



# ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ Ι

κ. ΣΟΦΙΑΛΙΔΗΣ

*ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΕ*



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### 2.1 ΕΙΔΗ ΡΟΩΝ

### 2.2 ΣΥΣΤΗΜΑ & ΟΓΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

### 2.3 ΕΙΔΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

### 2.4 ΒΑΣΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΩΝ

2.4.1 ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ – ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

2.4.2 ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ – 2<sup>ος</sup> ΝΟΜΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΟΝ

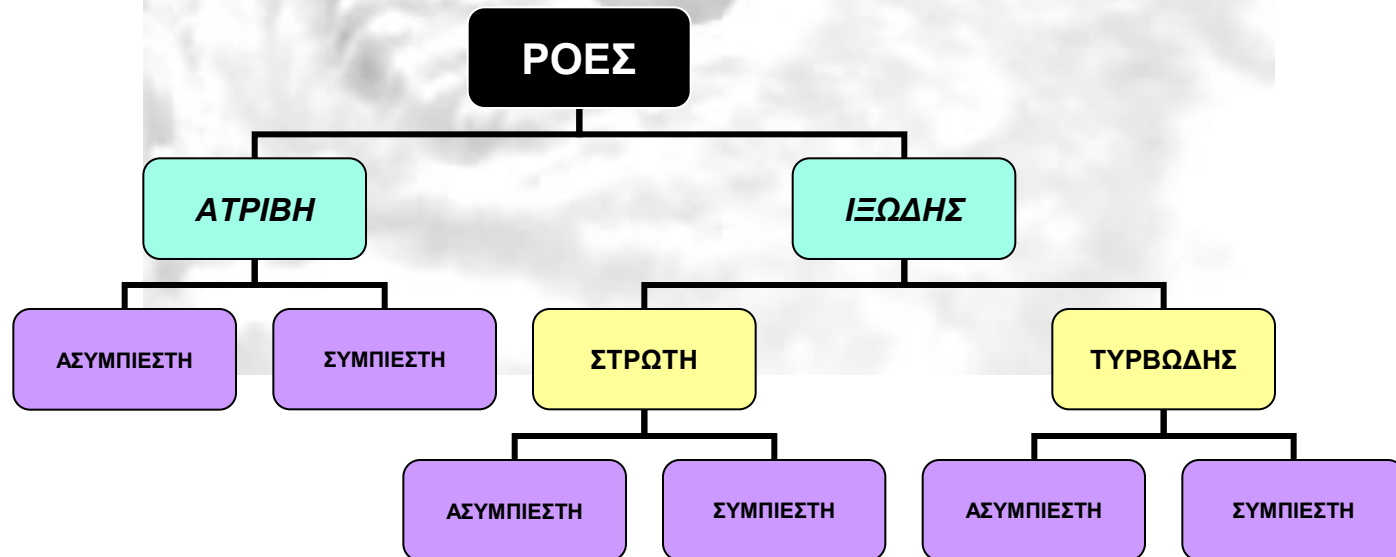
2.4.3 ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ – 1<sup>ο</sup> ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ

2.4.4 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

### 2.5 ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Οι ροές των ρευστών χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιούμε κάθε φορά. Τα βασικά κριτήρια αναφέρονται παρακάτω:

- **Άτριβη/Ιξώδης.** Επίδραση του ιξώδους.
- **Στρωτή/Τυρβώδης.** Επίδραση των αδρανειακών δυνάμεων προς των δυνάμεων τριβής.
- **Ασυμπίεστη/Συμπιεστή.** Επίδραση της πίεσης στην πυκνότητα (πρακτικό νόημα στα αέρια μόνο).
- **Μόνιμη/Μη-μόνιμη.** Μεταβολή με το χρόνο.
- **Ομοιόμορφη.** Το μέτρο και η δ/ση της ταχύτητας είναι σταθερά κατά μήκος οποιασδήποτε ροϊκής γραμμής του πεδίου ροής.
- **Πλήρως ανεπτυγμένη ροή.** Δεν μεταβάλλεται κατόντη.
- **Περιοδική ροή.** Πλήρης επαναληψιμότητα στο χώρο ή στο χρόνο.
- **Μονοδιάστατη (1D), δισδιάστατη (2D) ή τρισδιάστατη (3D).** Μεταβολή ως προς 1, 2 ή 3 δ/νσεις.



Ακολουθούν ορισμένες διευκρινίσεις:

- **Στρωτή ροή.** Τα σωματίδια του ρευστού κινούνται ομαλά και παράλληλα μεταξύ τους σε στοιβάδες. Δεν υπάρχει ανάμιξη και μεταφορά μάζας μεταξύ των στρωμάτων. Υπάρχει μόνο μοριακή μεταφορά ορμής και θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων.
- **Τυρβώδης ροή.** Ακανόνιστες, χαοτικές τροχιές των σωματιδίων, μακροσκοπική ανάμιξη, πάντοτε στρόβιλη πάντοτε μη-μόνιμη. Μεταφορά μάζας, ορμής και ενέργειας εταξύ διαφορετικών περιοχών της ροής.
- **Συμπιεστή ροή.** Όταν η πυκνότητα του ρευστού μεταβάλλεται σημαντικά στο πεδίο ροής.
- **Άτριβη ροή.** Ισχύει για ιδανικά (ιδεατά) ρευστά με μηδενικό ιξώδες. Αν και δεν υπάρχει στη φύση, εξυπηρετεί την ανάλυση σε ορισμένες συνθήκες, όπου οι αδρανειακές δυνάμεις είναι πολύ μεγαλύτερες των δυνάμεων τριβής.

Πολύ συχνά στις φυσικές και εφαρμοσμένες επιστήμες χρησιμοποιούμε τις έννοιες **Σύστημα (Σ)** και **Όγκο Ελέγχου (ΟΕ)** για τη μελέτη των διαφόρων φαινομένων.

- (i) Με τον όρο **Σύστημα (Σ)** εννοούμε μία διακεκριμένη ποσότητα ύλης, η μάζα της οποίας διατηρείται σταθερή με την πάροδο του χρόνου. Ότι δεν ανήκει στο σύστημα αποτελεί το περιβάλλον του συστήματος. Τα όρια του συστήματος σχηματίζουν μία (νοητή ή πραγματική) κλειστή επιφάνεια, η οποία χωρίζει το σύστημα από το περιβάλλον του. Η επιφάνεια αυτή μπορεί να μεταβάλλεται με το χρόνο, ώστε να συνεχίζει να περιλαμβάνει την ίδια μάζα π.χ. κύλινδρος Μ.Ε.Κ.).
- Το σύστημα μπορεί να εναλλάσσει θερμότητα ή/και έργο με το περιβάλλον, αλλά όχι μάζα. Εάν δεν εναλλάσσει θερμότητα ονομάζεται μονωμένο και εάν δεν εναλλάσσει ούτε έργο ούτε θερμότητα, ονομάζεται απομονωμένο.
  - Το σύστημα ονομάζεται και κλειστό (λόγω μη εναλλαγής μάζας) και χρησιμοποιείται συνήθως για τη μελέτη συστημάτων με στερεά σώματα.
- (ii) Στη Μηχανική Ρευστών, επειδή έχουμε ροή, το σύστημα δεν είναι βολική έννοια. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ο **Όγκος Ελέγχου (ΟΕ)**. Με τον όρο αυτό εννοούμε ένα συγκεκριμένο όγκο (χώρο) διαμέσου του οποίου γίνεται μεταφορά μάζας του ρευστού (ροή). Η γεωμετρική επιφάνεια που χωρίζει τον ΟΕ από το περιβάλλον του ονομάζεται επιφάνεια ελέγχου. Ένας ΟΕ μπορεί να είναι ακίνητος, να κινείται με σταθερή ταχύτητα ή ακόμη και με επιτάχυνση (μη αδρανειακός ΟΕ).
- Η εναλλαγή μάζας συνεπάγεται και εναλλαγή ορμής, επιπλέον της εναλλαγής ενέργειας.
  - Στη Θερμοδυναμική, ο ΟΕ ονομάζεται ανοικτό σύστημα.

Και οι δύο έννοιες, Σύστημα και Όγκος Ελέγχου (ή κλειστό και ανοικτό σύστημα) μπορεί να είναι στοιχειώδη, δηλαδή πολύ μικρά ώστε να αποτελούν τη βάση για τη διαφορική ανάλυση ή μακροσκοπικά, δηλαδή πραγματικής κλίμακας ώστε να χρησιμοποιούνται για τη μακροσκοπική ανάλυση. Έτσι έχουμε τις παρακάτω διαφορετικές προσεγγίσεις:

- (i) **Διαφορική ανάλυση.** Αφού καταστρωθούν οι διαφορικές εξισώσεις της ροής, αυτές επιλύονται (αναλυτικά ή αριθμητικά) και παίρνουμε τις τιμές σε κάθε σημείο του πεδίου ροής.
- (ii) **Μακροσκοπική ανάλυση.** Η κατάστρωση αφορά μέσες (όχι σημειακές) τιμές και γενικά (όχι τοπικά) ισοζύγια μάζας, ορμής και ενέργειας.
- (iii) **Διαστατική ανάλυση.** Χρησιμοποιούνται αδιάστατοι αριθμοί, οι οποίοι μειώνουν σημαντικά τον αριθμό των διαστατικών μεγεθών. Η διαστατική ανάλυση, σε συνδυασμό με την αρχή της ομοιότητας (γεωμετρική, κινηματική & δυναμική) μας επιτρέπει στην άμεση αναγωγή της ροής σε διαφορετικές κλίμακες (π.χ. από τις μετρήσεις του εργαστηρίου στο πραγματικό φαινόμενο). Οι βασικοί αδιάστατοι αριθμοί της Μηχανικής Ρευστών είναι οι:
 

1. <b><u>Αριθμός Reynolds:</u></b>	$Re = (\rho U L / \mu)$	(αδρανειακές : τριβής)
2. <b><u>Αριθμός Mach:</u></b>	$Ma = U / a$	(αδρανειακές : ελαστικές/συμπίεσης)
3. <b><u>Αριθμός Froude:</u></b>	$Fr = U / (Lg)^{1/2}$	(αδρανειακές : βαρύτητας)
4. <b><u>Αριθμός Weber:</u></b>	$We = U(\rho L / \sigma)^{1/2}$	(αδρανειακές : επιφανειακής τάσης)



**1. ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ – ΕΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ**

Η εξίσωση περιγράφει τη μεταβολή στο χρόνο και στο χώρο ενός βαθμωτού μεγέθους, της μάζας/πυκνότητας.

➤ Σύστημα:

$$\left[ \frac{dm}{dt} \right]_{\mathcal{S}} = 0 \Rightarrow (m = \rho V) \Rightarrow \left[ \rho \frac{dV}{dt} \right]_{\mathcal{S}} + \left[ V \frac{d\rho}{dt} \right]_{\mathcal{S}} = 0$$

➤ Όγκος Ελέγχου:

$$\frac{Dm}{Dt} = 0 \Rightarrow (m = \rho V) \Rightarrow \rho \frac{DV}{Dt} + V \frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow (V = \text{σταθερό}) \Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = 0$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + U_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$

όπου  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_i \frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$  είναι η ολική παράγωγος.

**2. ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ – 2<sup>ος</sup> ΝΟΜΟΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ NEWTON**

Η εξίσωση αυτή εκφράζει το γεγονός ότι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σύστημα από το περιβάλλον του είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της γραμμικής ορμής του συστήματος. Επειδή εκφράζει λοιπόν σχέσεις μεταξύ διανυσματικών μεγεθών (δύναμη, ορμή), η εξίσωση αυτή έχει τρεις συνιστώσες όσες και οι διαστάσεις του χώρου.

➤ Σύστημα:

$$\vec{F} = \left[ \frac{d\vec{O}}{dt} \right]_{\mathcal{S}} \Rightarrow (\vec{O} = m\vec{U}) \Rightarrow \vec{F} = \left[ m \frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{\mathcal{S}} + \left[ \vec{U} \frac{dm}{dt} \right]_{\mathcal{S}} \Rightarrow \left( \frac{dm}{dt} = 0 \right) \Rightarrow \vec{F} = \left[ m \frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{\mathcal{S}} \Rightarrow \vec{F} = [m\vec{a}]_{\mathcal{S}}$$

$$F_i = \left[ m \frac{dU_i}{dt} \right]_{\mathcal{S}} \Rightarrow F_i = [m\alpha_i]_{\mathcal{S}}$$

➤ Όγκος Ελέγχου:  $\vec{F} = \frac{D\vec{\sigma}}{Dt} \Rightarrow (\vec{\sigma} = m\vec{U}) \Rightarrow \vec{F} = m \frac{D\vec{U}}{Dt} + \vec{U} \frac{Dm}{Dt} \Rightarrow (\frac{Dm}{Dt} = 0) \Rightarrow \vec{F} = m \frac{D\vec{U}}{Dt}$

$$F_i = m \frac{DU_i}{Dt} \Rightarrow F_i = m \frac{\partial U_i}{\partial t} + m U_j \frac{\partial U_i}{\partial U_j}$$

### 3. ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ – 1<sup>ο</sup> ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ

Η εξίσωση αυτή εκφράζει ότι η διαφορά της θερμότητας,  $dQ$ , που προστίθεται σε ένα Σ/ΟΕ από το περιβάλλον και του έργου,  $dW$ , που επιτελείται από το Σ/ΟΕ στο περιβάλλον είναι ίση με τη μεταβολή της ενέργειας,  $dE$ , του Σ/ΟΕ.

➤ Σύστημα:  $dQ - dW = [dE]_{\Sigma} \Rightarrow dQ - pdV = dU \Rightarrow dQ - Vdp = dH$

όπου  $U$ =εσωτερική ενέργεια [J],  $H=U+pV$ =ενθαλπία [J],  $p$ =πίεση [Pa],  $V$ =όγκος [m<sup>3</sup>] και  $dW=pdV$ .

Η εξίσωση αυτή γράφεται για διάφορες χαρακτηριστικές διεργασίες:

1. Ισόχωρη ( $V$ =σταθερό):

$$dQ = dU$$

2. Ισοβαρής ( $p$ =σταθερό):

$$dQ = dH$$

3. Αδιαβατική ( $dQ=0$ ):

$$-pdV = dU \text{ ή } -Vdp = dH$$

4. Ισοθερμοκρασιακή ( $U$ =σταθερό):

$$dQ = pdV \text{ ή } dQ = dH - Vdp$$

5. Πολυτροπική ( $pV^n$ =σταθερό):

$$dQ - \frac{dH - dU}{n-1} = dU \text{ ή } dQ - \frac{d(pV)}{n-1} = dU$$

➤ Όγκος Ελέγχου:  $dQ - dW = dH + (1/2)d|u^2| + gz$

### 4. ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

➤ Νόμος των ιδανικών αερίων:  $p = p/(RT)$

➤ Μετάδοση θερμότητας με αγωγιμότητα (νόμος Fourier):  $\dot{Q} = -k \frac{dT}{dx}$

➤ Νόμος ελαστικότητας του Hooke.

➤ Εμπειρικές σχέσεις.

1. Το δίκτυο του σχήματος τροφοδοτείται με ατμοσφαιρικό αέρα ( $\rho=1.25$  [kg/m<sup>3</sup>]) ογκομετρικής παροχής 12 [lt/s]. Μέρος της ροής περνάει από συμπιεστή, όπου η πυκνότητα στην έξοδό του είναι  $\rho=2.0$  [kg/m<sup>3</sup>], ενώ η υπόλοιπη ρέει σε παράλληλο κλάδο με ταχύτητα 0.65 [m/s]. Ο κάθετος κλάδος που ενώνει τους δύο παράλληλους κλάδους, αποτελεί ένα σύστημα by-pass 30% με ροή από τον κόμβο Β προς τον κόμβο Γ. Η πυκνότητα εξόδου στον κλάδο 6 είναι 1.75 [kg/m<sup>3</sup>]. Να βρεθεί η ταχύτητα και η ογκομετρική παροχή σε κάθε κλάδο. Οι διάμετροι των κλάδων δίνονται στον πίνακα.

Κλάδος 1:  $U_1=0.3820$  [m/s],  $Q_1=0.001200$  [m<sup>3</sup>/s].

Κλάδος 2:  $U_2=0.6500$  [m/s],  $Q_2=0.005105$  [m<sup>3</sup>/s].

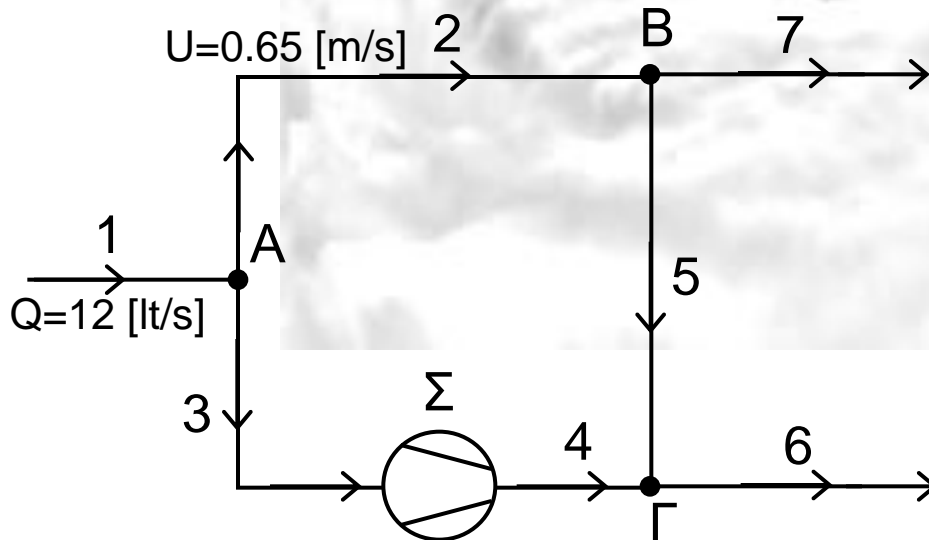
Κλάδος 3:  $U_3=0.3902$  [m/s],  $Q_3=0.006895$  [m<sup>3</sup>/s].

Κλάδος 4:  $U_4=0.2439$  [m/s],  $Q_4=0.004309$  [m<sup>3</sup>/s].

Κλάδος 5:  $U_5=0.7800$  [m/s],  $Q_5=0.001532$  [m<sup>3</sup>/s].

Κλάδος 6:  $U_6=0.3406$  [m/s],  $Q_6=0.006019$  [m<sup>3</sup>/s].

Κλάδος 7:  $U_7=0.4550$  [m/s],  $Q_7=0.003574$  [m<sup>3</sup>/s].



Κλάδος	Διάμετρος [cm]
1	20
2	10
3	15
4	15
5	5
6	15
7	10