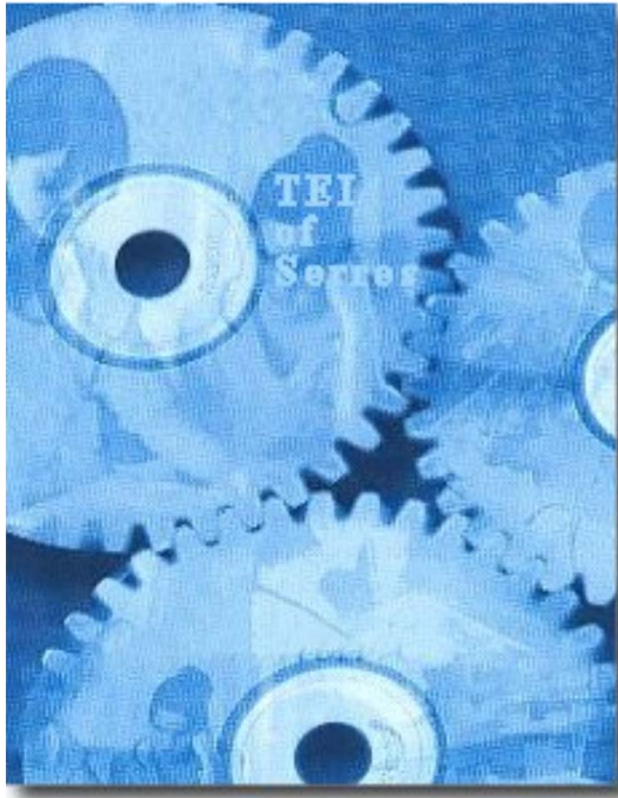


Μάθημα: Πειραματική αντοχή των υλικών

Σύνθετη καταπόνηση

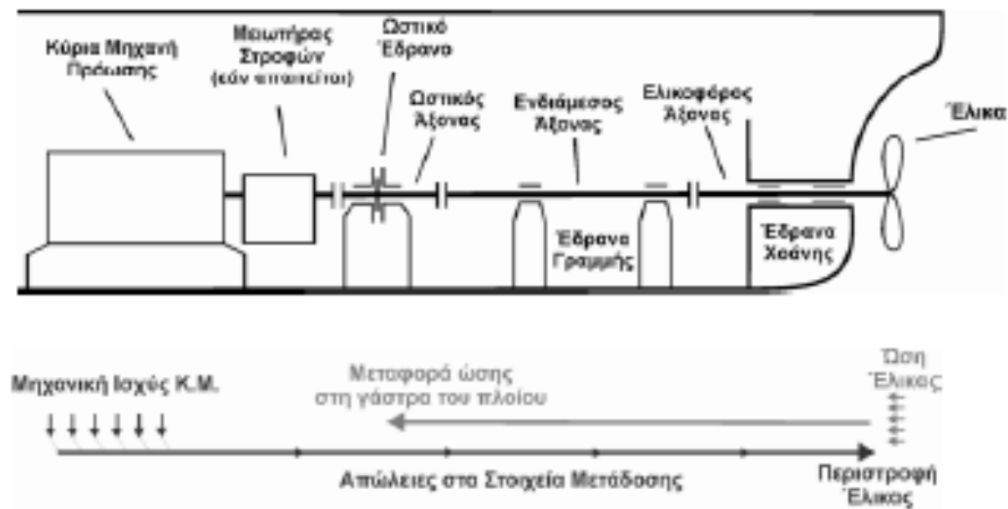


Κατασκευαστικός Τομέας
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Σερρών

Μέσω των πειραμάτων της αντοχής υλικών προσδιορίζονται μεγέθη του υλικού τα οποία αποτελούν χαρακτηριστικές ιδιότητες του υλικού. Π.χ. μέσω του πειράματος εφελκυσμού προκύπτουν το μέτρο ελαστικότητας, το όριο διαρροής και το όριο θραύσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά μεγέθη προέκυψαν από μονοαξονική εντατική κατάσταση και δεν μπορούν να εκφράσουν τις συνθήκες διαρροής μιας γενικής (τρισδιάστατης) εντατικής κατάστασης.

Συνήθως η καταπόνηση των στοιχείων είναι σύνθετη.

Π.χ. Ένας άξονας πλοίου καταπονείται ταυτόχρονα σε κάμψη+στρέψη+εφελκυσμό



Στις περιπτώσεις σύνθετης καταπόνησης όπου εμφανίζεται η γενική εντατική κατάσταση, αντιμετωπίζεται το πρόβλημα προσδιορισμού της αντοχής του υλικού. Ο πειραματικός προσδιορισμός της αντοχής σε σύνθετη καταπόνηση είναι δύσκολος και συνήθως πολυδάπανος. Για το λόγο αυτό έχουν εξελιχθεί **θεωρίες αστοχίας** για :

- Προσδιορισμός ορίων διαρροής και θραύσης
- Εύρεση σχέσης τάσεων-παραμορφώσεων

Οι πιο ακριβείς θεωρίες που εφαρμόζονται σήμερα και έχουν επιβεβαιωθεί πειραματικά είναι οι ακόλουθες:

- κριτήριο μέγιστης ορθής τάσης
- κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης (Tresca)
- κριτήριο στροφικής ενέργειας παραμόρφωσης ή ισοδύναμης τάσης (von Mises)

Τα παραπάνω κριτήρια αστοχίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση μιας τάσης αστοχίας εξίσου ορθά, στην πράξη χρησιμοποιείται κυρίως το κριτήριο ισοδύναμης τάσης von Mises στα ισότροπα υλικά.

Για την εφαρμογή των θεωριών γίνονται ορισμένες βασικές παραδοχές:

- το υλικό πρέπει να είναι ομογενές και ισότροπο
- στην ελαστική περιοχή ισχύει ο νόμος του Hooke
- η επίδραση της θερμοκρασίας είναι αμελητέα
- δευτερογενή φαινόμενα παραμορφώσεων που προέρχονται από ανομοιομορφία σε μικροσκοπική κλίμακα δεν λαμβάνονται υπόψη (φαινόμενο Bauschinger και βρόχος υστέρησης στην αποφόρτιση και επαναφόρτιση)
- οι συνθήκες διαρροής του υλικού προσδιορίζονται μόνο πειραματικά.

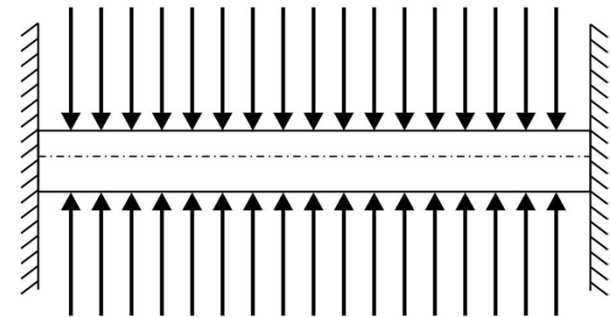
Η ισοδύναμη τάση αποτελεί ένα υπολογιστικό μέγεθος το οποίο θα προκαλέσει το ίδιο καταστροφικό αποτέλεσμα με τη σύνθετη καταπόνηση.

Για να γίνει πιο κατανοητό το παραπάνω δίνεται ένα παράδειγμα. Η αστοχία ενός χάλυβα στον εφελκυσμό ορίζεται με το όριο διαρροής σ_Y , όταν δηλαδή $\sigma_1 = \sigma_Y$ τότε επέρχεται αστοχία. Ως σ_1 ορίζεται η ορθή τάση.

Αντίθετα, σε περίπτωση σύνθετης καταπόνησης του ίδιου χάλυβα και ίδιας γεωμετρίας, μπορεί να αποδειχθεί πειραματικά ότι η διαρροή δεν εξαρτάται μόνο από την κύρια τάση στην αξονική διεύθυνση αλλά και από τις άλλες κύριες τάσεις (εγκάρσια), δηλαδή $\sigma_Y = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{eqv}$. Ως σ_{eqv} ορίζεται η ισοδύναμη τάση.

Εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι η αστοχία ή όχι του υλικού εξαρτάται από τις διαφορές των ορθών τάσεων μεταξύ τους. Αυτό ισχύει για όλα τα ομογενή και ισότροπα υλικά.

Ένα σώμα που δέχεται καταπόνηση όπως στο σχήμα (υδροστατική πίεση) δεν πρόκειται να αστοχήσει, όσο μεγάλο και αν γίνει το φορτίο που το καταπονεί.

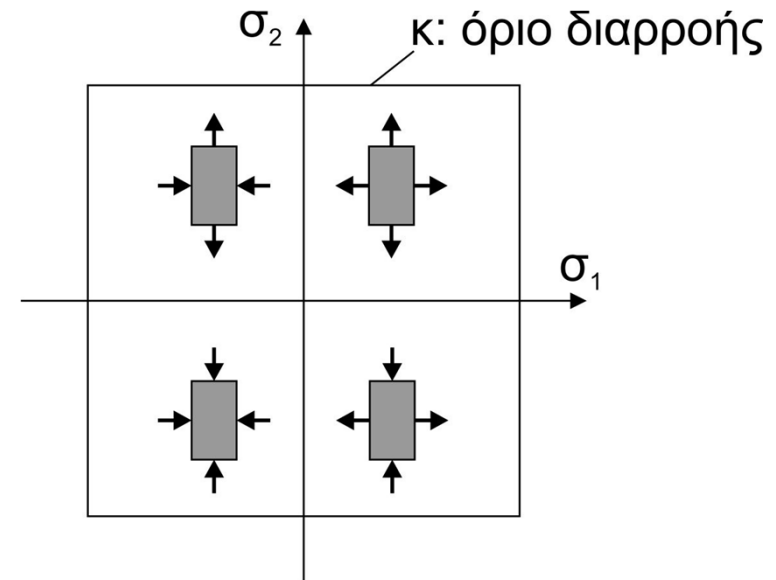


Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, υπεύθυνη για την αστοχία του υλικού θεωρείται μόνο η μέγιστη ορθή τάση που εμφανίζεται στο υλικό. Η ισοδύναμη τάση θα είναι

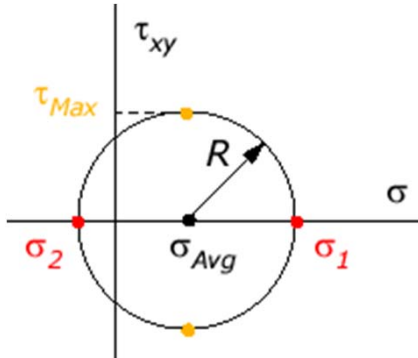
$$\sigma_{eqv} = \sigma_{max} = \sigma_1$$

Η θεωρία αυτή εφαρμόζεται κυρίως σε ψαθυρά υλικά, όπου η θραύση επέρχεται χωρίς σημαντικές παραμορφώσεις. Η αστοχία που προέρχεται από τη μέγιστη ορθή τάση εμφανίζεται ως θραύση αποχωρισμού σε διεύθυνση κάθετη στην ορθή τάση.

Στις κατασκευές, οι μέγιστες τάσεις πολύ συχνά εμφανίζονται στην επιφάνεια του δομικού στοιχείου και σε σημεία που δεν επιδρούν δυνάμεις, δηλαδή σε σημεία με επίπεδη εντατική κατάσταση, όπου $\sigma_3 = 0$. Στην επίπεδη εντατική κατάσταση προκύπτουν σε ένα διάγραμμα οι οριακές γραμμές για τις τάσεις που περικλείουν όλες τις δυνατές καταστάσεις όπου δεν επέρχεται αστοχία.



Η θεωρία αυτή στηρίζεται στο φαινόμενο ότι επέρχεται αστοχία στο υλικό όταν η μέγιστη διατμητική τάση ξεπεράσει κάποιο όριο, δηλαδή όταν ισχύει $\tau_{max} = \tau_K$ όπου τ_K το όριο διατμητικής αντοχής στην μονοαξονική εντατική κατάσταση.



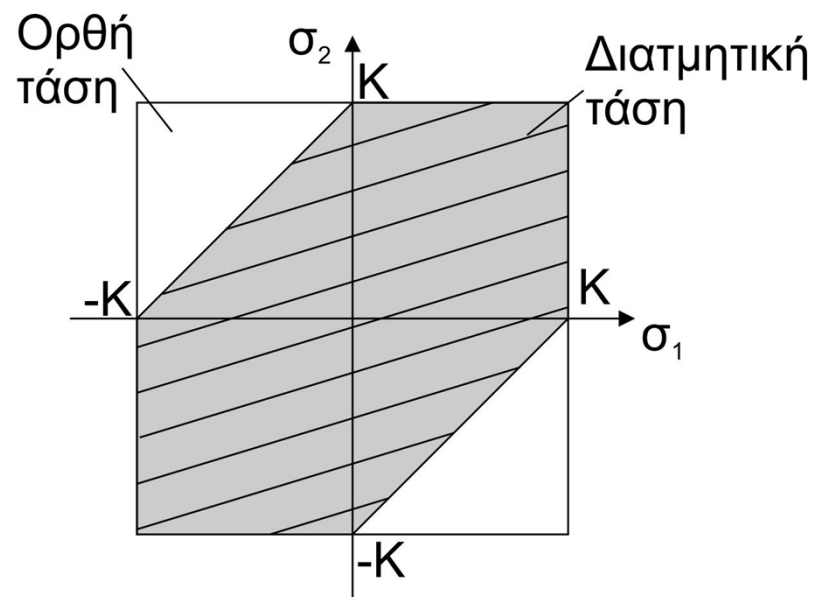
Σύμφωνα με τον κύκλο Mohr στην επίπεδη εντατική κατάσταση προκύπτει ότι $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$ επομένως $\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{max} = K$

Το κριτήριο ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι οι πλαστικές παραμορφώσεις εμφανίζονται υπό μορφή ολισθήσεων, το οποίο προκύπτει λόγω των διατμητικών τάσεων.

Από τη σχέση που προέκυψε για την ισοδύναμη τάση διαπιστώνουμε ότι η τάση αυτή εξαρτάται από τη διαφορά μέγιστης και ελάχιστης ορθής τάσης και είναι ίση με το διπλάσιο της ισοδύναμης τάσης, δεν εξαρτάται όμως από την ενδιάμεση ορθή τάση ή από τις μικρότερες διατμητικές τάσεις $\tau_2 = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$ και $\tau_3 = (\sigma_2 - \sigma_3) / 2$

Αν γίνει η γραφική παράσταση της επίπεδης εντατικής κατάστασης σε ένα σ_1 - σ_2 διάγραμμα, εκεί όπου οι ορθές τάσεις έχουν το ίδιο πρόσημο το όριο είναι $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 = \sigma_{\text{eqv}}/2$ το οποίο είναι μια ευθεία.

Τα όρια του κριτηρίου για όλους τους συνδυασμούς τάσεων καθορίζουν μια εξαγωνική επιφάνεια, της οποίας τα όρια περιορίζουν τις επιτρεπόμενες στατικές καταστάσεις χωρίς να επέρχεται αστοχία.



Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, η αποθηκευμένη ενέργεια παραμόρφωσης σε ένα σώμα είναι το σημαντικό μέγεθος για την αστοχία. Όταν η ενέργεια παραμόρφωσης φτάσει μια χαρακτηριστική τιμή του υλικού, το υλικό αστοχεί λόγω πλαστικής παραμόρφωσης.

Το συνολικό έργο παραμόρφωσης που αποθηκεύεται σε ένα στοιχειώδες σώμα λόγω τριαξονικής εντατικής κατάστασης ανηγμένο στο όγκο του είναι:

$$A = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \Rightarrow$$

$$A = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)]$$

Για να καταλήξουμε σε συνθήκη ισοδύναμης τάσης διαρροής πρέπει να αφαιρεθεί από το συνολικό το έργο ισόογκου μεταβολής χωρίς παραμορφώσεις, το οποίο συμβαίνει στην υδροστατική εντατική κατάσταση, όπου $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_M$

$$A_M = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_M^2 = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \frac{1}{9} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$$A_G = A - A_M = \frac{(1+\nu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

Στη μονοαξονική εντατική κατάσταση το έργο είναι: $A_{Gv} = \frac{(1+\nu)}{6E} 2\sigma_{eqv}^2$

Σε συνδυασμό με την $A_G = A - A_M = \frac{(1+\nu)}{6E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]$

προκύπτει ότι η ισοδύναμη τάση είναι $\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$

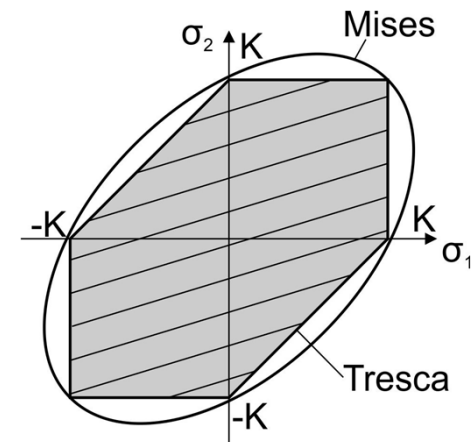
Οι όροι $\sigma_1 - \sigma_2$ στις παρενθέσεις είναι οι διατμητικές τάσεις του κριτηρίου Tresca.

Η θεωρία von Mises στηρίζεται στο γεγονός ότι σε κάθε σώμα μπορεί να αποθηκευτεί μέχρι μια ορισμένη ενέργεια παραμόρφωσης. Όταν η ενέργεια αυτή ξεπεραστεί, μεταβάλλεται το γεωμετρικό σχήμα του σώματος με πλαστική παραμόρφωση.

Στην επίπεδη εντατική κατάσταση $\sigma_3 = 0$ επομένως

$$\sigma_{eqv} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

το οποίο παριστά μια έλλειψη. Αν παρασταθεί η γραφική παράσταση σε διάγραμμα, αποδεικνύεται ότι περικλείει το εξάγωνο του Tresca.



Σε τριαξονική εντατική κατάσταση έχουν γίνει πειράματα σε όλα τα γνωστά βιομηχανικά υλικά (χάλυβας, χυτοσίδηρος, κράματα χαλκού, κράματα αλουμινίου κ.α.)

Από τα πειράματα αυτά προκύπτει συνοπτικά ότι:

- Τα **όλικά υλικά** στο πείραμα εφελκυσμού στην αρχή της διαρροής ακολουθούν τη θεωρία **von Mises**, ενώ η θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης αποτελεί μια καλή προσέγγιση.
- Για τη συνθήκη διαρροής στην περιοχή **μεταξύ της αρχής της διαρροής και της θραύσης ισχύει επίσης η θεωρία von Mises.**
- Για την **αστοχία από ολίσθηση** σε στατική καταπόνηση ισχύει η θεωρία με κριτήριο τη μέγιστη **διατμητική τάση (Tresca)**
- Για **αστοχία αποχωρισμού** σε ψαθυρά υλικά ισχύει η θεωρία με κριτήριο τη **μέγιστη ορθή τάση.**
- Η αστοχία λόγω **δυναμικής καταπόνησης** ακολουθεί σε **παραμορφώσιμα υλικά τη θεωρία von Mises** ενώ στα ψαθυρά υλικά τη θεωρία με κριτήριο τη μέγιστη ορθή τάση.