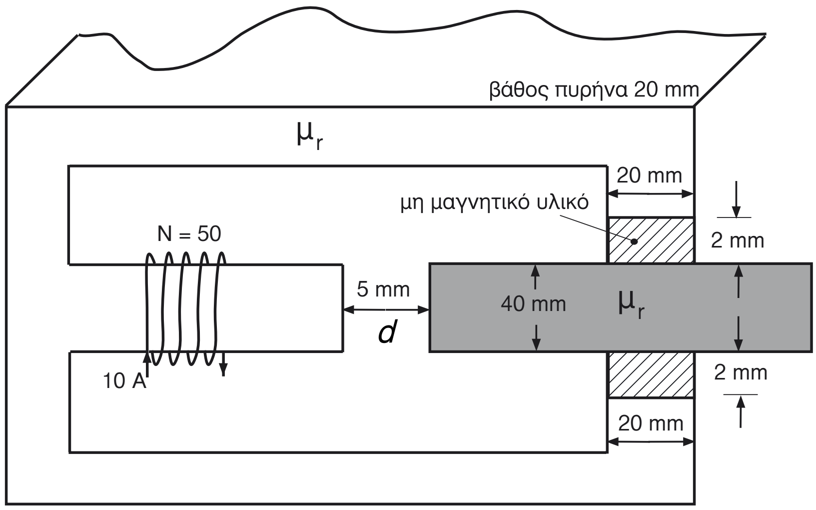
Μέρος

1 Μαγνητικά Κυκλώματα

1-1 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 1-1

Υποθέτοντας ότι ο πυρήνας έχει άπειρη διαπερατότητα ($\mu_r \to \infty$), να υπολογισθεί η μαγνητική επαγωγή στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος που απεικονίζεται στο Σχ. 1-1.



Σχήμα 1-1. Το μαγνητικό κύκλωμα της Άσκ. 1-1.

Λύση

Το ισοδύναμο κύκλωμα, το οποίο φαίνεται στο Σχ. 1-2 μπορεί να απλοποιηθεί και να καταλήξει στη μορφή του κυκλώματος του Σχ. 1-3.

Η μαγνητική αντίσταση διάκενου είναι

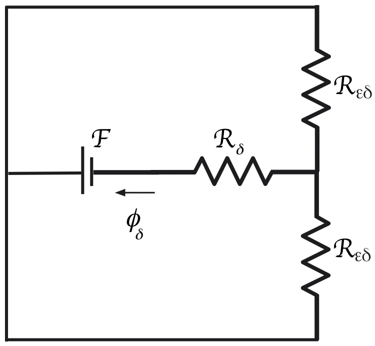
$$\mathcal{R}_\delta = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{\mu_0 (20 \cdot 40 \cdot 10^{-6})} = \frac{50}{8\mu_0}$$

Η μαγνητική αντίσταση του υλικού όπου εδράζεται ο κινητός οπλισμός είναι

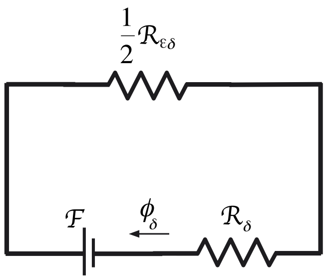
$$\mathcal{R}_{\varepsilon\delta} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\mu_0 (20 \cdot 20 \cdot 10^{-6})} = \frac{20}{4\mu_0}$$

Η ολική μαγνητική αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathcal{R}_{o\lambda} = \mathcal{R}_{\delta} + \frac{1}{2}\mathcal{R}_{\varepsilon\delta} = \frac{70}{8\mu_0}$$



Σχήμα 1-2. Ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 1-1.



Σχήμα 1-3. Ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 1-1.

Η ροή διάκενου είναι

$$\phi_{\delta} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{o\lambda}} = \frac{Ni}{\mathcal{R}_{o\lambda}} = \frac{50 \cdot 10}{70/(8\mu_0)} = \frac{400\mu_0}{7}$$

Η μαγνητική επαγωγή στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος υπολογίζεται

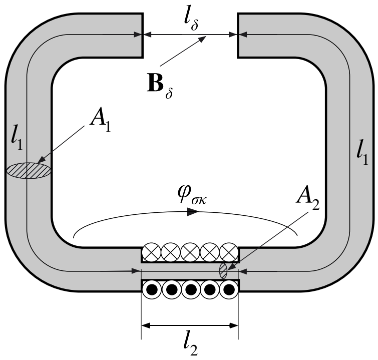
$$\mathrm{B}_{\delta} = \frac{\phi_{\delta}}{A_{\delta}} = \frac{400\mu_0 / 7}{20 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = \frac{400 \cdot (4\pi \cdot 10^{-7}) / 7}{20 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 90\,mT$$ ■

Άσκηση 1-2

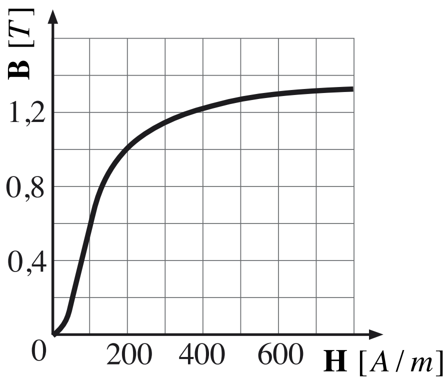
Ένα μαγνητικό κύκλωμα μεταβλητής διατομής απεικονίζεται στο Σχ. 1-4. Το τμήμα του χάλυβα relay έχει τα χαρακτηριστικά που απεικονίζονται στο διάγραμμα του Σχ. 1-5. Δίνονται: $N = 100$ ελίγματα, $l_1 = 4l_2 = 40\,cm$, $A_1 = 2A_2 = 10\,cm^2$, $l_{\delta} = 2\,mm$ και ροή σκέδασης $\phi_{\sigma\kappa} = 0,01\,mWb$. Να υπολογισθεί το ρεύμα i που απαιτείται ώστε η μαγνητική ροή στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος να έχει μαγνητική επαγωγή $B_{\delta} = 0,6\,T$.

Λύση

Για να επιλύσουμε την άσκηση αυτή, πρέπει να υπολογίσουμε τη ΜΕΔ του πηνίου. Αυτή είναι ίση με το άθροισμα των πτώσεων “τάσης” κατά μήκος του διάκενου, των δύο τμημάτων χάλυβα διατομής A_1 και του τμήματος χάλυβα διατομής A_2. Η μέθοδος υπολογισμού με την ολική μαγνητική αντίσταση δεν εφαρμόζεται εδώ γιατί η καμπύλη του Σχ. 1-5 δείχνει ότι η σχέση B-H δεν είναι γραμμική. Για το λόγο αυτό, υπολογίζουμε την επαγωγή B κάθε τμήματος, από αυτή και το Σχ. 1-5 υπολογίζουμε την ένταση του πεδίου, H, και από αυτή την πτώση “τάσης”, Hl.



Σχήμα 1-4. Το μαγνητικό κύκλωμα της Άσκ.1-2.



Σχήμα 1-5. Κανονική καμπύλη μαγνήτισης χάλυβα relay του πυρήνα του Σχ. 1-4.

Για το διάκενο, η επαγωγή είναι 0,6T. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο διάκενο είναι

$$H_\delta = \frac{0,6}{\mu_0} = 4,78 \cdot 10^5 \, A/m$$

Επίσης, ο νόμος του Ampère για το διάκενο δίνει πτώση “τάσης”

$$\mathcal{F}_\delta = H_\delta l_\delta = (4,78 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^{-3}) = 956 \, A/m$$

Λόγω της συνέχειας της μαγνητικής ροής κατά μήκος του μαγνητικού κυκλώματος

$$\phi_\delta = B_\delta A_1 = B_{l_1} A_1 \Rightarrow B_\delta = B_{l_1} = 0,6T$$

Με τη βοήθεια της κανονικής καμπύλης μαγνήτισης του Σχ. 1-5, προκύπτει ότι για $B = 0,6\,T$, η ένταση είναι $H = 100\,A/m$. Συνεπώς, για τα δύο τμήματα χάλυβα με μήκος l_1 ο νόμος του Ampère δίνει

$$\mathcal{F}_{l_1} = H(2l_1) = 100 \cdot (2 \cdot 0,4) = 80 \, A/m$$

Η ροή διάκενου που διαρρέει όλο το μαγνητικό κύκλωμα εκτός από το τμήμα μήκους l_2 είναι

$$\phi_\delta = B_\delta A_1 = 0,6 \cdot (10 \cdot 10^{-4}) = 0,6\, mWb$$

Η ολική ροή που δημιουργεί το πηνίο είναι η ροή διάκενου συν τη ροή σκέδασης που δεν περνά από το μαγνητικό δρόμο κατά μήκος του χάλυβα. Είναι

$$\phi_{o\lambda} = \phi_\delta + \phi_{\sigma\kappa} = 0,6 + 0,01 = 0,61\, mWb$$

Η μαγνητική επαγωγή στο τμήμα του χάλυβα μήκους l_2 είναι

$$\mathrm{B}_{l_2} = \frac{\phi_{o\lambda}}{A_2} = \frac{0,61 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1,22\, T$$

Με τη βοήθεια της κανονικής καμπύλης μαγνήτισης του Σχ. 1-5 προκύπτει γι’ αυτή την επαγωγή, η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $H = 410\, A/m$. Συνεπώς, για το τμήμα μήκους l_2 ο νόμος του Ampère δίνει πτώση

$$\mathcal{F}_{l_2} = Hl_2 = 410 \cdot 0,1 = 41\, A/m$$

Άρα, η συνολική ΜΕΔ υπολογίζεται

$$\mathcal{F}_{o\lambda} = \mathcal{F}_\delta + \mathcal{F}_{l_1} + \mathcal{F}_{l_2} = 956 + 80 + 41 = 1.077\, A/m$$

Και, τελικά, το ρεύμα i που ζητείται είναι

$$i = \frac{\mathcal{F}_{o\lambda}}{N} = \frac{1.077}{100} = 10,77\, A$$ ■

Άσκηση 1-3

Να προσδιορισθούν η (συνολική) αυτεπαγωγή και η επαγωγή σκέδασης του πηνίου της Άσκ. 1-2, το οποίο εικονίζεται στο Σχ. 1-4.

Λύση

Με τη βοήθεια της Άσκ. 1-2 η (συνολική) αυτεπαγωγή και επαγωγή σκέδασης του πηνίου υπολογίζονται αντίστοιχα

$$L = \frac{N\phi_{o\lambda}}{i} = \frac{100 \cdot (0,61 \cdot 10^{-3})}{10,77} = 5,66\, mH$$

$$L_{\sigma\kappa} = \frac{N\phi_{\sigma\kappa}}{i} = \frac{100 \cdot (0,01 \cdot 10^{-3})}{10,77} = 0,093\, mH$$ ■

Άσκηση 1-4

Να υπολογισθεί η μαγνητική ενέργεια που αποθηκεύεται στο σίδηρο και στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος της Άσκ. 1-2 (βλ. Σχ. 1-4).

Λύση

Η μαγνητική ενέργεια που αποθηκεύεται στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος είναι

$$w_{\delta} = \frac{1}{2\mu_0} B_{\delta}^{\,2} \times V_{\delta} = \frac{1}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 0,6^2 \cdot [(10 \cdot 10^{-4}) \cdot (2 \cdot 10^{-3})] = 0,286\,J$$

Η μαγνητική ενέργεια που αποθηκεύεται στο χάλυβα του μαγνητικού κυκλώματος υπολογίζεται (με τη βοήθεια της Άσκ. 1-3)

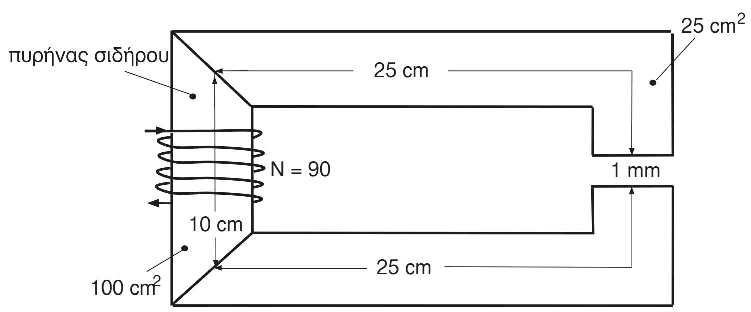
$$w_{\sigma\iota\delta} = \frac{1}{2} L i^2 - w_{\delta} = \frac{1}{2} N \Phi_{o\lambda} i - w_{\delta} = 0,328 - 0,286 = 0,042\,J$$

Παρατηρούμε ότι αυτή η ενέργεια είναι σχεδόν 7 φορές μικρότερη από την ενέργεια στο διάκενο και επομένως θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι ο χάλυβας έχει άπειρη διαπερατότητα, με συνέπεια μικρό σφάλμα. ■

1-2 Άλυτες Ασκήσεις

Άσκηση 1-5

Το μαγνητικό κύκλωμα του Σχ. 1-6 έχει τα χαρακτηριστικά που περιγράφονται στο διάγραμμα του Σχ. 1-5. Να υπολογισθεί η ΜΕΔ του πηνίου, αν η μαγνητική ροή στο διάκενο του μαγνητικού κυκλώματος έχει μαγνητική επαγωγή $1\,T$.



Σχήμα 1-6. Το μαγνητικό κύκλωμα της Άσκ. 1-5.

(Απ. 902 Αμπερελίγματα) ■

Άσκηση 1-6

Το πηνίο του Σχ. 1-6 έχει 90 ελίγματα. Για τα δεδομένα της Άσκ. 1-5, να υπολογισθούν (α) η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πηνίο, (β) η ενέργεια που αποθηκεύεται στο διάκενο και (γ) η ενέργεια που αποθηκεύεται στο χάλυβα.

(Απ. (α)1,13 J, (β) 0,995 J, (γ) 0,135 J) ■

Άσκηση 1-7

Να υπολογισθεί η επαγωγή του πηνίου του Σχ. 1-6, της Άσκ. 1-5, (α) χωρίς να συμπεριληφθεί η επίδραση του πυρήνα χάλυβα (υποθέτοντας ότι ο πυρήνας είναι απείρως διαπερατός) και (β) συμπεριλαμβάνοντας την επίδραση του πυρήνα.

(Απ. (α) 25,45 mH, (β) 22,45 mH) ■

Μέρος

2 Μηχανές Συνεχούς Ρεύματος

2-1 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 2-1

Μία 4-πολική μηχανή ΣΡ βροχοειδούς τύπου έχει 728 αγωγούς και στρέφεται στις 1.500 rpm. Η μαγνητική ροή του κάθε πόλου της μηχανής είναι 30 mWb. Εάν το μέγιστο ρεύμα τυμπάνου είναι ίσο με $i_a = 100\,A$, να υπολογισθούν (α) η τάση ΗΕΔ της μηχανής, (β) η μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ροπή που αναπτύσσεται στη μηχανή, (γ) η μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ισχύς, (δ) το μέγιστο ρεύμα που διαρρέει κάθε αγωγό του τυμπάνου.

Ο δρομέας της μηχανής αυτής τυλίγεται ξανά με ίδιους αγωγούς σε κυματοειδή περιέλιξη. Ο κάθε αγωγός μπορεί να δεχθεί το ίδιο μέγιστο ρεύμα όπως και στην προηγούμενη περίπτωση. Να υπολογισθούν (ε) το νέο ρεύμα τυμπάνου, (στ) η αναπτυσσόμενη ΗΕΔ, (ζ) η ηλεκτρομαγνητική ισχύς. Τι παρατηρείτε;

Λύση

(α) Επειδή τα τυλίγματα του δρομέα είναι βροχοειδούς τύπου, ισχύει : $P = a$, όπου $P = 4$ είναι ο αριθμός των πόλων της μηχανής.

Η τάση ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση

$$e_\alpha = \frac{ZP\Phi n}{60\alpha} = \frac{728 \cdot 4 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 1.500}{60 \cdot 4} = 546{,}0\,V$$

(β) Η μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ροπή αναπτύσσεται όταν το ρεύμα τυμπάνου είναι μέγιστο και είναι (η ροή παραμένει σταθερή)

$$T = \frac{e_\alpha i_\alpha}{\omega} = \frac{546 \cdot 100}{2\pi \cdot 1.500\,/\,60} = 347{,}59\,Nm\,.$$

(γ) Η ηλεκτρομαγνητική ισχύς που αναπτύσσεται στα τυλίγματα του πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_{\max} = e_a i_a = 546{,}0 \cdot 100 = 54{,}6\,kW$$

(δ) Το μέγιστο ρεύμα που δέχεται κάθε αγωγός των βροχοειδών τυλιγμάτων του δρομέα είναι

$$i_{\max,\alpha\gamma\omega\gamma.} = \frac{i_\alpha}{a} = \frac{100}{4} = 25\,A\,.$$

(ε) Στην περίπτωση που τα βροχοειδή τυλίγματα αντικατασταθούν με κυματοειδή, τότε ο αριθμός των παράλληλων κλάδων είναι $a = 2$. Το ρεύμα τυμπάνου, με μέγιστο ρεύμα ανά αγωγό 25 A, είναι

$$i_{\alpha}{}' = \alpha \cdot i_{\max,\alpha\gamma\omega\gamma.} = 2 \cdot 25 = 50\,A$$

(στ) Η τάση ΗΕΔ είναι στην περίπτωση αυτή

$$e_{\alpha}' = \frac{ZP\Phi n}{60\alpha} = \frac{728 \cdot 4 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 1.500}{60 \cdot 2} = 1.092\,V$$

(ζ) Η ηλεκτρομαγνητική ισχύς που αναπτύσσεται είναι

$$p_{\max}' = e_a' i_a{}' = 1.092 \cdot 50 = 54{,}6\,kW$$

Η μέγιστη ηλεκτρομαγνητική ισχύς και στις δύο περιπτώσεις παραμένει σταθερή. Όμως, στη δεύτερη περίπτωση, η τάση ΗΕΔ αυξήθηκε ενώ το ρεύμα ακροδεκτών της μηχανής μειώθηκε. Το ρεύμα που διαρρέει ένα αγωγό παρέμεινε σταθερό. ■

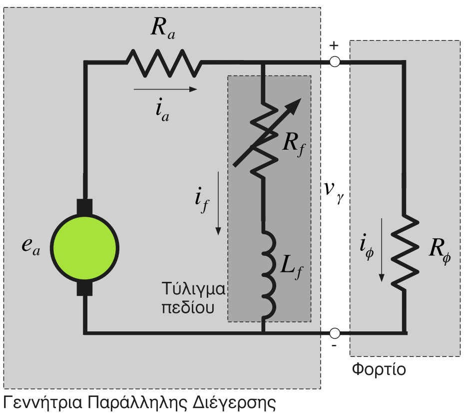
Άσκηση 2-2

Μία γεννήτρια *παράλληλης διέγερσης* ΣΡ, ισχύος 100 kW και τάσης 230 V, έχει αντίσταση τυμπάνου και ψηκτρών $R_{\alpha} = 0{,}05\Omega$ και αντίσταση τυλιγμάτων πεδίου $R_f = 57{,}5\Omega$. Υπολογίστε την τάση ΗΕΔ σε (α) πλήρες φορτίο και (β) στο ήμισυ του πλήρους φορτίου, αν η γεννήτρια λειτουργεί στην ονομαστική τιμή τάσης. Να αμεληθεί η πτώση τάσης στις *επαφές* των ψηκτρών.

Λύση

Στο Σχ. 2-1 φαίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα της γεννήτριας. Προφανώς ισχύει ότι

$$i_f = \frac{v_{\gamma}}{R_f} = \frac{230}{57{,}5} = 4\,A$$



Σχήμα 2-1. Κύκλωμα της Άσκ. 2-2.

(α) Για πλήρες (ονομαστικό) φορτίο ισχύουν οι σχέσεις

$$v_\gamma i_{\varphi,o} = p_o \Rightarrow i_{\varphi,o} = \frac{p_o}{v_\gamma} = \frac{100 \cdot 10^3}{230} = 434,8\,A$$

$$i_{\alpha,o} = i_{\varphi,o} + i_f = 4 + 434,8 = 438,8\,A$$

$$v_\gamma = e_{\alpha,o} - i_{\alpha,o} R_\alpha \Rightarrow e_{\alpha,o} = v_\gamma + i_{\alpha,o} R_\alpha = 230 + 438,8 \cdot 0,05 = 252\,V$$

(β) Σημειώστε ότι φορτίο 50% σημαίνει ισοδύναμα ή 50% του ονομαστικού ρεύματος τυμπάνου, ή 50% της ονομαστικής ισχύος. Η ισχύς είναι

$$p = \frac{p_o}{2} = 50\,kW$$

επομένως

$$i_\varphi = \frac{p}{v_\gamma} = \frac{50 \cdot 10^3}{230} = 217,4\,A$$

$$i_\alpha = i_\varphi + i_f = 4 + 217,4 = 221,4\,A$$

$$e_\alpha = v_\gamma + i_\alpha R_\alpha = 230 + 221,4 \cdot 0,05 = 241\,V$$ ■

Άσκηση 2-3

Η γεννήτρια της προηγούμενης άσκησης στρέφεται με 1.500 rpm και έχει συνολικές μηχανικές απώλειες και απώλειες πυρήνα $p_{\alpha,\mu\alpha\gamma\nu} = 1,8\,kW$. Να υπολογισθούν: (α) η απόδοση της γεννήτριας σε πλήρες φορτίο (β) η ισχύς εξόδου της κινητήριας μηχανής που στρέφει τη γεννήτρια σ' αυτό το φορτίο, (γ) η αναπτυσσόμενη από την κινητήρια μηχανή ροπή.

Λύση

Στην Άσκ. 2-2 υπολογίσθηκαν $i_\alpha = 438,8\,A,\, i_f = 4\,A$. Η συνολικές απώλειες της γεννήτριας είναι

$$p_\alpha = i_f^2 R_f + i_\alpha^2 R_\alpha + p_{\alpha,\mu\alpha\gamma\nu} = 4^2 \cdot 57,5 \cdot 10^{-3} + 438,8^2 \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} + 1,8 = 12,35\,kW$$

(α) Ο βαθμός απόδοσης είναι

$$\eta = \frac{p_{\eta\lambda}}{p_{\mu\eta\chi}} = \frac{p_{\eta\lambda}}{p_{\eta\lambda} + p_{\alpha\pi}} = \frac{100}{100 + 12,35} = 89\%$$

(β) Η αποδιδόμενη ισχύς της κινητήριας μηχανής που στρέφει τη γεννήτρια είναι

$$p_{\mu\eta\chi} = T_{\mu\eta\chi}\omega = T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi} = \frac{112,35 \cdot 10^3}{746} = 150,6\,hp$$

(γ) Η ροπή της κινητήριας μηχανής είναι

$$T_{\mu\eta\chi} = \frac{112,35 \cdot 10^3}{1.500\pi / 30} = 715,24\,Nm$$ ■

Άσκηση 2-4

Μία γεννήτρια ΣΡ *ξένης διέγερσης* έχει σταθερές απώλειες ισχύος (εξαιρούνται οι μεταβλητές απώλειες χαλκού τυμπάνου), $p_{\alpha\pi}[W]$ και λειτουργεί υπό τάση v_γ με ρεύμα στα τυλίγματα τυμπάνου i_α. Η αντίσταση του τυμπάνου είναι R_α. Ποια είναι η τιμή του i_α της γεννήτριας έτσι ώστε να έχουμε μέγιστο βαθμό απόδοσης ;

Λύση

Η ισχύς εξόδου και η ισχύς εισόδου είναι αντίστοιχα

$$p_{out} = p_{\eta\lambda} = v_\gamma i_\alpha$$
$$p_{in} = p_{\mu\eta\chi} = v_\gamma i_\alpha + p_{\alpha\pi} + i_\alpha^2 R_\alpha$$

όπου οι απώλειες περιλαμβάνουν τις μηχανικές απώλειες, τις μαγνητικές απώλειες και τις απώλειες του τυλίγματος διέγερσης. Ο βαθμός απόδοσης της γεννήτριας είναι

$$\eta = \frac{p_{out}}{p_{in}} = \frac{v_\gamma i_\alpha}{v_\gamma i_\alpha + i_\alpha^2 R_\alpha + p_{\alpha\pi}}$$

Ο βαθμός απόδοσης είναι μέγιστος όταν $d\eta / di_\alpha = 0$. Η απαίτηση αυτή δίνει

$$i_\alpha = \sqrt{\frac{p_{\alpha\pi}}{R_\alpha}}$$ ■

Άσκηση 2-5

(α) Ποιό είναι το φορτίο για τη γεννήτρια των ασκήσεων 1-2 και 1-3 που δίνει μέγιστο βαθμό απόδοσης; (β) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του βαθμού απόδοσης;

Λύση

(α) Στην Άσκ. 2-4 βρέθηκε ότι έχουμε μέγιστο βαθμό απόδοσης όταν είναι

$$i_\alpha = \sqrt{\frac{p_{\alpha\pi}}{R_\alpha}}$$

Παρατηρείστε ότι η σχέση αυτή ισχύει και για γεννήτριες παράλληλης διέγερσης. Οι απώλειες πεδίου και οι μηχανικές απώλειες είναι

$$p_{\alpha\pi} = (0,92 + 1,8) \cdot 10^3 = 2.720\,W$$

Άρα

$$i_\alpha = \sqrt{\frac{2.720}{0,05}} = 233,24\,A$$

και το φορτίο που δίνει το μέγιστο βαθμό απόδοσης είναι

$$i_\varphi = i_\alpha - i_f = 233,24 - 4 = 229,24\,A$$

(β) Η ισχύς που αποδίδεται είναι

$$p_{out} = i_\varphi v_\gamma = 229,24 \cdot 230 = 52,72\,kW$$

και η απορροφώμενη μηχανική ισχύς (με χρήση και της Άσκ. 1-4) είναι

$$p_{in} = 52,72 \cdot 10^3 + 2.720 + 2,72 \cdot 10^3 = 58,16\,kW$$

Συνεπώς ο μέγιστος βαθμός απόδοσης είναι

$$\eta = \frac{p_{out}}{p_{in}} = \frac{52,72}{58,16} = 90,6\%$$ ■

Άσκηση 2-6

Μία γεννήτρια *παράλληλης διέγερσης* ΣΡ, ισχύος $p_{\eta\lambda} = 10\,kW$ και τάσης $v_\gamma = 250\,V$ έχει αντίσταση τυμπάνου και ψηκτρών $R_\alpha = 0,1\Omega$ και αντίσταση τυλιγμάτων του πεδίου $R_f = 250\Omega$. Η γεννήτρια παρέχει πλήρες φορτίο στην ονομαστική τάση λειτουργίας και σε 800 rpm. Στη συνέχεια, ή ίδια μηχανή χρησιμοποιείται ως κινητήρας και απορροφά την ίδια ισχύ στην ίδια τάση. Ποια είναι η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα; Να αμεληθεί η πτώση τάσης στις επαφές των ψηκτρών.

Λύση

- Όταν η μηχανή εργάζεται ως γεννήτρια, ισχύει

$$i_f = \frac{v_\gamma}{R_f} = \frac{250}{250} = 1\,A$$

$$i_\varphi = \frac{p_{\eta\lambda}}{v_\gamma} = \frac{10^4}{250} = 40\,A$$

$$i_\alpha = i_\varphi + i_f = 41\,A$$

και

$$e_{\alpha\gamma} = v_\gamma - i_\alpha R_\alpha = 250 - 41 \cdot 0,1 = 245,9\,V$$

- Ως κινητήρας:

$$i_f = \frac{v_\kappa}{R_f} = \frac{250}{250} = 1A$$

$$i_\varphi = \frac{p_{\eta\lambda}}{v_\kappa} = \frac{10^4}{250} = 40A$$

$$i_\alpha = i_\kappa - i_f = 39A$$
$$e_{\alpha\kappa} = v_\kappa - i_\alpha R_\alpha = 250 - 39 \cdot 0{,}1 = 246{,}1\,V$$

- Επειδή η σταθερά K_n της μηχανής είναι η ίδια, είτε λειτουργεί ως γεννήτρια, είτε ως κινητήρας και επειδή η διέγερση είναι επίσης η ίδια, ισχύει ότι

$$\frac{n_\kappa}{n_\gamma} = \frac{e_{\alpha\kappa}}{e_{\alpha\gamma}} \Rightarrow n_\kappa = \frac{e_{\alpha\kappa}}{e_{\alpha\gamma}} n_\gamma = \frac{246{,}1}{254{,}1} \cdot 800 = 774{,}8\,rpm \qquad \blacksquare$$

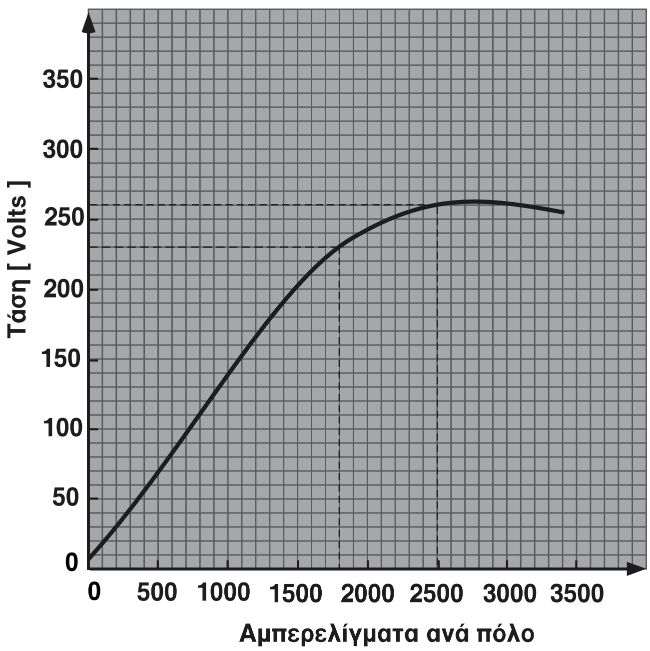
Άσκηση 2-7

Το Σχ. 2-2 απεικονίζει την καμπύλη τάσης-διέγερσης ενός κινητήρα διέγερσης σειράς που στρέφεται στις 1.200 rpm. Ο κινητήρας έχει σταθερά K_ω = 40 και είναι έχει 8 ελίγματα ανά πόλο. Η αντίσταση τυλίγματος πεδίου και τυμπάνου είναι αντίστοιχα $R_f = 25m\Omega$ και $R_\alpha = 50m\Omega$. Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή ανά πόλο για (α) τάση $e_\alpha = 230\,V$, (β) διέγερση 2.500 αμπερελίγματων ανά πόλο. Ποιό είναι το ρεύμα που διαρρέει τα τυλίγματα του πεδίου σε κάθε περίπτωση;

Λύση

(α) Η μαγνητική ροή ανά πόλου είναι

$$\Phi = \frac{e_\alpha}{K_\omega \omega} = \frac{230}{40 \cdot 2\pi \cdot 1.200\,/\,60} = 45{,}76\,mW$$



Σχήμα 2-2. Διάγραμμα της Άσκ. 2-7.

Από το Σχ. 2-2 προκύπτει ότι τα αμπερελίγματα ανά πόλο είναι 1.800. Επομένως, το ρεύμα του πεδίου είναι

$$i_f = \frac{1.800}{8} = 225\,A$$

(β) Από το διάγραμμα φαίνεται ότι για 2.500 αμπερελίγματα ανά πόλο, η τάση από επαγωγή είναι $e_\alpha \cong 260\,V$. Άρα η μαγνητική ροή κάθε πόλου είναι

$$\Phi = \frac{260}{200} \cdot 39{,}8 = 51{,}74\,mW$$

και το ρεύμα πεδίου είναι

$$i_f = \frac{2.500}{8} = 312{,}5\,A$$ ■

Άσκηση 2-8

Ένας κινητήρας *παράλληλης διέγερσης* ΣΡ τάσης $v_\kappa = 230\,V$, απορροφά πλήρες φορτίο ρεύματος $i_\kappa = 40\,A$. Το τύμπανο έχει αντίσταση $R_\alpha = 0{,}25\Omega$ και το πεδίο $R_f = 230\Omega$. Η ολική πτώση τάσης στις επαφές των ψηκτρών είναι $v_\psi = 2\,V$ και οι μηχανικές απώλειες είναι $p_{\alpha,\mu\eta\chi} = 380\,W$. Να υπολογισθεί ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα με την υπόθεση ότι υποτεθεί ότι οι απώλειες του μαγνητικού πεδίου είναι ίσες με $1/100$ της ισχύος εξόδου.

Λύση

Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα υπολογίζεται με βάση τη σχέση

$$\eta = \frac{p_{out}}{p_{in}}$$

όπου p_{out} είναι η αποδιδόμενη μηχανική ισχύς του κινητήρα και p_{in} είναι η προσδιδόμενη σε αυτόν ηλεκτρική ισχύς. Αναλυτικά οι ισχείς εισόδου και εξόδου του κινητήρα υπολογίζονται ως εξής.

$$\begin{aligned}
p_{in} &= i_\kappa v_\kappa = 40 \cdot 230 = 9.200\,W \\
p_{\alpha\pi} &= \frac{v_\kappa^2}{R_f} + (i_\kappa - \frac{v_\kappa}{R_f})^2 R_\alpha + p_{\alpha\pi,\pi} + v_\psi(i_\kappa - \frac{v_\kappa}{R_f}) + (1/100)p_{\mu\eta\chi} \\
&= \frac{230^2}{230} + (40-1)^2 \cdot 0{,}25 + 380 + 2 \cdot 39 + \frac{746 \cdot 10}{100} = 1.143\,W \\
p_{out} &= p_{in} - p_{\alpha\pi} = 8.057\,W
\end{aligned}$$

και ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι

$$\eta = \frac{8.057}{9.200} = 87{,}6\%$$ ■

2-2 Άλυτες Ασκήσεις

Άσκηση 2-9

Ένας κινητήρας ΣΡ *ξένης διέγερσης* στρέφεται με 1.045 rpm και με σταθερό ρεύμα πεδίου. Το τύμπανο διαρρέεται από ρεύμα $i_\alpha = 50\,A$ και έχει τάση $v_\kappa = 120\,V$. Η αντίσταση του τυμπάνου είναι $R_\alpha = 0{,}1\Omega$. Αν το φορτίο του κινητήρα αλλάξει και γίνει $i'_\alpha = 95\,A$ στην ίδια τάση ($v_\kappa = 120\,V$), να υπολογισθεί η νέα ταχύτητα του κινητήρα σε αυτό το φορτίο.

(Απ. 1.004 rpm) ■

Άσκηση 2-10

Μία γεννήτρια *παράλληλης διέγερσης* ΣΡ έχει ονομαστική ισχύ $p_{\eta\lambda} = 50\,kW$ και τάση $v_\gamma = 230\,V$. Το τύμπανο έχει αντίσταση $R_\alpha = 0{,}03\Omega$ και το πεδίο $R_f = 46\Omega$. Η ολική πτώση τάσης στις επαφές των ψηκτρών είναι $v_\psi = 2\,V$. Να υπολογισθεί ο δείκτης ρύθμισης της τάσης. Να αγνοηθεί η αντίδραση του τυμπάνου.

(Απ. 3,72 %) ■

Άσκηση 2-11

Μία γεννήτρια ΣΡ *ξένης διέγερσης* έχει τα εξής χαρακτηριστικά: αντίσταση πεδίου $R_f = 110\Omega$, αντίσταση τυμπάνου $R_\alpha = 0{,}04\Omega$, μηχανικές απώλειες και απώλειες πυρήνα $p_{\alpha\pi} = 960\,W$ και τάση τυλίγματος πεδίου $v_f = 230\,V$. Η γεννήτρια τροφοδοτεί φορτίο με τάση $v_\gamma = 230\,V$. Να προσδιορισθούν: (α) Το μέγιστο ρεύμα τυμπάνου και (β) το μέγιστο βαθμό απόδοσης της γεννήτριας.

(Απ. (α) 189,8 Α, (β) 93,8 %) ■

Άσκηση 2-12

Ένας κινητήρας ΣΡ, 2-πολικός, με 360 αγωγούς, παράλληλης διέγερσης, έχει μαγνητική ροή ανά πόλο $\Phi = 25\,mWb$. Η αντίσταση τυμπάνου είναι και ο κινητήρας έχει σχεδιαστεί για να λειτουργεί σε πλήρες φορτίο με τάση $v_\kappa = 115\,V$ και ρεύμα τυμπάνου $i_\alpha = 60\,A$. (α) Να υπολογισθεί η τιμή της εξωτερικής αντίστασης που πρέπει να εισαχθεί στο κύκλωμα του τυλίγματος του τυμπάνου, έτσι ώστε το ρεύμα τυμπάνου να μην υπερβεί το υποδιπλάσιο του ρεύματος εκκίνησης υπό πλήρες φορτίο. (β) Όταν ο κινητήρας φτάσει την ταχύτητα των 400 rpm, η τιμή της εξωτερικής αντίστασης πέφτει κατά 50 %. Ποιό είναι το ρεύμα τυμπάνου σ’ αυτές τις στροφές; (γ) Όταν ο κινητήρας φτάσει στην τελική ταχύτητα περιστροφής η εξωτερική αντίσταση μηδενίζεται. Σ’ αυτήν την περίπτωση το ρεύμα τυμπάνου έχει τιμή που αντιστοιχεί σε πλήρες φορτίο. Να υπολογισθεί η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα.

(Απ. (α) $0{,}838\Omega$, (β) 102 Α, (γ) 718,6 rpm) ■

Άσκηση 2-13

Τα μαγνητικά χαρακτηριστικά κάποιου κινητήρα ΣΡ δίνονται από τη γραμμική εξίσωση, $\Phi = 0,001 i_f [Wb]$, όπου i_f είναι το ρεύμα πεδίου. Ο κινητήρας είναι *ξένης διέγερσης* με ολική αντίσταση τυμπάνου $R_\alpha = 0,05\Omega$ και σταθεράς $K_\omega = 100$. Αν το ρεύμα πεδίου είναι $i_f = 10A$ και η τάση τυμπάνου $v_\kappa = 400\,V$, ο κινητήρας στρέφεται με 3.000 rpm. Να υπολογισθεί το ρεύμα τυμπάνου i_α, η ΑΗΕΔ e_α του κινητήρα και η ηλεκτρομαγνητική ροπή T. Να αγνοηθεί η αντίδραση του τυμπάνου.

(Απ. (α) 1.720 A, (β) 314 V, (γ) 1.720 Nm) ■

Άσκηση 2-14

Ένας κινητήρας *παράλληλης διέγερσης* ισχύος $p_{\mu\eta\chi} = 10\,hp$ και τάσης $v_\kappa = 250\,V$ έχει αντίσταση τυλίγματος τυμπάνου $R_\alpha = 0,5\Omega$ και πεδίου $R_f = 250\Omega$. Ο κινητήρας σε λειτουργία κενού έχει φορτίο $5A$ ενώ στο ονομαστικό σημείο λειτουργίας έχει φορτίο $37,1A$. Να υπολογισθεί ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα στο ονομαστικό φορτίο.

(Απ. 79,7 %) ■

Μέρος 3 Σύγχρονες Μηχανές

3-1 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 3-1

Να δοθεί ένας πίνακας τιμών, για μία σύγχρονη γεννήτρια, συχνότητας $50\,Hz$, ο οποίος να δίνει πιθανούς συνδυασμούς των αριθμών των πόλων και της συχνότητας.

Λύση

Η συχνότητα περιστροφής της σύγχρονης γεννήτριας δίνεται από τη σχέση

$$f = \frac{nP}{120}\,[Hz],$$

από την οποία προκύπτει

$$nP = 120f \Rightarrow nP = 120 \cdot 50 \Rightarrow n = 6.000 \,/\, P[rpm].$$

Κατά συνέπεια προκύπτει ο πιο κάτω πίνακας τιμών

Πίνακας 3-1. Πίνακας τιμών πόλων – ταχύτητας για την Άσκ. 2-1.

Πόλοι P	ταχύτητα (rpm)
2	3000
4	1500
6	1000
8	750
10	600
12	500

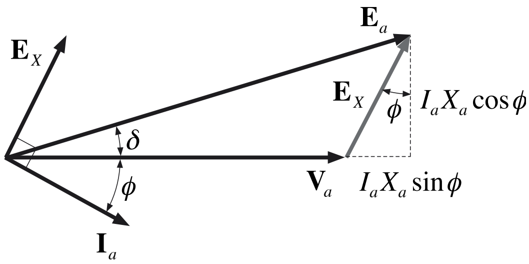
■

Άσκηση 3-2

Μία σύγχρονη 3Φ γεννήτρια, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, ονομαστικής ισχύος $S_{3\Phi,o} = 10\,kVA$ και τάσης $V_\gamma = 230\,V$, επαγωγικής συμπεριφοράς, έχει σύγχρονη αντίδραση στα τυλίγματα τυμπάνου ανά φάση αντίστοιχα $X_\alpha = 1{,}2\Omega$. Να προσδιορισθεί ο δείκτης ρύθμισης της τάσης σε πλήρες φορτίο, αν ο συντελεστής ισχύος της γεννήτριας είναι $\cos\phi = 0{,}8$.

Λύση

Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της σύγχρονης γεννήτριας φαίνεται στο Σχ. 3-1.



Σχήμα 3-1. Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της Άσκ. 3-2.

Σύμφωνα με αυτό ισχύει

$$E_\alpha = \sqrt{(E_x \cos\phi)^2 + (V_\alpha + E_x \sin\phi)^2} \qquad (1)$$

με

$$E_x = I_\alpha X_\alpha$$

όπου η ανά φάση τάση και το ανά φάση ρεύμα υπολογίζονται αντίστοιχα

$$V_\alpha = \frac{V_\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132,8\,V,\; I_\alpha = \frac{S_{3\Phi,o}/3}{V_\alpha} = \frac{10^4/3}{132,8} = 25,1\,A$$

Έτσι, από την (1) υπολογίζεται

$$E_\alpha = \sqrt{(25,1\cdot 1,2\cdot 0,8)^2 + (132,8 + 25,1\cdot 1,2\cdot 0,6)^2} = 152,78\,V$$

Συνεπώς, ο δείκτης ρύθμισης της τάσης σε πλήρες φορτίο είναι

$$\frac{E_\alpha - V_\alpha}{V_\alpha}\cdot 100\% = \frac{152,78 - 132,8}{132,8}\cdot 100\% = 15,05\%$$ ■

Άσκηση 3-3

Να λυθεί η Άσκ. 3-2 με την επί πλέον προσθήκη ότι η αντίσταση του κυκλώματος ανά φάση δεν είναι αμελητέα, αλλά ίση με $R_\alpha = 0,5\Omega$.

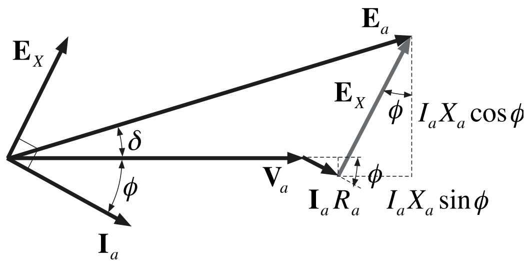
Λύση

Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της σύγχρονης γεννήτριας φαίνεται στο Σχ. 3-2.

Σύμφωνα με το Σχ. 3-2 ισχύει

$$\begin{aligned} E_\alpha &= \sqrt{(V_\alpha \cos\phi + I_\alpha R_\alpha)^2 + (V_\alpha \sin\bigl(\phi\bigl(+ E_x)^2} = \\ &= \sqrt{(V_\alpha + I_\alpha R_\alpha \cos\phi + E_x \sin\bigl(\phi\bigl()^2 + (E_x \cos\phi - I_\alpha R_\alpha \sin\bigl(\phi\bigl()^2} \end{aligned} \qquad (1)$$

όπου η ανά φάση τάση και το ανά φάση ρεύμα υπολογίζονται αντίστοιχα



Σχήμα 3-2. Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της Άσκ. 3-3.

$$V_\alpha = \frac{v_\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} = 132,8\,V,\ I_\alpha = \frac{P_{3\Phi,o}\,/\,3}{V_\alpha} = \frac{10^4\,/\,3}{132,8} = 25,1\,A$$

και

$$E_x = I_\alpha X_\alpha$$

Έτσι, από την (1) υπολογίζεται

$$E_\alpha = \sqrt{(106,24 + 12,55)^2 + (79,68 + 30,12)^2} = 161,76\,V$$

Συνεπώς, ο δείκτης ρύθμισης της τάσης σε πλήρες φορτίο είναι

$$\frac{E_\alpha - V_\alpha}{V_\alpha} \cdot 100\% = \frac{161,76 - 132,8}{132,8} \cdot 100\% = 21,8\%$$

Αν και η ωμική αντίσταση είναι μεγάλη σχετικά με την αντίδραση (60%) το σφάλμα είναι μόνο 30%. ■

Άσκηση 3-4

Μία σύγχρονη 3Φ γεννήτρια, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, ισχύος $S_{3\Phi} = 20\,kVA$ και τάσης $V_\gamma = 220\,V$, προμηθεύει ονομαστικό επαγωγικό φορτίο συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 0,707$. Η αντίδραση ανά φάση είναι $X_\alpha = 2\Omega$. Να υπολογισθούν (α) η γωνία ισχύος και (β) ο δείκτης ρύθμισης της τάσης. Να αγνοηθεί η αντίσταση στα τυλίγματα τυμπάνου.

Λύση

(α) Η γωνία ισχύος υπολογίζεται από τη σχέση

$$\tan\delta = \frac{I_\alpha X_\alpha \cos\phi}{V_\alpha + I_\alpha X_\alpha \sin\phi}$$

όπου ισχύει

$$V_\alpha = \frac{V_\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127\,V,\; I_\alpha = \frac{S_{3\Phi}\,/\,3}{V_\alpha} = \frac{20\cdot 10^3\,/\,3}{127} = 52{,}5\,A,\; \phi = \arccos(0{,}707) = 45^\circ$$

Έτσι, η γωνία ισχύος είναι

$$\tan\delta = \frac{52{,}5\cdot 2\cdot 0{,}707}{127 + 52{,}5\cdot 2\cdot 0{,}707} \Rightarrow \delta = 20{,}25^\circ$$

(β) Επίσης, ισχύει

$$E_\alpha = \sqrt{\Big(V_\alpha + I_\alpha X_\alpha \sin\big(\phi\big(\big)^2 + \Big(I_\alpha X_\alpha \cos\phi\Big)^2} \Rightarrow$$
$$E_\alpha = \sqrt{\Big(127 + 52{,}5\cdot 2\cdot 0{,}707\Big)^2 + \Big(52{,}5\cdot 2\cdot 0{,}707\Big)^2} \Rightarrow$$
$$= 214{,}49\,V$$

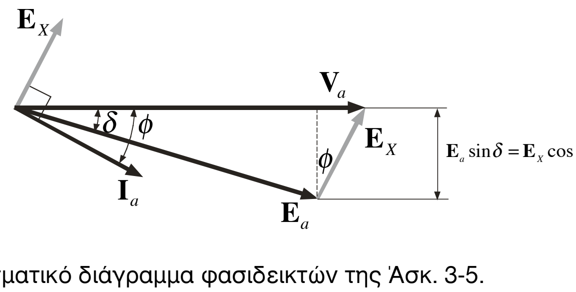
Συνεπώς, ο δείκτης ρύθμισης της τάσης υπολογίζεται

$$\frac{E_\alpha - V_\alpha}{V_\alpha}\cdot 100\% = \frac{214{,}49 - 127}{127}\cdot 100\% = 68{,}89\%$$ ■

Άσκηση 3-5

Ένας 3Φ σύγχρονος κινητήρας, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, τάσης $V_\gamma = 2.300\,V$, έχει σύγχρονη αντίδραση και αντίσταση στα τυλίγματα τυμπάνου ανά φάση αντίστοιχα $X_\alpha = 3\Omega$. Ο κινητήρας λειτουργεί με φορτίο τέτοιο ώστε η γωνία ισχύος να είναι $\delta = -15^o$ ενώ η διέγερση ρυθμίζεται έτσι ώστε το μέτρο της επαγόμενης τάσης ΗΕΔ να ισούται με το 90% της φασικής τάσης. Να υπολογισθεί (α) το ρεύμα τυμπάνου και (β) ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα.

Λύση



Σχήμα 3-3. Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της Άσκ. 3-5.

(α) Η τάση τροφοδοσίας ανά φάση είναι

$$V_\alpha = \frac{V_\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{2.300}{\sqrt{3}} = 1.328\,V$$

Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών του σύγχρονου κινητήρα φαίνεται στο Σχ. 3-3. Σύμφωνα με αυτό ή την Εξ. (6-13) το ρεύμα ανά φάση υπολογίζεται ως εξής

$$I_a = \frac{\sqrt{V_a^{\,2} + E_a^{\,2} - 2V_aE_a\cos\delta}}{X_a} \Rightarrow$$

$$I_a = \frac{\sqrt{1.328^2 + (0.9\cdot 1.328)^2 - 2\cdot 1.328\cdot 0.9\cdot 1.328\cdot\cos 15^\circ}}{3} = 118,23A$$

(β) Η ανά φάση ισχύς που προσφέρεται στον κινητήρα είναι

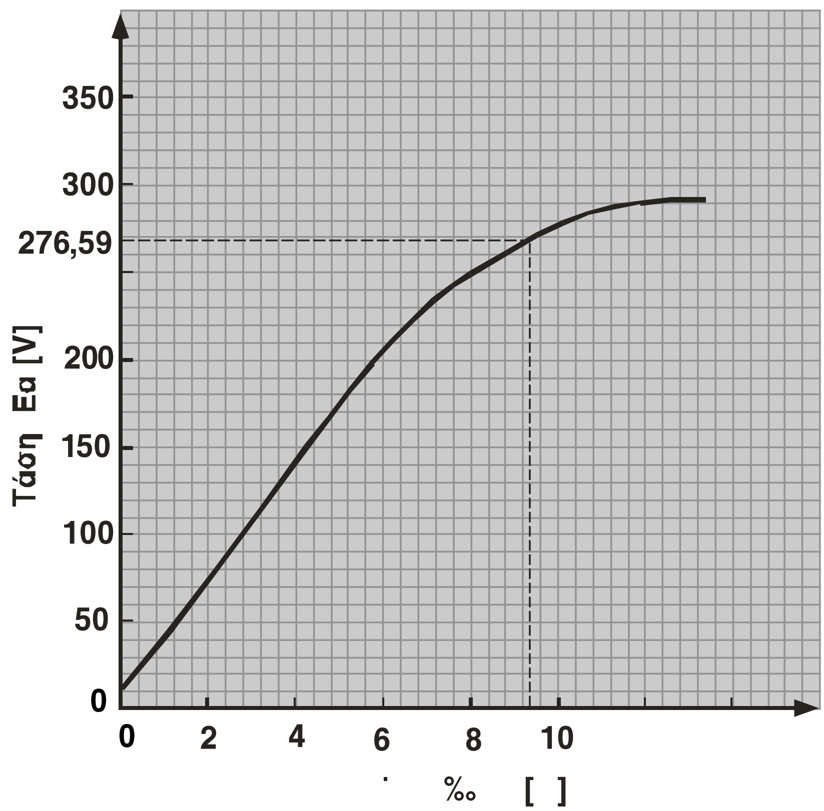
$$P_{1\Phi} = \frac{E_\alpha V_\alpha}{X_\alpha}\sin\Big(\delta\Big(= V_\alpha I_\alpha\cos\phi$$

Επομένως, ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα είναι

$$\cos\phi = \frac{E_\alpha}{X_\alpha I_\alpha}\sin\delta = \frac{0,9\cdot 1.328}{3\cdot 118,23}\sin 15^\circ = 0,87$$ ■

Άσκηση 3-6

Ένας 3Φ σύγχρονος κινητήρας, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, ονομαστικής ισχύος $P_{\mu\eta\chi,o} = 15hp$ και τάσης $V_\gamma = 400\,V$, έχει βαθμό απόδοσης σε πλήρες φορτίο $\eta_\kappa = 90\%$. Η σύγχρονη αντίδραση και η αντίσταση στα τυλίγματα τυμπάνου ανά φάση είναι αντίστοιχα $X_\alpha = 3\Omega$. Ο κινητήρας λειτουργεί σε πλήρες φορτίο και ο συντελεστής ισχύος του είναι $\cos\phi = 0,8$. Να υπολογισθεί: (α) Η γωνία ισχύος και (β) το ρεύμα πεδίου. Η καμπύλη κορεσμού του κινητήρα δίνεται στο του Σχ. 3-4.



Σχήμα 3-4. Η καμπύλη κορεσμού του κινητήρα της Άσκ. 3-6.

Λύση

(α) Η ανά φάση τάση και το ανά φάση ρεύμα του κινητήρα είναι αντίστοιχα

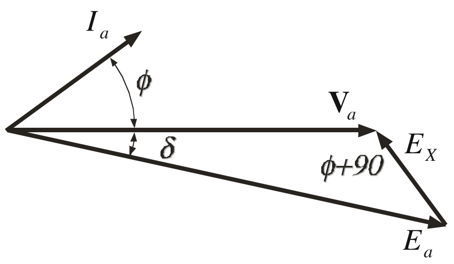
$$V_\alpha = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231\,V,\; I_\alpha = \frac{P_{3\Phi}\,/\,3}{V_\alpha \cos\phi}$$

όπου η ισχύς του κινητήρα υπολογίζεται

$$P_{3\Phi} = \frac{P_{\mu\eta\chi,o}}{\eta_\kappa} = \frac{15\cdot 746}{0,9} = 12,433\,kW$$

Άρα

$$I_\alpha = \frac{12.433\,/\,3}{231\cdot 0,8} = 22,4\,A$$



Σχήμα 3-5. Το διανυσματικό διάγραμμα φασιδεικτών της Άσκ. 3-6.

Η γωνία *φ* είναι

$$\cos\phi = 0,8 \Rightarrow \phi = 36,87^\circ$$

Ο νόμος των συνημιτόνων δίνει

$$\begin{aligned} E_\alpha^2 &= V_\alpha^2 + (I_\alpha X_\alpha)^2 - 2V_\alpha (I_\alpha X_\alpha)\cos\left(\phi + 90^\circ\right) \\ &= 231^2 + (22,4\cdot 3)^2 - 2\cdot 231\cdot(22,4\cdot 3)\cdot\cos\left(36,87^\circ + 90^\circ\right) \Rightarrow \\ E_\alpha &= 276,59\,V \end{aligned}$$

Και η γωνία ισχύος, με τη βοήθεια του νόμου των ημιτόνων, υπολογίζεται

$$\sin\delta = \frac{I_\alpha X_\alpha}{E_\alpha}\sin(\phi + 90^\circ) = \frac{22,4\cdot 3}{276,59}\sin 126,87^\circ = 0,19 \Rightarrow \delta = -11,21^\circ$$

(β) Από το διάγραμμα της καμπύλης κορεσμού του κινητήρα προκύπτει ότι για ΑΗΕΔ $E_\alpha = 276,59\,V$, το ρεύμα πεδίου είναι $i_f = 9,36\,A$. ■

3-2 Άλυτες Ασκήσεις

Άσκηση 3-7

Μία 3Φ σύγχρονη γεννήτρια, 6-πολική, ισχύος $500\,kVA$, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα και ονομαστικής τάσης $V_{\alpha,o} = 500\,V$, έχει σύγχρονη σύνθετη αντίσταση ανά φάση $Z_{\alpha} = 0{,}1 + j1{,}5\,\Omega$. Αν η γεννήτρια στρέφεται στις $1.000\,rpm$, να υπολογισθεί η συχνότητα της τάσης της γεννήτριας. Επίσης, να προσδιορισθεί η διέγερση της τάσης και η γωνία ισχύος σε πλήρες φορτίο, αν ο συντελεστής ισχύος της γεννήτριας είναι $\cos\phi = 0.8$. (Σημείωση. Αν η αντίσταση 0,1Ω παραληφθεί, το αποτέλεσμα θα είναι παραπλήσιο, αλλά όχι ακριβώς ίσο με αυτό που ακολουθεί).

(Απ. $50\,Hz, 1.075\,V, 37{,}6^o$) ■

Άσκηση 3-8

Μία 3Φ σύγχρονη γεννήτρια ισχύος $S_{3\Phi,o} = 100\,kVA$, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα και ονομαστικής τάσης $V_{\alpha,o} = 100\,V$, λειτουργεί σε πλήρες φορτίο, έχοντας συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 0{,}8$. Η αντίδραση ανά φάση είναι $X_{\alpha} = 0{,}55\Omega$. Να υπολογισθούν: (α) Ο δείκτης ρύθμισης της τάσης, (β) η γωνία ισχύος και (γ) η αναπτυσσόμενη ισχύς. Να αγνοηθεί η αντίσταση τυμπάνου R_{α}. ■

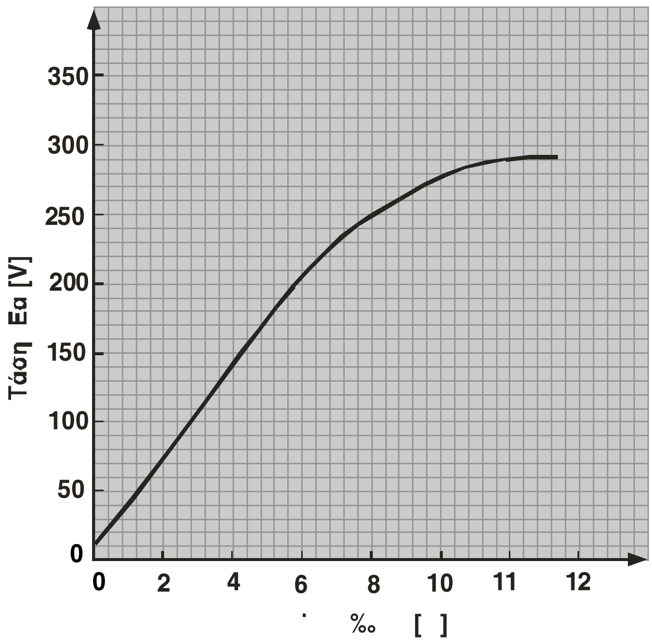
Άσκηση 3-9

Μία 3Φ σύγχρονη γεννήτρια, ισχύος $S_{3\Phi,o} = 30\,kVA$, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα και ονομαστικής τάσης $V_{\alpha,o} = 230\,V$, έχει σύγχρονη αντίδραση ανά φάση $X_{\alpha} = 0{,}8\,\Omega$. Η αντίσταση τυμπάνου R_{α} αγνοείται. Να υπολογισθεί ο δείκτης ρύθμισης της τάσης (α) σε πλήρες φορτίο, με συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 0{,}8$ με χωρητικό φορτίο, (β) σε 50% του πλήρους φορτίου, με συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 1$ και (γ) σε 25% του πλήρους φορτίου, με επαγωγικό φορτίο.

(Απ. $(\alpha) -18{,}7\%, (\beta) 2{,}5\%, (\gamma) 7{,}2\%$) ■

Άσκηση 3-10

Ένας σύγχρονος 3Φ κινητήρας, τάσης $V_{\gamma} = 400\,V$ έχει βαθμό απόδοσης $\eta_{\kappa} = 92\%$ και ισχύ που αποδίδεται στην άτρακτό του $P_{\mu\eta\chi} = 18\,hp$. Η σύγχρονη αντίσταση ανά φάση του κινητήρα είναι $X_{\alpha} = 1{,}5\,\Omega$. Αν ο κινητήρας λειτουργεί με επαγωγικό φορτίο και έχει συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 0{,}9$, να προσδιορισθεί: (α) η γωνία ισχύος και (β) το ρεύμα πεδίου. Δίνεται η καμπύλη κορεσμού του κινητήρα, η οποία εικονίζεται στο Σχ. 3-5.



Σχήμα 3-6. Η καμπύλη κορεσμού του κινητήρα της Άσκ. 3-9.

(Απ. προσεγγιστικά μόνο: $(\alpha) -7,4^{\circ}$, $(\beta) 4,5A$) ■

Άσκηση 3-11

Ένας σύγχρονος κινητήρας λειτουργεί σε ονομαστικό φορτίο και με συντελεστή ισχύος $\cos\phi = 1$. Αν το ρεύμα πεδίου αυξηθεί κατά 20%, δείξτε τα αποτελέσματα αλλαγής της τάσης και του ρεύματος στο διάγραμμα φασιδεικτών. ■

Μέρος 4

3Φ Επαγωγικοί Κινητήρες

4-1 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 4-1

Ένας 4-πολικός, 3Φ κινητήρας επαγωγής, συχνότητας $f = 50\,Hz$, λειτουργεί σε συνθήκες φορτίου τέτοιες ώστε η ολίσθηση να είναι $s = 0,03$. Να προσδιορισθεί: (α) η ταχύτητα του κινητήρα, (β) η συχνότητα ρεύματος του κινητήρα, (γ) η ταχύτητα του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου σε σχέση με το πλαίσιο του στάτη και (δ) η ταχύτητα του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο του στάτη.

Λύση

Η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα υπολογίζεται από τη σχέση

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 50}{4} = 1.500\,rpm$$

(α) Η ταχύτητα του κινητήρα είναι

$$n_{\mu\eta\chi} = (1-s)n_s = (1-0,03) \cdot 1.500 = 1.455\,rpm$$

(β) Η συχνότητα ρεύματος του κινητήρα είναι

$$f_2 = sf_1 = sf = 0,03 \cdot 50 = 1,5\,Hz$$

(γ) Το μαγνητικό πεδίο του στάτη επάγει ίσο αριθμό πόλων στο δρομέα. Το εναλλασσόμενο πεδίο στο δρομέα δημιουργεί ένα στρεφόμενο πεδίο ακριβώς όπως συμβαίνει στο στάτη. Η ταχύτητα περιστροφής του μαγνητικού πεδίου του δρομέα, σε σχέση με το δρομέα, είναι

$$n_2 = \frac{120f_2}{P} = \frac{120sf}{P} = sn_s\,,$$

ενώ η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα, σε σχέση με το στάτη, είναι

$$n_{\mu\eta\chi} = (1-s)n_s$$

Η ταχύτητα του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου του δρομέα σε σχέση με το ακίνητο πλαίσιο του στάτη είναι

$$n_s' = n_{\mu\eta\chi} + n_2 = n_s = 1.500\,rpm$$

(δ) Η ταχύτητα του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου του δρομέα σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο του στάτη είναι μηδέν, εφόσον και τα δύο στρέφονται με τη σύγχρονη ταχύτητα. ■

Άσκηση 4-2

Ένας 2-πολικός κινητήρας επαγωγής, συχνότητας $f = 50\,Hz$, λειτουργεί στις $2.900\,rpm$. Να υπολογισθούν: (α) η σύγχρονη ταχύτητα και (β) η % ολίσθηση.

Λύση

(α) Η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα υπολογίζεται από τη σχέση

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 50}{2} = 3.000\,rpm$$

(β) Η ολίσθηση υπολογίζεται

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{3.000 - 2.900}{2.900} = 0,033 = 3,3\%$$ ■

Άσκηση 4-3

Ο δρομέας ενός 3Φ, 4-πολικού κινητήρα επαγωγής, συχνότητας $f = f_1 = 50\,Hz$, παρέχει φορτίο $P_{διακ} = 120\,kW$, στη συχνότητα των $f_2 = 3\,Hz$. Να υπολογισθούν: (α) η ταχύτητα περιστροφής και (β) οι απώλειες χαλκού του δρομέα. Αν οι απώλειες χαλκού του στάτη είναι $P_{α,ηλ,1} = 3\,kW$, οι μηχανικές απώλειες είναι $P_{α,μηχ} = 2\,kW$ και οι απώλειες πυρήνα του στάτη $P_{α,πυρ} = 1,7\,kW$, να υπολογισθούν επίσης: (γ) η ισχύς εξόδου στην άτρακτο του κινητήρα και (δ) ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα. Να αγνοηθούν οι απώλειες πυρήνα του δρομέα.

Λύση

Η ολίσθηση και η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα υπολογίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις

$$s = \frac{f_2}{f_1} = \frac{3}{50} = 0,06\,,\; n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 50}{4} = 1.500\,rpm$$

(α) Η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα είναι

$$n_{μηχ} = (1 - s)n_s = (1 - 0,06) \cdot 1.500 = 1.410\,rpm$$

(β) Οι απώλειες χαλκού του δρομέα είναι

$$P_{α,ηλ,2} = sP_{διακ} = 0,06 \cdot 120 = 7,2\,kW$$

(γ) Η ισχύς εξόδου στην άτρακτο του κινητήρα υπολογίζεται

$$T_{μηχ}\omega_{μηχ} = P_{διακ} - (P_{α,ηλ,2} + P_{α,μηχ}) = 120 - (7,2 + 2) = 110,8\,kW$$

(δ) Η ισχύς εισόδου του κινητήρα είναι

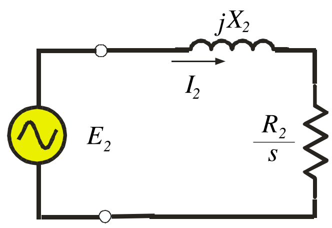
$$P_{3\Phi} = P_{\delta\iota\alpha\kappa} + P_{\alpha,\eta\lambda,1} + P_{\alpha,\pi\upsilon\rho} = 120 + 3 + 1{,}7 = 124{,}7\,kW$$

Άρα ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι

$$\eta_{\kappa} = \frac{T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi}}{P_{3\Phi}} = \frac{110{,}8}{124{,}7} = 89\% \qquad \blacksquare$$

Άσκηση 4-4

Ένας κινητήρας επαγωγής, με δακτύλιους ολίσθησης, έχει σύγχρονη ταχύτητα $n_s = 1.800\,rpm$ και λειτουργεί στις $n_{\mu\eta\chi} = 1.710\,rpm$, όταν η αντίσταση στο δρομέα είναι $R_2 = 0{,}2\Omega$ ανά φάση. Η αντίδραση του δρομέα είναι $X_2 = 2\Omega$ ανά φάση. Ο κινητήρας καλείται να αναπτύξει μία σταθερή ροπή για όλες τις ταχύτητες περιστροφής από την αρχική έως και την $n^* = 1440\,rpm$. Να εξηγηθεί πως είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί αυτό. Το ισοδύναμο κύκλωμα του δρομέα απεικονίζεται στο Σχ. 4-1. Υποθέτουμε ότι η τάση E_2 είναι σταθερή.



Σχήμα 4-1. Το κύκλωμα της Άσκ. 4-4.

Λύση

Η ανά φάση ισχύς που αναπτύσσεται υπολογίζεται από την Εξ. (7-31) από όπου έχει παραληφθεί ο τόνος

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = I_2^2\frac{R_2}{s} - I_2^2 R_2 = I_2^2 R_2 \frac{1-s}{s}$$

Το ρεύμα στα τυλίγματα του δρομέα υπολογίζεται από το κύκλωμα του Σχ. 4-1

$$I_2^2 = \frac{E_2^2}{(R_2/s)^2 + X_2^2}$$

Η μηχανική περιστροφική ταχύτητα του κινητήρα είναι

$$\omega_{\mu\eta\chi} = (1-s)\omega_s$$

όπου ω_s είναι η σύγχρονη ταχύτητα του κινητήρα. Από τις τρεις προηγούμενες εξισώσεις υπολογίζεται η ηλεκτρομαγνητική ροπή του κινητήρα (η εξίσωση της χαρακτηριστικής)

$$T = \frac{E_2^2}{\omega_s} \frac{sR_2}{R_2^2 + s^2 X_2^2}$$

Είναι εύκολο να επαληθευθεί ότι οι μερικές παράγωγοι $\partial T / \partial s$ και $\partial T / \partial R_\alpha$ είναι πάντα θετικές. Έτσι, για σταθερή ροπή T, καθώς αυξάνει η ολίσθηση s, (και βέβαια μειώνεται η ταχύτητα περιστροφής), η αντίσταση R_α πρέπει να αυξάνει, φτάνοντας στην μέγιστη τιμή της, R_2^*, που αντιστοιχεί σε ολίσθηση s^*. Τελικά, προκύπτει η τετραγωνική έκφραση

$$\frac{sR_2}{R_2^2 + s^2 X_2^2} = \frac{s^* R_2^*}{R_2^{*2} + s^{*2} X_2^2}$$

από την οποία έχουμε

$$R_2^* = 0,8\Omega$$

και όπου χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές των ολισθήσεων s και s^* που δίνονται από τις εξισώσεις

$$s = \frac{n_s - n_{\mu\eta\chi}}{n_s} = \frac{1.800 - 1.710}{1.800} = 0,05$$

και

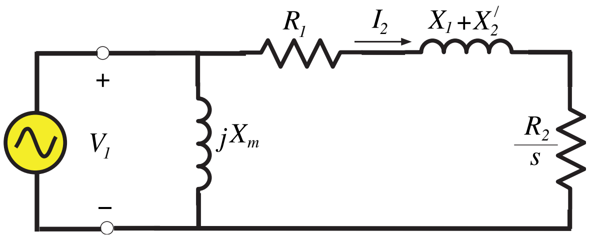
$$s^* = \frac{n_s - n_{\mu\eta\chi}^*}{n_s} = \frac{1.800 - 1.440}{1.800} = 0,2 \; X_m = 20\Omega, R_2 / s = 0,05 / s[\Omega]$$

Προκειμένου να επιτευχθεί η σταθερή ροπή για όλο το εύρος στροφών, πρέπει να εισαχθεί εξωτερικός ροοστάτης σε σειρά με τα τυλίγματα του δρομέα με μέγιστη τιμή

$$R_{\max} = R_2^* - R_2 = 0,8 - 0,2 = 0,6\Omega$$ ■

Άσκηση 4-5

Ένας 3Φ κινητήρας επαγωγής, έχει τα χαρακτηριστικά, ανά φάση που φαίνονται στο ισοδύναμο κύκλωμα του Σχ. 4-2. Να υπολογισθεί η ολίσθηση, για την οποία ο κινητήρας αποδίδει τη μέγιστη ισχύ. Δίνονται: $R_1 = 0,05\Omega, X_1 + X_2' = 0,3\Omega,$.



Σχήμα 4-2. Το ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 4-5.

Λύση

Η ανά φάση παραγόμενη ισχύς που αναπτύσσεται υπολογίζεται από τη σχέση

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = I_2^2 \frac{R_2}{s}(1-s)$$

Το ρεύμα στα τυλίγματα του δρομέα υπολογίζεται από τη σχέση

$$I_2^2 = \frac{V_1^2}{(R_1 + R_2 / s)^2 + (X_1 + X_2')^2}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις και κάνοντας αριθμητική αντικατάσταση των δοσμένων μεγεθών, προκύπτει

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = 20V_1^2 \frac{s(1-s)}{(s+1)^2 + 36s^2}$$

Η ολίσθηση, για την οποία ο κινητήρας αποδίδει τη μέγιστη ισχύ υπολογίζεται από τη σχέση

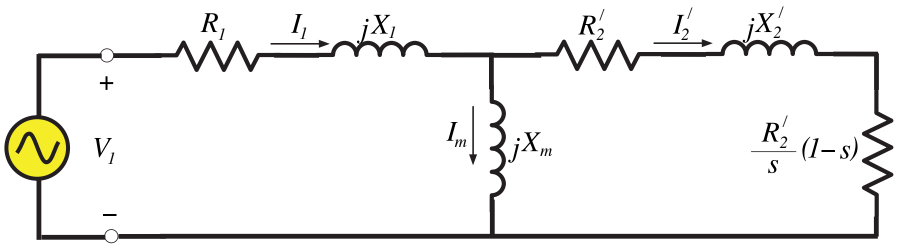
$$\partial(T\omega_{\mu\eta\chi}) / \partial s = 0\,,$$

η οποία δίνει τελικά

$$s \cong 0{,}14$$ ■

Άσκηση 4-6

Τα χαρακτηριστικά, ανά φάση ενός 4-πολικού, 3Φ κινητήρα επαγωγής, συχνότητας $f = 50\,Hz$, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, φαίνονται στο ισοδύναμο κύκλωμα του Σχ. 4-3. Αν οι μηχανικές απώλειες και απώλειες σιδήρου (πυρήνα) είναι $P_{\alpha,\mu,\pi} = 800\,W$ στις $n_{\mu\eta\chi} = 1.450\,rpm$, να υπολογισθούν (σε αυτές τις στροφές): (α) το ρεύμα εισόδου, (β) η ισχύς εισόδου, (γ) η ισχύς εξόδου, (δ) η μηχανική ροπή στην έξοδο και (ε) ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα. Δίνονται: $V_\gamma = 400\,V, X_1 = 0{,}5\Omega$, $X_m = 20\Omega, R_1 = 0{,}2\Omega$, $X_2' = 0{,}02\Omega$ και $R_2' = 0{,}1\Omega$.



Σχήμα 4-3. Το ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 4-6.

Λύση

Η σύγχρονη ταχύτητα και η ολίσθηση του κινητήρα υπολογίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 50}{4} = 1.500\,rpm,\; s = \frac{n_s - n_{\mu\eta\chi}}{n_s} = \frac{1.500 - 1.450}{1.500} = 0,033$$

Η ισοδύναμη ανά φάση σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος του Σχ. 4-3 υπολογίζεται ως εξής

$$Z_{\iota\sigma} = R_{\iota\sigma} + jX_{\iota\sigma} = (R_1 + jX_1) + \frac{jX_m(R_2'/s + jX_2')}{R_2'/s + j(X_m + X_2')} = (0,2 + j0,5) + \frac{j20(3,03 + j0,2)}{3,03 + j(20 + 0,2)}$$
$$= 3{,}1 + j1{,}13 = 3,3\angle 20^\circ\,\Omega$$

Η ανά φάση τάση είναι

$$V_1 = \frac{V_\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231\,V$$

(α) Το ρεύμα εισόδου είναι

$$I_1 = \frac{V_\alpha}{\left\| Z_{\iota\sigma} \right\|} = \frac{231}{3,3} = 70\,A$$

(β) Η ισχύς εισόδου βρίσκεται

$$P_{3\Phi} = 3V_1 I_1 \cos 20^\circ = 3 \cdot 231 \cdot 70 \cdot \cos 20^\circ = 45,6\,kW$$

(γ) Η ισχύς που μεταφέρεται μέσω του διάκενου στο δρομέα του κινητήρα είναι

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa} = 3I_1^2 \operatorname{Re}\left\{ \frac{jX_m(R_2'/s + jX_2')}{R_2'/s + j(X_m + X_2')} \right\} = 3I_1^2(R_{\iota\sigma} - R_1) = 3 \cdot 70^2 \cdot 2{,}9 = 42,63\,kW$$

Η ηλεκτρομαγνητική ισχύς υπολογίζεται ως εξής

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = (1 - s)P_{\delta\iota\alpha\kappa} = (1 - 0,033) \cdot 42,63 = 41,22\,kW$$

Επομένως, η μηχανική ισχύς εξόδου είναι

$$P_{\mu\eta\chi} = T_{\mu\eta\chi}\,\omega_{\mu\eta\chi} = T\omega_{\mu\eta\chi} - P_{\alpha,\mu,\pi} = 41.220 - 800 = 40,42\,kW$$

(δ) Η ροπή στην έξοδο του κινητήρα είναι

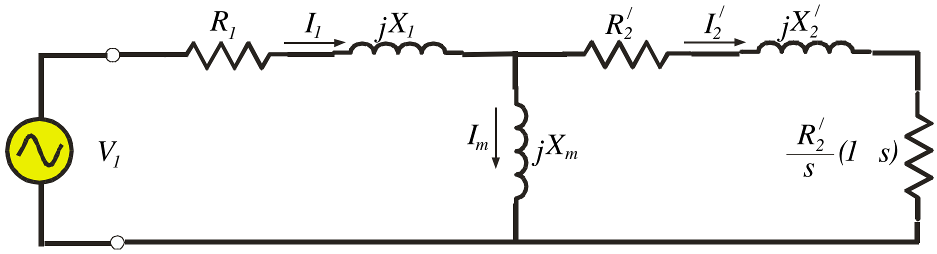
$$T_{\mu\eta\chi} = \frac{P_{\mu\eta\chi}}{\omega_{\mu\eta\chi}} = \frac{P_{\mu\eta\chi}}{2\pi \cdot n_{\mu\eta\chi}/60} = \frac{40.420}{2\pi \cdot 1.450/60} = 266,2\,Nm$$

(ε) Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα βρίσκεται

$$\eta_{\kappa} = \frac{P_{\mu\eta\chi}}{P_{3\Phi}} = \frac{40,42}{45,60} = 88,64\%$$ ■

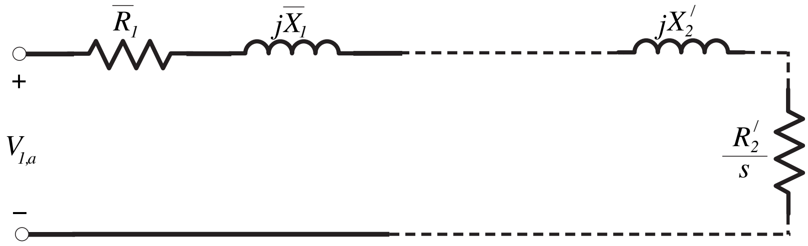
Άσκηση 4-7

(α) Να αντικατασταθεί το κύκλωμα του Σχ. 4-4 με το ισοδύναμο Thevenin και να προσδιορισθεί η τάση και η αντίσταση Thevenin, $V_{1,a}$ και $\bar{R}_1 + j\bar{X}_1$ αντίστοιχα. (β) Να γίνει αριθμητική αντικατάσταση για τα εξής χαρακτηριστικά, ανά φάση, του κυκλώματος: $X_1 = 0{,}5\Omega, X_2' = 0{,}02\Omega, X_m = 20\Omega, R_1 = 2R_2' = 0{,}2\Omega$, $V_{\gamma\rho} = 400\,V$.



Σχήμα 4-4. Το ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 4-7.

Λύση



Σχήμα 4-5. Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin της Άσκ. 4-7.

(α) Στο Σχ. 4-5 φαίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin. Με τη βοήθεια του Σχ. 4-4 υπολογίζονται η τάση και η αντίσταση Thevenin αντίστοιχα:

$$\mathbf{V}_{1,a} = \frac{jX_m}{R_1 + j(X_1 + X_m)}\mathbf{V}_1$$

και

$$\bar{R}_1 + j\bar{X}_1 = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)}$$

(β) Η αριθμητική αντικατάσταση των δοσμένων μεγεθών δίνει:

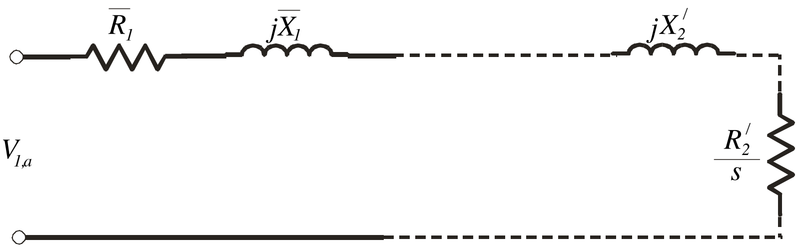
$$V_{1,a} = \frac{j20}{0,2 + j(0,5+20)} \cdot \frac{400}{\sqrt{3}} = 225,3\,V$$

και

$$\overline{R}_1 + j\overline{X}_1 = \frac{j20 \cdot (0,2 + j0,5)}{0,2 + j(0,5 + 20)} = 0,19 + j0,49\,\Omega$$ ■

Άσκηση 4-8

Δίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα του κινητήρα της Άσκ. 4-6 στο Σχ. 4-6. Να υπολογισθούν: (α) οι ηλεκτρομαγνητικές απώλειες του κινητήρα, (β) η ισχύς διάκενου, (γ) η μηχανική ισχύς εξόδου και (δ) η μηχανική ροπή στην έξοδο του κινητήρα. Να συγκριθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα της Άσκ. 4-6.



Σχήμα 4-6. Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin της Άσκ. 4-8/6.

Λύση

Από την Άσκ. 4-6 η ολίσθηση του κινητήρα βρέθηκε ότι είναι s = 0,033. Η ισοδύναμη ανά φάση σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος του Σχ. 4-6, λαμβάνοντας υπόψη και τους υπολογισμούς της Άσκ. 4-7, είναι

$$Z_{\iota\sigma} = (\overline{R}_1 + j\overline{X}_1) + \frac{R_2'}{s} + jX_2' = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)} + \frac{R_2'}{s} + jX_2'$$
$$= 0,19 + j0,49 + \frac{0,1}{0,033} + j0,2 = 3,22 + j0,69\,\Omega$$

και η τάση κατά Thevenin, σύμφωνα με την Άσκ. 4-7, βρέθηκε

$$V_{1,a} = 225,3\,V$$

(α) Οι ηλεκτρομαγνητικές απώλειες του κινητήρα είναι

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa} = 3I_{\alpha}'^2 \frac{R_2'}{s} = 3 \cdot 68,48^2 \cdot \frac{0,1}{0,033} = 42,63\,kW$$

(β) Η ηλεκτρομαγνητική ισχύς του υπολογίζεται με τη βοήθεια της ισχύος διάκενου

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = (1 - s)P_{\delta\iota\alpha\kappa} = (1 - 0,033) \cdot 42,63 = 41,22kW$$

(γ) Η ισχύς εξόδου είναι

$$P_{\mu\eta\chi} = T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi} = T\omega_{\mu\eta\chi} - P_{\alpha,\mu,\pi} = 41.220 - 800 = 40,42kW$$

(δ) Η ροπή στην έξοδο του κινητήρα είναι

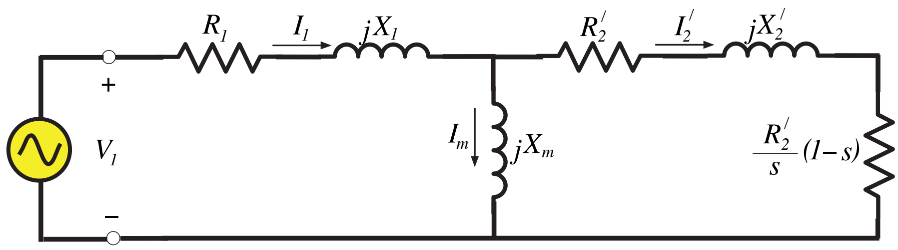
$$T_{\mu\eta\chi} = \frac{P_{\mu\eta\chi}}{\omega_{\mu\eta\chi}} = \frac{T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi}}{2\pi \cdot n_{\mu\eta\chi} / 60} = \frac{40.420}{2\pi \cdot 1.450 / 60} = 266,2\,Nm$$

Τα αποτελέσματα έρχονται σε πλήρη συμφωνία με αυτά της Άσκ. 4-6. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η Άσκ. 4-6 επιλύθηκε με την υπόθεση ότι οι απώλειες πυρήνα μπορούν να ενσωματωθούν στις μηχανικές απώλειες που εμφανίζονται *μετά* την ηλεκτρομαγνητική ισχύ. ■

4-2 Άλυτες Ασκήσεις

Άσκηση 4-9

Τα χαρακτηριστικά, ανά φάση ενός 4-πολικού, 3Φ κινητήρα επαγωγής, συχνότητας $f_1 = 60\,Hz$, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα, φαίνονται στο ισοδύναμο κύκλωμα του Σχ. 4-7. Δίνονται: $X_1 = X_2' = 2\Omega, X_m = 50\Omega, R_1 = 0,75\Omega, R_2' = 0,8\Omega\,, V_1 = 600\,V$. Να αντικατασταθεί το κύκλωμα του Σχ. 4-7 με το ισοδύναμο Thevenin και να προσδιορισθεί η τάση και η αντίσταση Thevenin, $V_{1,a}$ και $R_1 + jX_1$ αντίστοιχα.



Σχήμα 4-7. Το ισοδύναμο κύκλωμα της Άσκ. 4-9.

(Απ. $\overline{R}_1 + \overline{X}_1 = 0,69 + j1,93\Omega,\ V_{1,a} = 333\,V$) ■

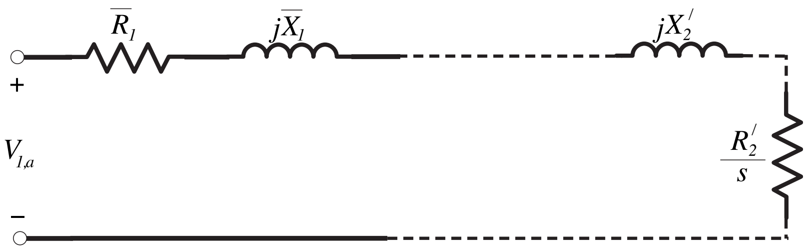
Άσκηση 4-10

Για το κύκλωμα Thevenin του Σχ. 4-8 να αποδειχθεί ότι (α) η ολίσθηση, για την οποία η ροπή είναι μέγιστη, είναι

$$s_{\max} = \frac{R_2'}{\sqrt{\bar{R}_1^{\,2} + (\bar{X}_1 + X_2')^2}}$$

και ότι (β) η (ανά φάση) αντίστοιχη ροπή είναι

$$T_{\max} = \frac{V_{1,\alpha}^2}{2\omega_s[\bar{R}_1 + \sqrt{(\bar{X}_1 + X_2')^2 + \bar{R}_1^{\,2}}\,]}$$



Σχήμα 4-8. Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin της Άσκ. 4-10. ■

Άσκηση 4-11

Ένας 6-πολικός, 3Φ κινητήρας επαγωγής, με ονομαστικά χαρακτηριστικά $400\,Hz$, $150\,V$, $10\,hp$ και 3% ολίσθηση αποδίδει την ονομαστική τιμή της ισχύος εξόδου. Οι απώλειες τριβής και ανεμισμού είναι $200\,W$ στην ονομαστική ταχύτητα του κινητήρα. Αν ο κινητήρας λειτουργεί με τα πιο πάνω ονομαστικά του χαρακτηριστικά, να υπολογισθούν: (α) η ταχύτητα περιστροφής, (β) η συχνότητα του ρεύματος του δρομέα, (γ) οι απώλειες χαλκού του δρομέα, (δ) οι ηλεκτρομαγνητικές απώλειες του κινητήρα και (ε) η ροπή στην έξοδο του κινητήρα.

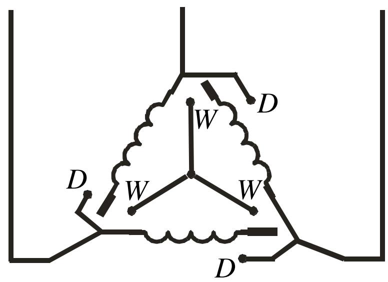
(Απ. $(\alpha)7.760\,rpm, (\beta)12\,Hz, (\gamma)237\,W, (\delta)7.897\,W, (\varepsilon)9,2\,Nm$) ■

Άσκηση 4-12

Ένας 12-πολικός, 3Φ κινητήρας επαγωγής, με φάσεις σε σύνδεση αστέρα έχει ονομαστικά χαρακτηριστικά $60\,Hz$, $2.200\,V$, $500\,hp$. Η αντίσταση, ανά φάση, του στάτη είναι $0,4\Omega$ και του δρομέα, ανά φάση του στάτη, $0,2\Omega$. Η ολική αντίδραση του στάτη και του δρομέα, ανά φάση του στάτη, είναι 2Ω. Με τα ονομαστικά χαρακτηριστικά τάσης και συχνότητας του κινητήρα, η ολίσθηση είναι $0,02$. Κάτω από αυτές τις συνθήκες να υπολογισθούν τα, ανά φάση, μεγέθη: (α) το ρεύμα του στάτη, αγνοώντας το ρεύμα του μαγνητικού πεδίου, (β) την αναπτυσσόμενη μηχανική ροπή, (γ) την ισχύ εισόδου και (δ) τις απώλειες χαλκού του δρομέα.

(Απ.$(\alpha)120\,A, (\beta)2.292\,Nm, (\gamma)144\,kW, (\delta)2.880\,W$) ■

Άσκηση 4-13



Σχήμα 4-9. Σύνδεση κατά αστέρα ή κατά τρίγωνο της Άσκ. 4-13.

Για μία δοσμένη πολική τάση, η οποία εφαρμόζεται στους ακροδέκτες ενός κινητήρα εκκίνησης αστέρα - τριγώνου και για αλλαγή από αστέρα σε τρίγωνο, να υπολογισθεί ο λόγος των: (α) ρευμάτων εκκίνησης και (β) ροπών εκκίνησης.

(Απ. $(\alpha) I_{\Upsilon} / I_{\Delta} = 1/3$, $(\beta) \mathrm{T}_{\Upsilon} / \mathrm{T}_{\Delta} = 1/3$) ■

Άσκηση 4-14

Ένας κινητήρας επαγωγής είναι έτοιμος να τεθεί σε λειτουργία με μειωμένη τάση, τέτοια ώστε το ρεύμα εκκίνησης να μην υπερβαίνει τέσσερις φορές το ρεύμα πλήρους φορτίου. Συγχρόνως, αναπτύσσεται ροπή ίση με το 25% της ροπής υπό πλήρες φορτίο. Η ολίσθηση σε πλήρες φορτίο είναι 3%. Να προσδιορισθεί το ποσοστό κατά το οποίο πρέπει να μειωθεί η τάση κατά την εκκίνηση σε σχέση με την κανονική τάση λειτουργίας.

(Απ. $0,722$) ■

Μέρος

5

1Φ Επαγωγικοί Κινητήρες

5-1 Λυμένες Ασκήσεις

Άσκηση 5-1

Για τον 1Φ κινητήρα επαγωγής, τάσης $V_1 = 230\,V$, του οποίου το ισοδύναμο κύκλωμα εικονίζεται στο Σχ. 8-11α του βιβλίου, δίνονται τα εξής χαρακτηριστικά: $R_1 = R_2' = 8\Omega$, $X_1 = X_2' = 12\Omega$ και $X_m = 200\Omega$. Η ολίσθηση του κινητήρα είναι $s = 4\%$. Να υπολογισθούν (α) το ρεύμα εισόδου, (β) η ισχύς εισόδου, (γ) η αναπτυσσόμενη ηλεκτρομαγνητική ισχύς και (δ) η αναπτυσσόμενη ηλεκτρομαγνητική ροπή (στην ονομαστική τιμή τάσης). Η ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα είναι 1.728 rpm.

Λύση

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8-12 του βιβλίου, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathbf{Z}_+ = R_+ + jX_+ = \frac{(j100)(\dfrac{4}{0,04} + j6)}{j100 + \dfrac{4}{0,04} + j6} = 47 + j50\Omega$$

και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathbf{Z}_- = R_- + jX_- = \frac{(j100)(\dfrac{4}{1,96} + j6)}{j100 + \dfrac{4}{1,96} + j6} = 1,8 + j5,7\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta} = (R_1 + R_+ + R_-) + j(X_1 + X_+ + X_-) = 56,8 + j67,7 = 88,4\angle 50^o\,\Omega$$

(α) Το ρεύμα εισόδου είναι

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta}} = \frac{230}{88,4} = 2,6\angle -50^\circ A$$

(β) Ο συντελεστής ισχύος είναι

$$\cos\phi = \cos 50^o = 0,64$$

Η ισχύς εισόδου υπολογίζεται

$$P_{in} = P_{1\Phi} = V_1 I_1 \cos\phi = 230 \cdot 2,6 \cdot 0,64 = 382,7\, W$$

(γ) Η ισχύς διάκενου που αναπτύσσεται από το θετικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} = I_1^{\,2} R_+ = 2,6^2 \cdot 47 = 317,72\, W$$

και η ισχύς που αναπτύσσει το αρνητικά στρεφόμενο πεδίο είναι

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,-} = I_1^{\,2} R_- = 2,6^2 \cdot 1,8 = 12,168\, W$$

Η αναπτυσσόμενη ηλεκτρομαγνητική ισχύς είναι

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = (1-s)(P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} - P_{\delta\iota\alpha\kappa,-}) = (1-0,04)(317,72 - 12,168) = 293,3\, W$$

(δ) Η αναπτυσσόμενη ηλεκτρομαγνητική ροπή του κινητήρα υπολογίζεται

$$T = \frac{(P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} - P_{\delta\iota\alpha\kappa,-})(1-s)}{\omega_{\mu\eta\chi}} = \frac{(317,72 - 12,168)(1-0,04)}{2\pi \cdot 1.728\,/\,60} = 1,62\, Nm\,. \qquad \blacksquare$$

Άσκηση 5-2

Να επαναληφθούν οι υπολογισμοί της Άσκ. 5-1 και να συγκριθούν τα αποτελέσματα για τα εξής χαρακτηριστικά του ίδιου κινητήρα: να αγνοηθεί ο όρος X_m στη σύνθετη αντίσταση $\mathbf{Z}\_$ και να ληφθεί υπόψη η αντίσταση του αντίστροφα στρεφόμενου πεδίου, με χαμηλή ολίσθηση, ίση με $0,25R_2'$.

Λύση

Με τον ίδιο ακριβώς συλλογισμό που ακολουθήθηκε στην Άσκ. 5-1, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_+ = R_+ + jX_+ = 47 + j50\Omega$$

και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_- = R_- + jX_- = 2 + j6\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta} = (R_1 + R_+ + R_-) + j(X_1 + X_+ + X_-) = 56,8 + j67,7 = 88,4\angle 50^o\,\Omega$$

(α) Το ρεύμα εισόδου είναι

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta}} = \frac{230}{88,4} = 2,6\angle -50^\circ A$$

(β) Ο συντελεστής ισχύος είναι

$$\cos\phi = \cos 50^o = 0,64$$

Η ισχύς εισόδου υπολογίζεται

$$P_{in} = P_{1\Phi} = V_1 I_1 \cos\phi = 230 \cdot 2,6 \cdot 0,64 = 382,7\,W$$

(γ) Η ισχύς διάκενου που αναπτύσσεται από το θετικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} = I_1^{\,2} R_+ = 2,6^2 \cdot 47 = 317,72\,W$$

και η ισχύς που αναπτύσσει το αρνητικά στρεφόμενο πεδίο είναι

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,-} = I_1^{\,2} R_- = 2,6^2 \cdot 2 = 13,52\,W$$

Η αναπτυσσόμενη ισχύς είναι

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = (1-s)(P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} - P_{\delta\iota\alpha\kappa,-}) = (1-0,04)(317,72-13,52) = 292\,W$$

(δ) Η αναπτυσσόμενη ροπή του κινητήρα υπολογίζεται

$$T = \frac{(P_+ - P_-)(1-s)}{\omega_{\mu\eta\chi}} = \frac{(317,72-12,168)(1-0,04)}{2\pi \cdot 1.728\,/\,60} = 1,62\,Nm\,.$$ ■

Άσκηση 5-3

Ένας 1Φ, 4-πολικός κινητήρας επαγωγής, τάσης $V_1 = 110\,V$, συχνότητας $f_1 = 50\,Hz$, του οποίου το ισοδύναμο κύκλωμα εικονίζεται στο Σχ. 8-11α του βιβλίου, έχει τα εξής χαρακτηριστικά: $R_1 = R_2' = 2\Omega$, $X_1 = X_2' = 2\Omega$ και $X_m = 50\Omega$. Οι απώλειες πυρήνα του κινητήρα είναι $P_{\alpha,\pi\upsilon\rho} = 25\,W$ και οι απώλειες τριβών και ανεμισμού είναι $P_{\alpha,\mu\eta\chi} = 10\,W$. Η ολίσθηση του κινητήρα είναι $s = 10\%$. Να προσδιορισθούν: (α) το ρεύμα εισόδου του κινητήρα και (β) ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα.

Λύση

Όπως φαίνεται στο Σχ. 8-11α του βιβλίου, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathbf{Z}_+ = R_+ + jX_+ = \frac{(j25)(\frac{1}{0,1} + j)}{j25 + \frac{1}{0,1} + j} = 8 + j4\,\Omega$$

και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathbf{Z}_{-} = R_{-} + jX_{-} = \frac{(j25)(\frac{1}{1,9} + j)}{j25 + \frac{1}{1,9} + j} = 0,48 + j0,96\,\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta} = (R_1 + R_{+} + R_{-}) + j(X_1 + X_{+} + X_{-}) = 10,48 + j6,96 = 12,6\angle 33,6^o\,\Omega$$

(α) Το ρεύμα εισόδου είναι

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta}} = \frac{100}{12,6} = 8,73\,A$$

(β) Η ισχύς διάκενου που αναπτύσσεται από το θετικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} = I_1^{\,2} R_{+} = 8,73^2 \cdot 8 = 609,7\,W$$

και η ισχύς που αναπτύσσει το αρνητικά στρεφόμενο πεδίο είναι

$$P_{\delta\iota\alpha\kappa,-} = I_1^{\,2} R_{-} = 8,73^2 \cdot 0,48 = 36,58\,W$$

Η αναπτυσσόμενη ηλεκτρομαγνητική ισχύς είναι

$$T\omega_{\mu\eta\chi} = (1-s)(P_{\delta\iota\alpha\kappa,+} - P_{\delta\iota\alpha\kappa,-}) = (1-0,1)(609,7 - 36,58) = 516\,W$$

Η μηχανική ισχύς εξόδου υπολογίζεται

$$T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi} = T\omega_{\mu\eta\chi} - P_{\alpha,\pi\upsilon\rho} - P_{\alpha,\mu\eta\chi} = 516 - 25 - 10 = 481\,W$$

Η ισχύς εισόδου υπολογίζεται

$$P_{in} = P_{1\Phi} = V_1 I_1 \cos\phi = 110 \cdot 8,73 \cdot \cos 33,6^o = 800\,W$$

Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι

$$\eta_{\kappa} = \frac{T_{\mu\eta\chi}\omega_{\mu\eta\chi}}{P_{1\Phi}} = \frac{481}{800} = 60\%$$ ■

Άσκηση 5-4

Δίνεται ο κινητήρας με τα χαρακτηριστικά της Άσκ. 5-1. Να υπολογισθούν τα ρεύματα των διαφόρων στοιχείων του ισοδύναμου κυκλώματος όταν (α) ο κινητήρας λειτουργεί χωρίς φορτίο (s = 0) και (β) ο δρομέας μένει ακίνητος (s = 1). Και στις δύο περιπτώσεις η τάση έχει την ονομαστική της τιμή.

Λύση

(α) Όπως φαίνεται στο Σχ. 8-11α του βιβλίου, όταν ο κινητήρας λειτουργεί χωρίς φορτίο (s = 0), η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{+} = R_{+} + jX_{+} = j100\,\Omega$$

και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{-} = R_{-} + jX_{-} = \frac{(j100)(2+j6)}{j100+2+j6} = 1{,}78 + j5{,}7\,\Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta} = (R_1 + R_{+} + R_{-}) + j(X_1 + X_{+} + X_{-}) = 9{,}78 + j117{,}7 = 118\angle 85^o\,\Omega$$

Το ρεύμα εισόδου είναι

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{\iota\sigma o\delta}} = \frac{230\angle 0^o}{118\angle 85^o} = 1{,}95\angle -85^o\,A$$

Η τάση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathbf{V}_{+} = \mathbf{I}_1\mathbf{Z}_{+} = (1{,}95\angle -85^o)(5{,}97\angle 73^o) = 11{,}64\angle -12^o\,V$$

Τα ρεύματα των στοιχείων υπολογίζονται

$$j100 = \frac{11{,}64\angle -12^o}{100\angle 90^o} = 0{,}1164\angle -102^o\,A$$

$$2 + j6 = \frac{11{,}64\angle -12^o}{6{,}32\angle 72^o} = 1{,}84\angle -84^o\,A$$

(β) Όπως φαίνεται στο Σχ. 8-11α του βιβλίου, όταν ο δρομέας μένει ακίνητος (s = 1), η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο θετικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι ίση με τη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος που αντιστοιχεί στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο:

$$\mathbf{Z}_{+} = R_{+} + jX_{+} = \frac{(j100)(4+j6)}{4+j6} = 3{,}5 + j5{,}8\,\Omega = \mathbf{Z}_{-}$$

Η ισοδύναμη αντίσταση υπολογίζεται

$$\mathbf{Z}_{ισοδ} = (R_1 + R_+ + R_-) + j(X_1 + X_+ + X_-) = 15 + j23,6 = 28\angle 57^o\,\Omega$$

Το ρεύμα εισόδου είναι

$$\mathrm{I}_1 = \frac{\mathrm{V}_1}{\mathrm{Z}_{ισοδ}} = \frac{230}{28} = 8,2\,A$$

Η τάση του κυκλώματος που αντιστοιχεί είτε στο θετικά είτε στο αρνητικά περιστρεφόμενο πεδίο είναι

$$\mathrm{V}_+ = \mathrm{V}_- = \mathrm{I}_1\mathrm{Z}_+ = 8,2\cdot\sqrt{3,5^2 + 5,8^2} = 56\,V$$

Τα ρεύματα των στοιχείων υπολογίζονται

$$j100 = \frac{56}{100} = 0,56\,A$$

και

$$4 + j6 = \frac{56}{\sqrt{6^2 + 4^2}} = 7,8\,A\,.$$ ■

5-2 Άλυτες Ασκήσεις

Άσκηση 5-5

Οι παράμετροι του ισοδύναμου κυκλώματος ενός 1Φ, 6-πολικού κινητήρα επαγωγής, τάσης $V_1 = 230\,V$, συχνότητας $f_1 = 60\,Hz$ είναι: $R_1 = R_2' = 10\Omega$, $X_1 = X_2' = 10\Omega$ και $X_m = 100\Omega$. Η ολίσθηση του κινητήρα είναι $s = 5\%$. Να προσδιορισθούν: (α) η ταχύτητα του κινητήρα, (β) το ρεύμα εισόδου, (γ) ο συντελεστής ισχύος και (δ) η αναπτυσσόμενη ροπή.

(Απ. (α) $1.440\,rpm$, (β) $3,68\,A$, (γ) $0,5$ - επαγωγική συμπεριφορά, (δ) $1,84\,Nm$) ■

Άσκηση 5-6

Η ισχύς εισόδου του κινητήρα της προηγούμενης άσκησης, όταν λειτουργεί χωρίς φορτίο, στην τάση $V_1 = 230\,V$, είναι $34,1\,W$ σε ρεύμα $1,2\,A$. Αν η ολίσθηση του κινητήρα είναι $s = 5\%$ να προσδιορισθεί ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα.

(Απ. $44,2\%$) ■

Άσκηση 5-7

Να επαναληφθούν οι υπολογισμοί της Άσκ. 5-5 και να συγκριθούν τα αποτελέσματα για τα εξής χαρακτηριστικά του ίδιου κινητήρα: να αγνοηθεί ο όρος X_m στη σύνθετη αντίσταση $\mathbf{Z}_-$ και να ληφθεί υπόψη η αντίσταση του αντίστροφα στρεφόμενου πεδίου ίση με $0,25R_2'$.

(Απ. (α) $1.440\,rpm$, (β) $3,65\,A$, (γ) $0,5$ - επαγωγική συμπεριφορά, (δ) $1,77\,Nm$) ■