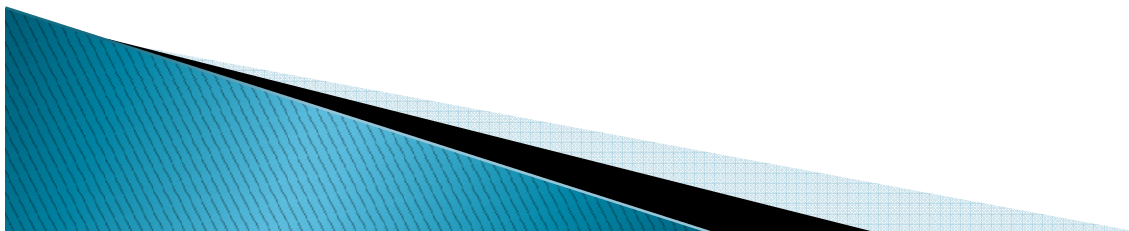
	5				
A	1	2	3	4	N
(A,1)-5	(1,3)-2	(2,3)-1	(3,2)-1	(4,3)-3	
(A,2)-7	(1,2)-3	(2,1)-3	(3,1)-2	(4,1)-5	
	(1,3)-5	(2,N)-10	(3,4)-3	(4,N)-7	
			(3,N)-6		

Βήμα 3:

Εντοπίζουμε τους κόμβους που βρίσκονται πλησιέστερα στους συνδεδεμένους κόμβους A και 1. Για καθένα από αυτούς υπολογίζουμε την απόσταση από τη αρχή. Επιλέγουμε αυτόν με τη μικρότερη απόσταση.

Κόμβος A. Πλησιέστερος κόμβος ο 2. Απόσταση 7.

Κόμβος 1. Πλησιέστερος κόμβος ο 3. Απόσταση από A = 2 (απόσταση (1,3)) + 5 (απόσταση (1,A)) = 7.



Βήμα 3:

Επειδή έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα επιλέγουμε προσωρινά και τις 2 διαδρομές. Συνδεδεμένοι κόμβοι οι A, 1, 2 και 3. Απόσταση νέων κόμβων από την αρχή είναι 7 και αναγράφεται πάνω από τις αντίστοιχες στήλες.

	5	7	7		
A	1	2	3	4	N
(A,1)-5	(1,3)-2	(2,3)-1	(3,2)-1	(4,3)-3	
(A,2)-7	(1,2)-3	(2,1)-3	(3,1)-2	(4,1)-5	
	(1,3)-5	(2,N)-10	(3,4)-3	(4,N)-7	
			(3,N)-6		

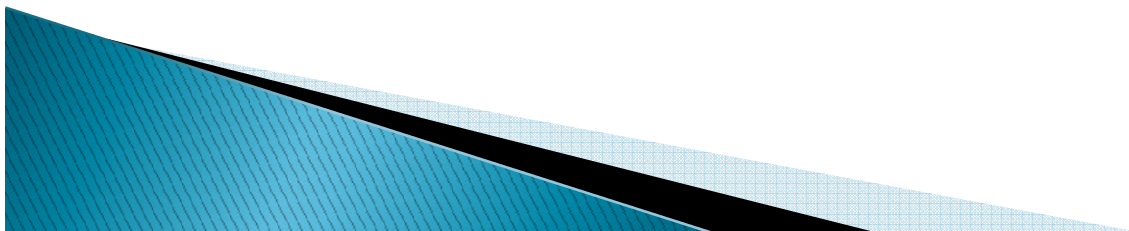
Βήμα 4:

Επαναλαμβάνουμε το προηγούμενο βήμα.

Εντοπίζουμε τους πλησιέστερους κόμβους σε αυτούς που έχουν ήδη συνδεθεί. Πλησιέστερα στον 1 είναι ο 4, στον 2 ο N και στον 3 ο 4. Η σύγκριση των αποστάσεων δίνει:

Κόμβος 1. Πλησιέστερος κόμβος ο 4. Απόσταση από την αρχή $A=5+5=10$.

Κόμβος 2. Πλησιέστερος κόμβος ο N. Απόσταση από την αρχή $A = 10$ (απόσταση (2,N)) + 7 (απόσταση (2,A)) = 17.



Βήμα 4:

Κόμβος 3. Πλησιέστερος κόμβος ο 4. Απόσταση από την αρχή $A = 3$ (απόσταση (3,4)) + 7 (απόσταση (3,A)) = 10.

Ο κόμβος 4 βρίσκεται πλησιέστερα στους συνδεδεμένους κόμβους με απόσταση 10 (μέσω των (1,4) ή (3,4)). Επιλέγουμε και τους 2 και διαγράφουμε όλους τους κλάδους που οδηγούν στον 4.

	5	7	7	10	
A	1	2	3	4	N
(A,1)-5	(1,3)-2	(2,3)-1	(3,2)-1	(4,3)-3	
(A,2)-7	(1,2)-3	(2,1)-3	(3,1)-2	(4,1)-5	
	(1,3)-5	(2,N)-10	(3,4)-3	(4,N)-7	
			(3,N)-6		

Βήμα 5:

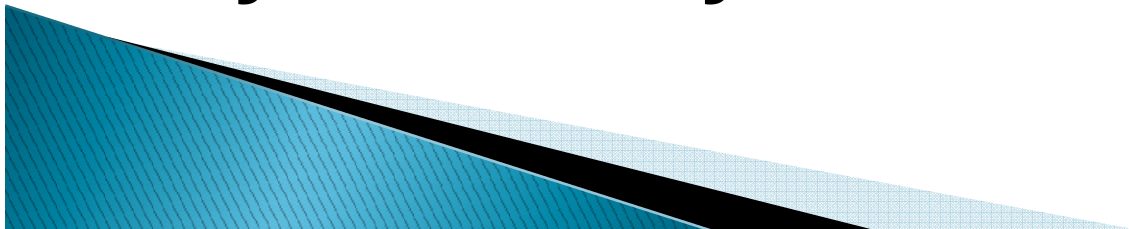
Προχωρούμε όπως προηγουμένως. Ο μόνος κόμβος που απέμεινε είναι ο N. Η σύγκριση των αποστάσεων δίνει:

Κόμβος 2. Απόσταση κόμβου N: $10+7=17$.

Κόμβος 3. Απόσταση κόμβου N: $6+7=13$.

Κόμβος 4. Απόσταση κόμβου N: $7+10=17$.

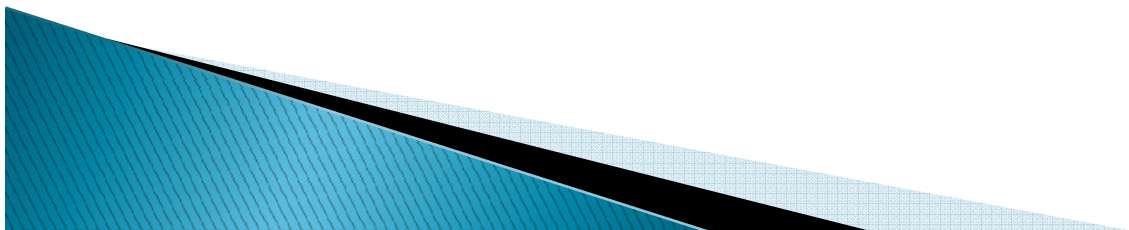
Η μικρότερη απόσταση είναι μέσω του κόμβου 3. Επιλέγουμε τον κλάδο (3,N) και διαγράφουμε τους υπόλοιπους.



Βήμα 5:

	5	7	7	10	13
A	1	2	3	4	N
(A,1)-5	(1,3)-2	(2,3)-1	(3,2)-1	(4,3)-3	
(A,2)-7	(1,2)-3	(2,1)-3	(3,1)-2	(4,1)-5	
	(1,3)-5	(2,N)-10	(3,4)-3	(4,N)-7	
			(3,N)-6		

Όλοι οι κόμβοι έχουν συνδεθεί με την αρχή. Η μικρότερη απόσταση κάθε κόμβου από την αρχή φαίνεται στην 1^η γραμμή.



Διαδρομή με την ελάχιστη απόσταση

Τελικό κόμβος N. Βρίσκουμε τους κλάδους που έχουν επιλεγεί με έντονη γραφή στα διαδοχικά βήματα του αλγορίθμου και οδηγούν στον N. Υπάρχει μόνο ένας ο $(3, N)$.

Κόμβος 3. Βρίσκουμε τους κλάδους που έχουν επιλεγεί με έντονη γραφή στα διαδοχικά βήματα του αλγορίθμου και οδηγούν στον 3. Υπάρχει μόνο ένας ο $(1, 3)$.

Συνεχίζουμε ομοίως.

Επομένως, η διαδρομή με τη μικρότερη απόσταση είναι: A - 1 - 3 - N.

