

Μηχανική Ρευστών II

Ενότητα 9): Άνάλυση ασκήσεων για ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Δ. Μισηρλής
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών ΤΕ



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Σ, ΑΝ. ΚΑΘΗ ΗΤΗΣ

ΕΞΑΜΗΝΟ 2010-2011

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

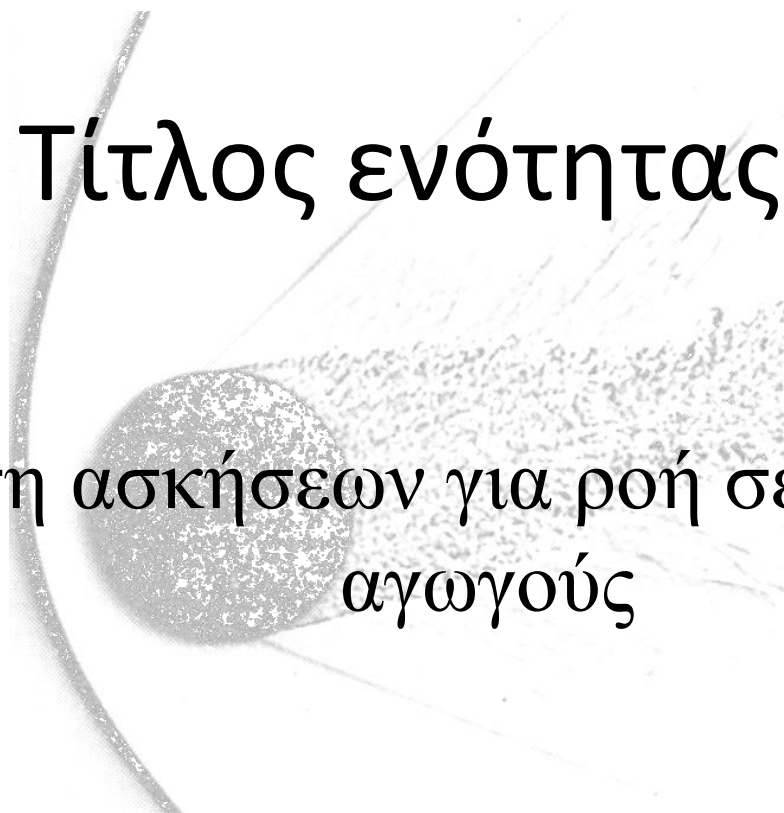
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

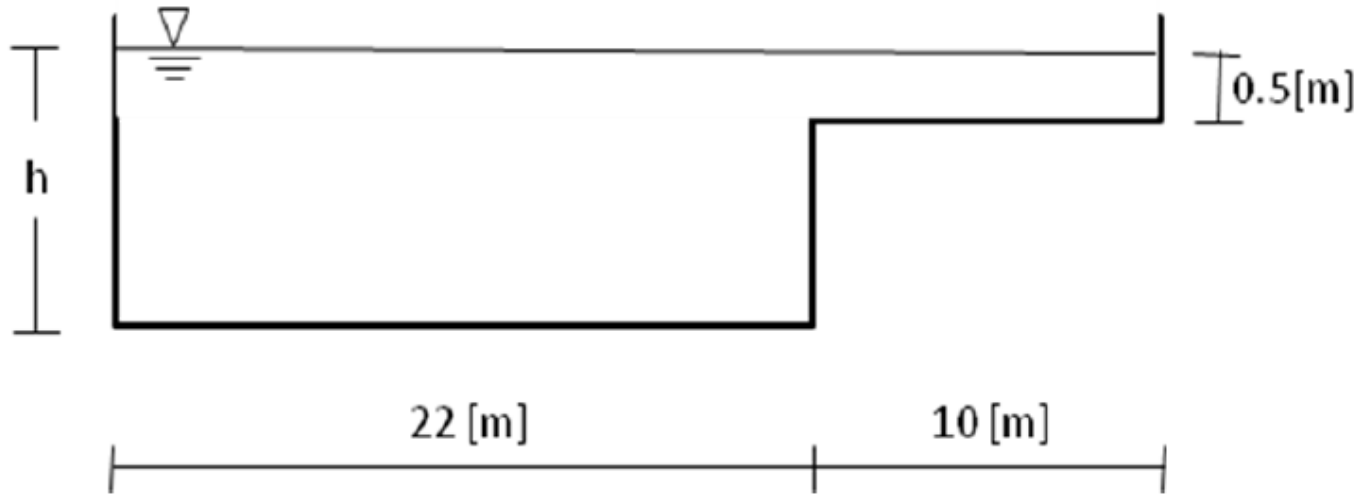
Τίτλος ενότητας

Άνάλυση ασκήσεων για ροή σε ανοικτούς αγωγούς



3^ο ΘΕΜΑ (3.0 μονάδες):

Ευθύγραμμο κανάλι μεγάλου μήκους με συντελεστή Manning 0.30, έχει σταθερή διατομή σε όλο το μήκος του, η οποία δίνεται στο σχήμα. Η κλίση του καναλιού είναι επίσης σταθερή σε όλο το μήκος του και ίση με 0.3° . Η συνολική παροχή του καναλιού είναι $6 \text{ [m}^3/\text{s]}$. Να υπολογίσετε το βάθος ροής h της κύριας κοίτης του καναλιού.



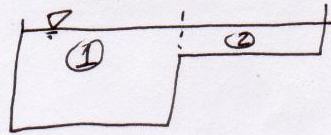
Όλεμα 3^ο

$$S_0 = \tan \theta = \tan 0.3^\circ = 0.005236$$

$$Q_2 = \frac{A_2}{n} R_{h_2}^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$A_2 = 10 \times 0.5 = 5 \text{ m}^2$$

$$R_{h_2} = \frac{A}{P} = \frac{5}{10+0.5} = 0.4762 \text{ m}$$



$$\Rightarrow Q_2 = \frac{5}{0.30} \times 0.4762^{2/3} \times 0.005236^{1/2} = 0.7354 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Άρα } Q_1 = Q - Q_2 = 6 - 0.7354 = 5.2646 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = \frac{A_1}{n} R_{h_1}^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$A_1 = 22h_1$$

$$R_{h_1} = \frac{A}{P} = \frac{22h_1}{22+h_1+h_1-0.5} = \frac{22h_1}{21.5+2h_1}$$

$$\Rightarrow 5.2646 = \frac{22h_1}{0.30} \times \left(\frac{22h_1}{21.5+2h_1} \right)^{2/3} \times 0.005236^{1/2} \Rightarrow$$

$$0.9921 = h_1 \left(\frac{22h_1}{21.5+2h_1} \right)^{2/3} \Rightarrow 0.9921 = \left(\frac{22h_1 \cdot h_1^{3/2}}{21.5+2h_1} \right)^{2/3} \Rightarrow$$

$$0.9921^{3/2} = \frac{22h_1^{5/2}}{21.5+2h_1} \Rightarrow 0.9882 = \frac{22h_1^{5/2}}{21.5+2h_1} \Rightarrow$$

$$0.04492 = \frac{h_1^{5/2}}{21.5+2h_1} \Rightarrow 0.9657 + 0.08984h_1 = h_1^{5/2} \Rightarrow$$

$$h_1 = (0.9657 + 0.08984h_1)^{2/5}$$

trial	h_1'	h_1
0	2	1.0558
1	1.0558	1.0238
2	1.0238	1.0227
3	1.0227	1.0226
4	1.0226	1.0226
5	1.0226	1.0226
6	1.0226	1.0226
7	1.0226	1.0226

$$h_1 = 1.0226 \text{ m}$$

1^ο ΘΕΜΑ (3.0 μονάδες):

Δύο ορθογωνικά αρδευτικά κανάλια μεγάλου μήκους, έχουν σταθερή διατομή και κλίση σε όλο το μήκος τους. Το πρώτο έχει πλάτος 4.8 [m], γωνία με το οριζόντιο επίπεδο 0.25° και δίνει παροχή 320 [m³/min], ενώ το δεύτερο έχει πλάτος 9.1 [m], γωνία με το οριζόντιο επίπεδο 0.18° και δίνει παροχή 545 [m³/min]. Τα κανάλια αυτά σε κάποιο σημείο, ενώνονται σε μία κοινή κοίτη η οποία επίσης διαθέτει σταθερή γωνία με το οριζόντιο επίπεδο 0.15° και σταθερό βάθος ροής 3.8 [m] για ένα μεγάλο ευθύγραμμο μήκος. Εάν ο συντελεστής Manning για όλες τις παραπάνω κοίτες είναι 0.014, να υπολογίσετε:

- (α) Το βάθος ροής στα δύο κανάλια για το ευθύγραμμο τμήμα τους. (**1.5 μονάδες**).
- (β) Το πλάτος της κοινής κοίτης για το ευθύγραμμο τμήμα της. (**1.5 μονάδες**).



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

$$Q_1 = \frac{A_1}{\eta_1} R_{h_1}^{2/3} S_{01}^{1/2}$$

$$A_1 = b_1 \cdot h_1 = 4.8 h_1$$

$$R_{h_1} = \frac{A_1}{\Pi_1} = \frac{4.8 h_1}{4.8 + 2 h_1}$$

$$S_{01} = \tan \phi_1 = \tan 0.25^\circ = 0.004363$$

$$\eta_1 = 0.014$$

$$\frac{320}{60} = \frac{4.8 h_1}{0.014} \left(\frac{4.8 h_1}{4.8 + 2 h_1} \right)^{2/3} \cdot 0.066058 \Rightarrow$$

$$0.23549 = h_1 \left(\frac{4.8 h_1}{4.8 + 2 h_1} \right)^{2/3} \Rightarrow 0.114278 = h_1^{1.5} \frac{4.8 h_1}{4.8 + 2 h_1} \Rightarrow$$

$$0.023808 = h_1 \frac{1}{4.8 + 2 h_1} \Rightarrow 0.114278 + 0.047616 h_1 = h_1 \Rightarrow$$

$$h_1 = \sqrt[5]{(0.114278 + 0.047616 h_1)^2}$$

$$\Sigma \text{πρω } h_1 = 1.0 \text{ m} \rightarrow h_1' = 0.4827 \text{ m}$$

$$h_1 = 0.4827 \text{ m} \rightarrow h_1' = 0.4517 \text{ m}$$

$$h_1 = 0.4517 \text{ m} \rightarrow h_1' = 0.4499 \text{ m}$$

$$h_1 = 0.4499 \text{ m} \rightarrow \boxed{h_1' = 0.4499 \text{ m}}$$

$$Q_2 = \frac{A_2}{\eta_2} R_{h_2}^{2/3} S_{02}^{1/2}$$

$$A_2 = b_2 h_2 = 9.1 h_2$$

$$R_{h_2} = \frac{A_2}{\Pi_2} = \frac{9.1 h_2}{9.1 + 2 h_2}$$

$$S_{02} = \tan \phi_2 = \tan 0.18^\circ = 0.003142$$

$$\eta_2 = 0.014$$

$$\frac{545}{60} = \frac{9.1 h_2}{0.014} \left(\frac{9.1 h_2}{9.1 + 2 h_2} \right)^{2/3} \cdot 0.056050 \Rightarrow$$

$$0.24932 = h_2 \left(\frac{9.1 h_2}{9.1 + 2 h_2} \right)^{2/3} \Rightarrow 0.124490 = h_2^{1.5} \frac{9.1 h_2}{9.1 + 2 h_2} \Rightarrow$$

$$0.013880 = h_2 \frac{1}{9.1 + 2 h_2} \Rightarrow 0.124490 + 0.027760 h_2 = h_2 \Rightarrow$$

$$h_2 = \sqrt[5]{(0.124490 + 0.027760 h_2)^2}$$

$$\Sigma \text{πρω } h_2 = 1.0 \text{ m} \rightarrow h_2' = 0.4705 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.4705 \text{ m} \rightarrow h_2' = 0.4520 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.4520 \text{ m} \rightarrow h_2' = 0.4513 \text{ m}$$

$$h_2 = 0.4513 \text{ m} \rightarrow \boxed{h_2' = 0.4513 \text{ m}}$$

$$P) Q = Q_1 + Q_2 = \frac{320 + 545}{60} = 14.4167 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = b \cdot 3.8 \text{ m}^2$$

$$R_h = \frac{3.8b}{b + 7.6}$$

$$S_0 = \tan 0.15^\circ = 0.002618$$

$$14.4167 = \frac{3.8b}{0.014} \times \left(\frac{3.8b}{b + 7.6} \right)^{4/3} \times 0.0511667 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.038067 = b \cdot \left(\frac{3.8b}{b + 7.6} \right)^{4/3} \Rightarrow 1.05764 = b^{1.5} \frac{3.8b}{b + 7.6} \Rightarrow$$

$$0.27833 = b^{2.5} \frac{1}{b + 7.6} \Rightarrow 0.27833b + 2.11528 = b^{2.5}$$

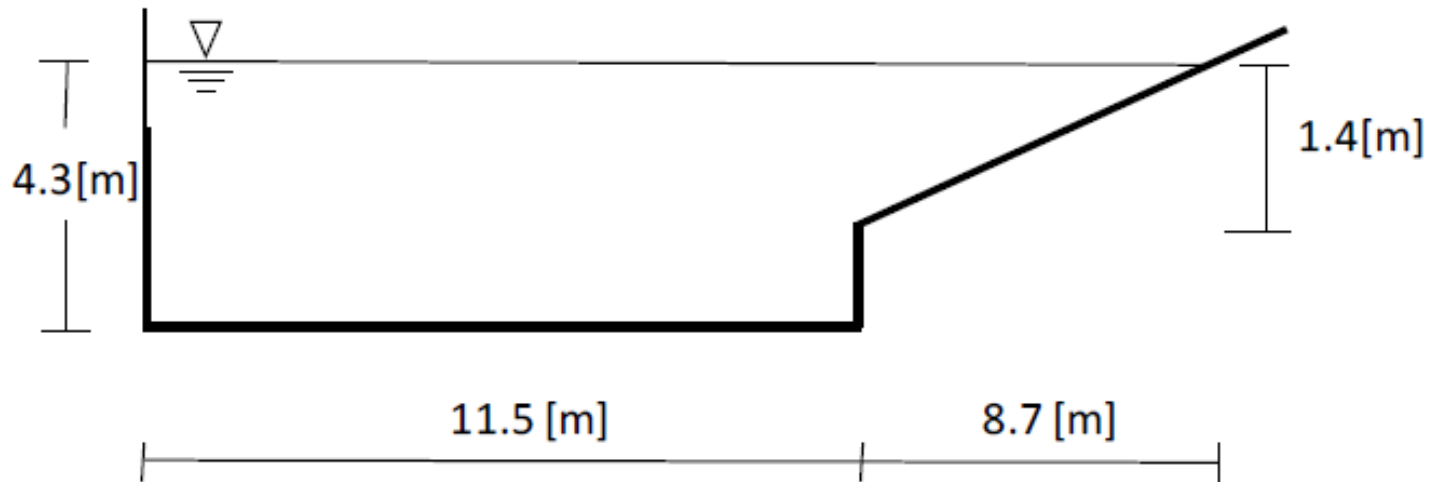
$$b = \sqrt[5]{(2.11528 + 0.27833b)^2}$$

$b = 5 \text{ m}$	$\rightarrow b' = 1.4178 \text{ m}$
$b = 1.4178 \text{ m}$	$\rightarrow b' = 1.4450 \text{ m}$
$b = 1.4450 \text{ m}$	$\rightarrow b' = 1.4467 \text{ m}$
$b = 1.4467 \text{ m}$	$\rightarrow \boxed{b' = 1.4468 \text{ m}}$

3^ο ΘΕΜΑ (3.0 μονάδες):

Ευθύγραμμο αρδευτικό κανάλι μεγάλου μήκους από τσιμέντο, έχει σταθερή διατομή σε όλο το μήκος του, η οποία δίνεται στο σχήμα. Η διατομή του καναλιού αποτελείται από την κύρια κοίτη αριστερά και την δευτερεύουσα κοίτη με την επικλινή πλευρά στα δεξιά. Η κλίση του καναλιού είναι επίσης σταθερή σε όλο το μήκος του και ίση με 0.14° . Να υπολογίσετε:

- (α) Τη μέση ταχύτητα των δύο περιοχών της διατομής του καναλιού. **(1.5 μονάδες)**.
(β) Τον αριθμό Froude ολόκληρου του καναλιού χρησιμοποιώντας το μέσο βάθος ροής. **(1.5 μονάδες)**.



3^ο ΘΕΜΑ: $S_0 = \tan \theta = \tan 0.14^\circ = 0.002443$
 $n = 0.014$ (από τα πίνακα των επιπέδων)

$$\kappa) R_h = \frac{A}{P_{hp}} \quad R_{h, \kappa\acute{\iota}\rho\iota\alpha} = \frac{A_{\kappa\acute{\iota}\rho\iota\alpha}}{P_{hp, \kappa\acute{\iota}\rho\iota\alpha}} = \frac{4.3 \times 11.5}{4.3 + 11.5 + (4.3 - 1.4)} = 2.64 \text{ [m]}$$

$$R_{h, \delta\epsilon\iota\kappa\tau\acute{\iota}\mu\epsilon\sigma\upsilon} = \frac{A_{\delta\epsilon\iota\kappa\tau\acute{\iota}\mu\epsilon\sigma\upsilon}}{P_{hp, \delta\epsilon\iota\kappa\tau\acute{\iota}\mu\epsilon\sigma\upsilon}} = \frac{\frac{1}{2} \times 0.7 \times 1.4}{\sqrt{1.4^2 + 0.7^2}} = 0.69 \text{ [m]}$$

$$V_0 = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{0.5}$$

κίρρια $\rightarrow V_{0, \kappa} = \frac{1}{0.014} \times 2.64^{2/3} \times 0.002443^{0.5} = 6.74 \text{ [m/s]}$
 δείκτωμα $\rightarrow V_{0, \delta} = \frac{1}{0.014} \times 0.69^{2/3} \times 0.002443^{0.5} = 2.76 \text{ [m/s]}$

$$\rho) Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gy}} \quad R_h = \frac{A}{P_{hp}} = \frac{(4.3 \times 11.5) + \frac{1}{2}(0.7 \times 1.4)}{4.3 + 11.5 + (4.3 - 1.4) + \sqrt{1.4^2 + 0.7^2}} = 2.02 \text{ [m]}$$

$$V_0 = \frac{1}{0.016} \times 2.02 \times 0.00244^{0.5} = 5.64 \text{ [m/s]}$$

$$\bar{Y} = \frac{\bar{Y}_K \times 11.5 + \bar{Y}_S \times 0.7}{11.5 + 0.7}$$

$$\bar{Y}_K = 4.3 \text{ [m]}$$

$$\bar{Y}_S = 0.7 \text{ [m]}$$

$$\Rightarrow \bar{Y} = 2.75 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } Fr = \frac{5.64}{\sqrt{9.81 \times 2.07}} = 1.086$$

