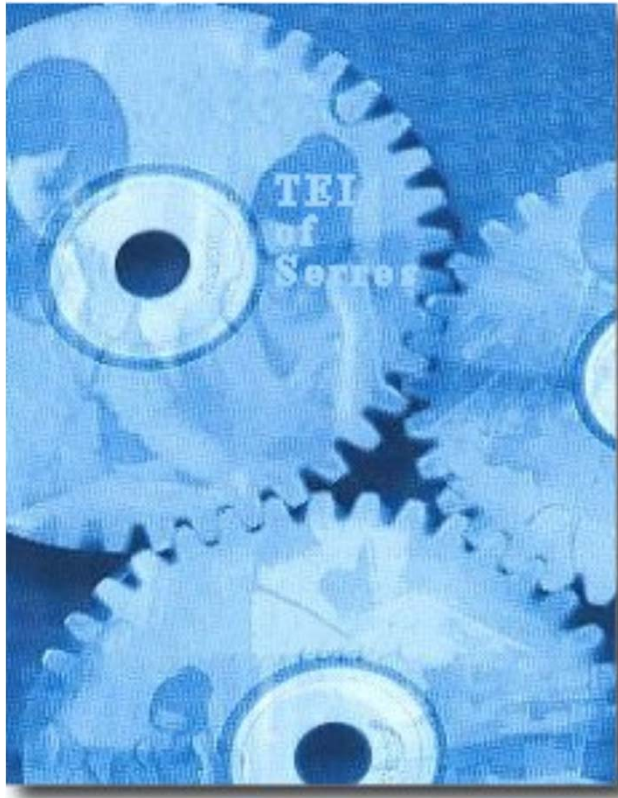


Μάθημα: Πειραματική αντοχή των υλικών

Πείραμα Στρέψης

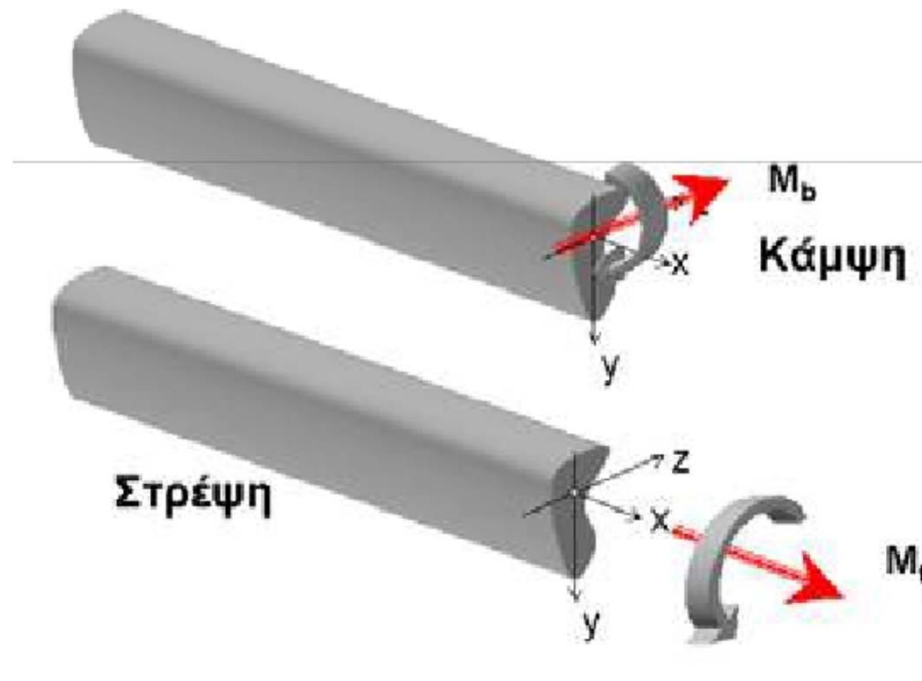


Κατασκευαστικός Τομέας
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Σερρών

Στρέψη κυκλικής διατομής

Η εικόνα της στρέψης είναι όπως παρακάτω:

Προσοχή στην φορά της ροπής σε σχέση με την κάμψη



Στρέψη

1. Επιβαλλόμενη εκουσίως

Στην περίπτωση αυτή η στρέψη εμφανίζεται ως κύρια φόρτιση διότι θέλουμε να επιβάλουμε στρεπτική ροπή ώστε να επιτευχθεί λειτουργία συστήματος (π.χ. μετάδοση κίνησης μέσω στροφαλοφόρου άξονα από κινητήρα προς τροχούς)

2. Ακούσια στρέψη

Στην περίπτωση αυτή οι κατασκευές μας δεν έχουν ως αποστολή τη μετάδοση ροπής στρέψης αλλά εξαιτίας διαφόρων συνθηκών φόρτισης εμφανίζεται αναπόφευκτη στρεπτική καταπόνηση. Επομένως, οι κατασκευές μας θα πρέπει να ελεγχθούν και σχεδιασθούν ώστε να αντισταθμίζουν τις τάσεις και παραμορφώσεις που αναπτύσσονται από την στρέψη.

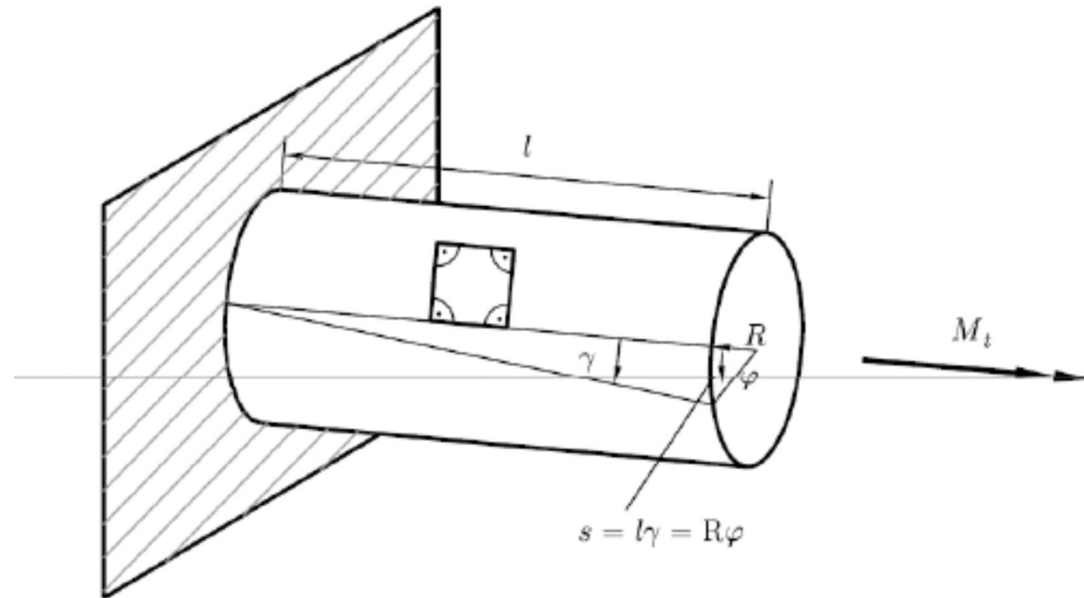
Παράδειγμα:

Οι πτέρυγες αεροσκάφους, παρότι είναι σχεδιασμένες με κύρια λειτουργία την κάμψη, υποβάλλονται σε στρέψη υπό τα συνδυασμένα φορτία ώσης κινητήρων, βάρους κινητήρων, αντίστασης κλπ

Προϋποθέσεις καθαρής στρέψης

Για να προχωρήσουμε στην εξέταση της στρέψης χρειάζεται να κάνουμε χρήση ορισμένων συνθηκών οι οποίες συχνά αποκαλούνται «παραδοχές». Ομως, αποδεικνύονται με γεωμετρικές θεωρήσεις και συνεπώς δεν είναι αναπόδεικτες Υποθέσεις (περισσότερα στο http://www.hna.gr/appmech/W_Torsion_9_P.pdf) Οι συνθήκες αυτές είναι οι ακόλουθες (με το όρο διατομή εννοούμε επίπεδη τομή της ράβδου κάθετη προς τον άξονά της):

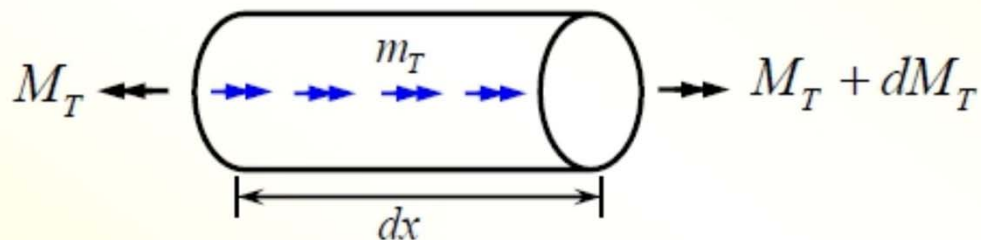
1. Οποιαδήποτε ακτίνα τυχούσας κυκλικής διατομής παραμένει ευθύγραμμη μετά την ανάπτυξη της ροπής στρέψης
2. Οι διατομές που καταπονούνται σε στρέψη παραμένουν επίπεδες μετά την ανάπτυξη της ροπής στρέψης, δηλαδή δεν εμφανίζεται παραμόρφωση κάθετη στην διατομή και δύο παράλληλες διατομές παραμένουν παράλληλες
3. Η γωνία στροφής ανά μονάδα μήκους είναι σταθερή σε όλο το μήκος του φορέα



Σε κύλινδρο μήκους L και ακτίνας R εφαρμόζεται στρεπτική ροπή M_t με αποτέλεσμα να επάγονται διατμητικές τάσεις στην άτρακτο. Οι υπολογισμοί που γίνονται για την εύρεση του μέτρου διατμήσεως καθώς και η χρήση του Νόμου του Hooke για τις διατμητικές τάσεις γίνονται στην περιοχή της αναλογίας

Σχηματική αναπαράσταση – Τύποι

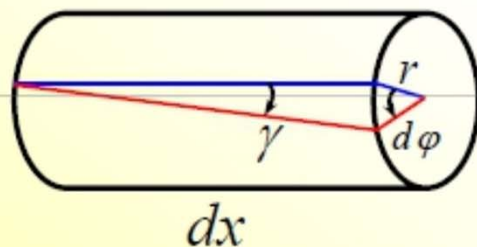
Επιβαλλόμενη Ροπή σε ισότροπο και ομοιογενές



$$dM_T + m_T \cdot dx = 0$$

$$\frac{dM_T}{dx} = -m_T$$

Κινηματική θεώρηση.



$$r \cdot d\varphi = \gamma \cdot dx$$

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dx} \cdot r = \theta \cdot r$$

Ορισμός συστροφής, Προσοχή όλες οι γωνίες σε ακτίνια (rad) και οι τάσεις σε Μρα, θ γωνία στρέψεως και γ η γωνιακή παραμόρφωση

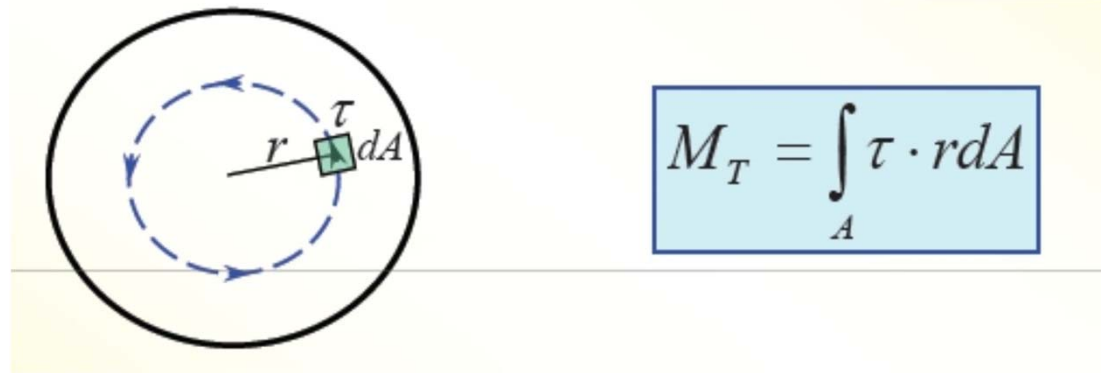
$$\theta = \frac{d\varphi}{dx} = \varphi'$$

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r \varphi'$$

Νόμος Hooke για διατμητικές τάσεις

Υπολογισμός Πολικής Ροπής Αδρανείας

Σε κυκλική διατομή ακτίνας R η πολική ροπή αδρανείας σε τυχόν σημείο που απέχει r από το κέντρο της διατομής και έχει απειροστή επιφάνεια dA έχει όπως παρακάτω:



Οι σχετικές διαφορικές εξισώσεις έχουν όπως παρακάτω όπου $I_t = I_p =$ πολική ροπή αδρανείας και GI_t είναι η αντοχή στην στρέψη:

$$M_T = \int_A \tau \cdot r dA = G\varphi' \int_A r^2 dA = GI_T \varphi' \quad \longrightarrow \quad M_T = GI_T \varphi'$$

$$M_T' = (GI_T \varphi')' = -m_T \quad \longrightarrow \quad (GI_T \varphi')' = -m_T$$

Διαφορική εξίσωση της συστροφής

$$(GI_T \theta)' = -m_T$$

Όταν όμως ισχύει ότι $GI_T =$ σταθερή η παραπάνω σχέση γίνεται :

$$GI_T \varphi'' = -m_T$$

$$GI_T \theta' = -m_T$$

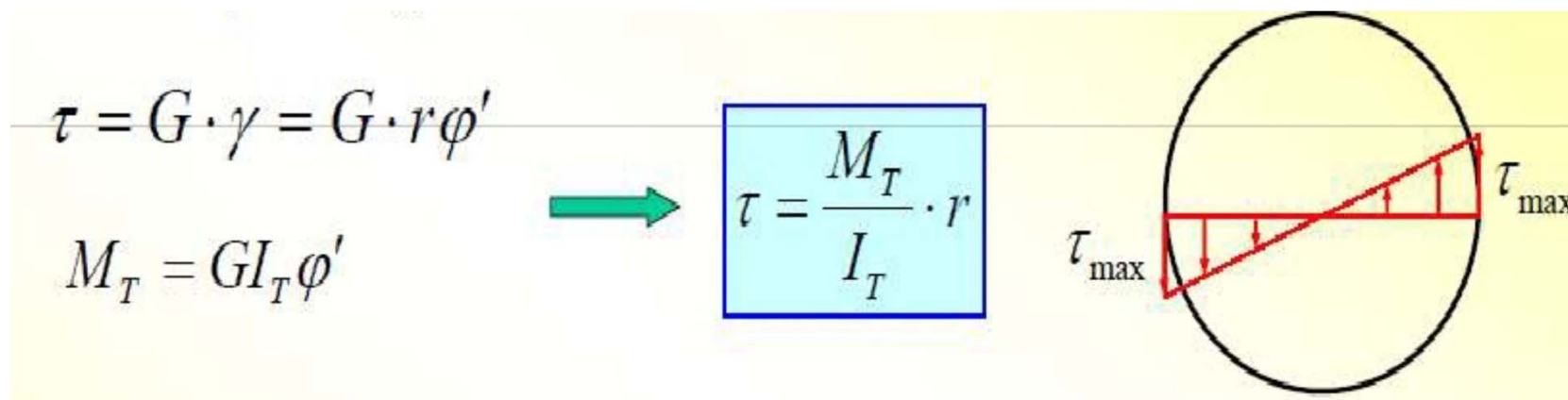
Όταν επίσης η M_T είναι σταθερή η σχέση που παρέχει την τιμή της γωνίας στρέβλωσης απλοποιείται.

$$\varphi_l = \frac{M_T \cdot l}{GI_T}$$

Προσοχή στην χρήση των μονάδων στον τύπο. Αν η ροπή M_T εκφράζεται σε N.mm τότε το μέτρο διατμήσης G θα πρέπει να εκφράζεται σε Mpa και η πολική ροπή αδρανείας I_t σε mm⁴ και το μήκος l σε mm

Αναπτυσσόμενες διατμητικές τάσεις

Συνδυάζοντας τις ανωτέρω σχέσεις για την ϕ με τον νόμο του Hooke για διατμητικές τάσεις προκύπτει η σχέση που μας δίνει την κατανομή διατμητικών τάσεων σε τυχούσα απόσταση r από το κέντρο της διατομής



Η ροπή αντίστασης

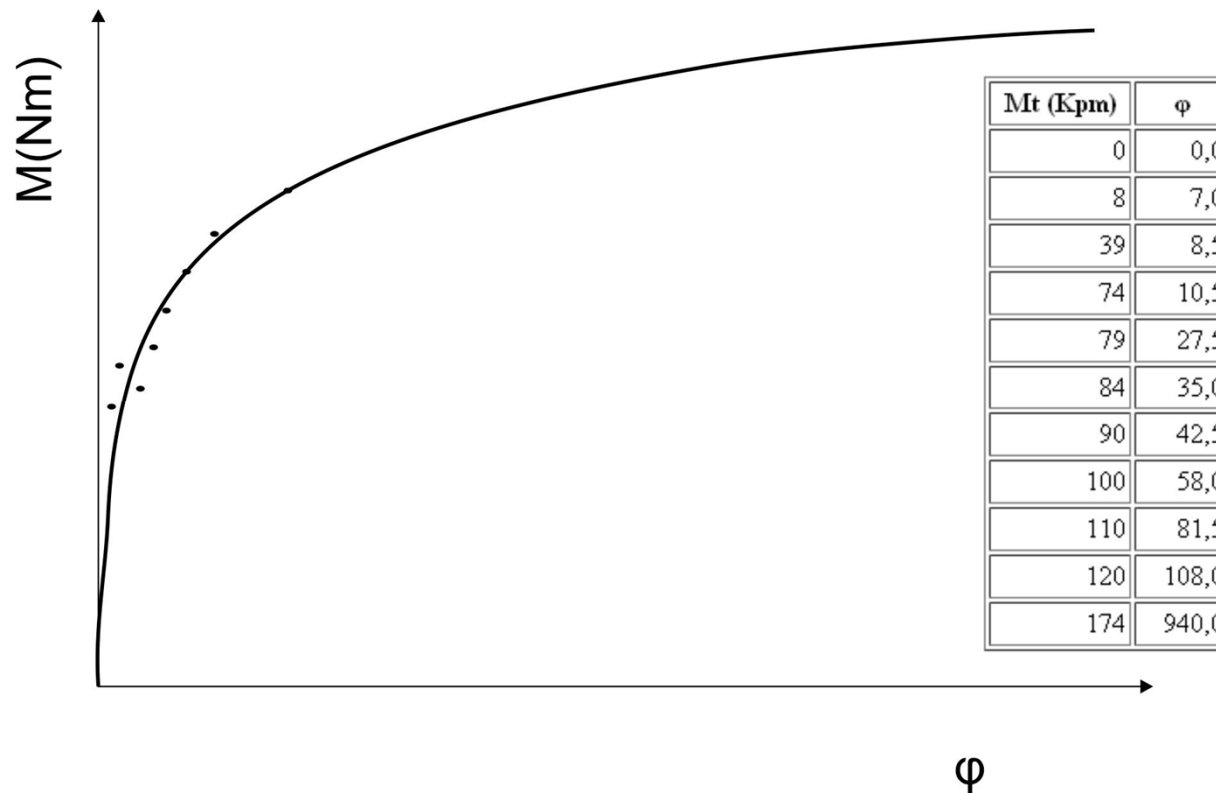
Η μέγιστη ορθή τάσης αναπτύσσεται στην άκρη της διαμέτρου όπου $r = R$ και είναι η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση για την δεδομένη M_t

$$\tau_{\max} = \frac{M_T}{I_T} \cdot R = \frac{M_T}{I_T / R} = \frac{M_T}{W_T} \quad \longrightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{M_T}{W_T}$$

Ως ροπή αντιστάσεως W ορίζεται το γεωμετρικό μέγεθος πολικής ροπής αδρανείας προς ακτίνα διατομής

$$W_T = \frac{I_T}{R}$$

Τα διαγράμματα που μπορεί κανείς να χαράξει στο πείραμα αυτό είναι διατμητικών τάσεων τ και γωνιακών παραμορφώσεων γ και ροπών Mt με γωνία στρέψεως ϕ :



- Η διατομή του κυλινδρικού δοκιμίου δεν αλλάζει κατά την στρέψη ακόμη και αν αυτό φτάσει σε θραύση
- Αντίθετα ένα πρισματικό δοκίμιο αλλάζει σχήμα είτε είναι εξαγωνικής διατομής είτε τετραγωνικής είτε είναι ορθογωνικής και υφίσταται στρέβλωση.
- Με τον κανόνα του δεξιού χεριού η M_t είναι θετική ροπή, η οποία είναι η εξωτερικά επιβαλλόμενη καταπόνηση.
- Η επιβαλλόμενη ροπή είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την διάσταση x
- Το ψαθυρό υλικό αναμένεται να σπάσει υπό γωνία με τραχεία επιφάνεια και με μικρή σχετικά γωνία στρέψεως
- Το όλκιμο υλικό αναμένεται να σπάσει κάθετα στην διατομή του με λεία σχετική επιφάνεια και με μεγάλη σχετικά γωνία στρέψεως