



ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ Ι

κ. ΣΟΦΙΑΛΙΔΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΕ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- 1.1** ΕΙΣΑΓΩΓΗ & ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΤΗΣ ΥΛΗΣ
- 1.2** ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ ΣΕ ΣΤΕΡΕΑ & ΡΕΥΣΤΑ
- 1.3** ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ
- 1.4** ΦΥΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ: ΕΙΔΗ, ΜΟΝΑΔΕΣ & ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ
- 1.5** ΑΡΧΗ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ. ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΕΡΑ ΜΕΓΕΘΗ
- 1.6** ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
 - 1.6.1 ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ, ΕΙΔΙΚΟΣ ΟΓΚΟΣ & ΕΙΔΙΚΟ ΒΑΡΟΣ
 - 1.6.2 ΙΞΩΔΕΣ
 - 1.6.3 ΜΕΤΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ, ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ & ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ
 - 1.6.4 ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ
 - 1.6.5 ΠΙΕΣΗ ΑΤΜΩΝ
- 1.7** ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Στη φύση και στις τεχνολογικές εφαρμογές συναντώνται πάμπολλα παραδείγματα ρευστών, σε ακινησία ή σε κίνηση (ροή). Κυριολεκτικά, "τα πάντα ρει" (Ηράκλειτος, 641–575 π.χ.).

- Βιολογικές ροές (ροή αίματος, αναπνοή).
- Καιρός (άνεμος, βροχή).
- Μεταφορές (άνωση σε αεροσκάφη, πλεύση, ροή καυσίμου, ψύξη κινητήρα με νερό).
- Οικιακή δραστηριότητα (ύδρευση, αποχέτευση, θέρμανση, κλιματισμός).
- Παραγωγική δραστηριότητα (υδραυλική μετάδοση κίνησης, μεταφορά υλικού, υγρή πρώτη ύλη)

ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΥΛΗΣ/ΥΛΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

Η ύλη χωρίζεται σε **στερεή** και **ρευστή**. Η τελευταία χωρίζεται περαιτέρω σε **υγρή** και **αέρια**. Στη ρευστοδυναμική οι τρεις μορφές της ύλης πολλές φορές ονομάζονται και φάσεις.

Η διαφορά των μορφών της ύλης έγκειται στη σχετική θέση των μορίων και στις δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ τους.

Στερεά:

Πυκνή διάταξη μορίων (κρυσταλλική δομή), μικρο–ταλαντώσεις γύρω από μία μέση θέση, πολύ ισχυροί δεσμοί. Διατηρούν τον όγκο και το σχήμα τους.

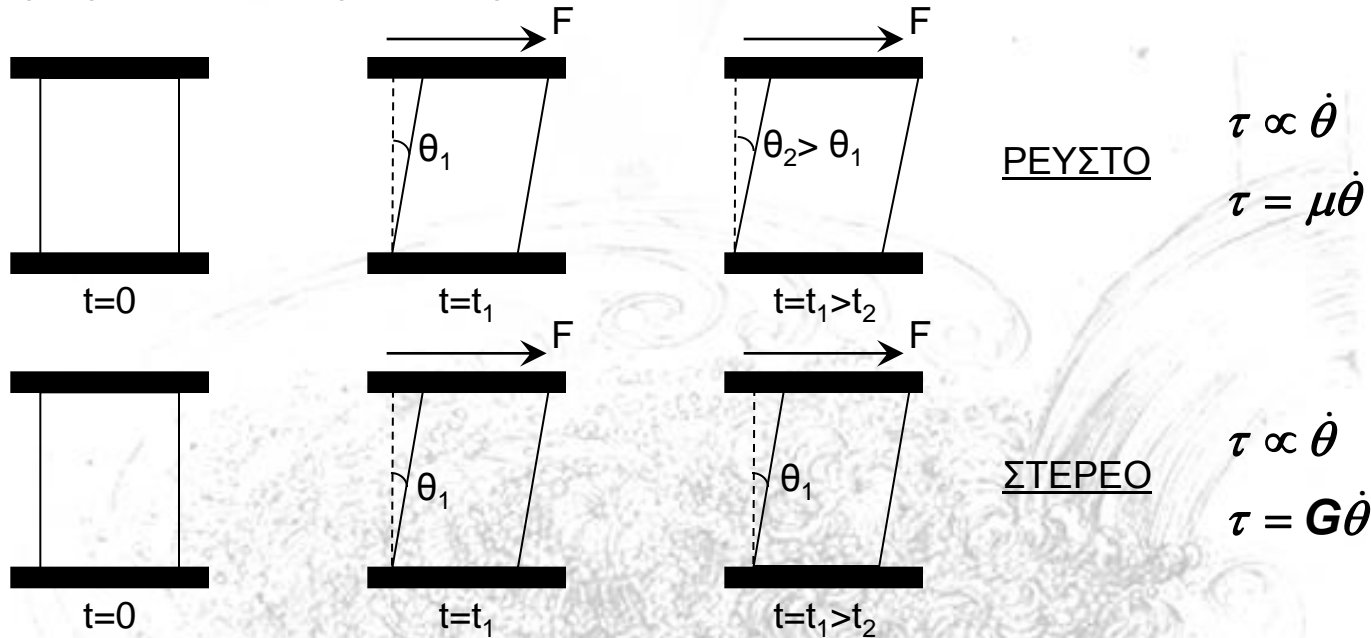
Υγρά:

Πυκνή διάταξη μορίων, σχετική κίνηση των μορίων μεταξύ τους, ισχυρές ενδομοριακές δυνάμεις. Διατηρούν τον όγκο τους και παίρνουν το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει.

Αέρια:

Αραιή διάταξη μορίων (ανάλογη του διαθέσιμου όγκου), ελεύθερη κίνηση μορίων, χαλαροί δεσμοί. Παίρνουν τον όγκο και το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει.

Το κριτήριο για την ταξινόμηση των υλικών σε στερεά ή ρευστά είναι ο τρόπος με τον οποίο αντιδρούν σε διατμητική (εφαπτομενική) φόρτιση.



Στα ρευστά η παραμόρφωση, θ , συνεχίζει όσο διαρκεί η τάση $\tau = F/A$, ενώ όταν αυτή σταματήσει να εφαρμόζεται, το ρευστό δεν προσπαθεί να επανέλθει και η παραμόρφωση είναι μόνιμη. Αντίθετα ένα στερεό το οποίο έχει παραμορφωθεί ελαστικά επανέρχεται στην απαραμορφωτή κατάσταση.

Τα ρευστά είναι τα σώματα τα οποία υπό διατμητική τάση, οσοδήποτε μικρή, δεν παραμένουν σε κατάσταση στατικής ισορροπίας.

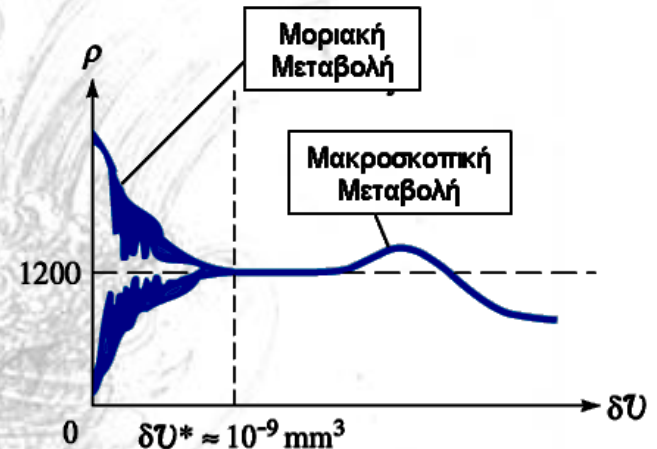
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ ΕΙΝΑΙ Ο ΚΛΑΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΑ ΤΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΣΤΑΤΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ Ή ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ ΚΑΙ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ.

Για πρακτικούς λόγους δεν μπορούμε να κάνουμε ανάλυση σε μοριακό επίπεδο για την εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων. Αντίθετα, πρέπει να στηριχθούμε σε μακροσκοπικά μεγέθη των ρευστών, δηλαδή σε μέσες τιμές ενός μεγάλου αριθμού μορίων. Έτσι, ο στοιχειώδης όγκος ανάλυσης δV πρέπει να είναι αρκετά μικρός συγκριτικά με τις διαστάσεις του πραγματικού προβλήματος, αλλά αρκετά μεγάλος ώστε να περικλείει ικανά μεγάλο αριθμό μορίων (επαρκές στατιστικό δείγμα).

Ο "οριακός" όγκος δV^* , κάτω από το μέγεθος του οποίου οι μοριακές μεταβολές είναι σημαντικές και πάνω από το μέγεθος του οποίου οι μακροσκοπικές μεταβολές είναι σημαντικές, είναι της τάξης των 10^{-9} [mm³] = 10^{-18} [m³] για υγρά και αέρια σε ατμοσφαιρική πίεση. Ο όγκος δV^* περιέχει περίπου 3×10^7 μόρια, άρα **$\delta M / \delta V = \rho = \text{σταθερό}$** .

Η μέση ελεύθερη διαδρομή (mean free path) των μορίων αερίου, λ , είναι περίπου 10^{-8} [m]. Εάν $L = \text{χαρακτηριστική κλίμακα μήκους του προβλήματος}$, τότε ορίζουμε τον αριθμό Knudsen, Kn: **$kn = \lambda / L$**

και εάν	$Kn < 10^{-2}$	συνεχές μέσο ($L > 10^{-5}$ [m])
	$Kn > 10$	ελεύθερη μοριακή δομή
	$10^{-2} < Kn < 10$	μεταβατική περιοχή, ολίσθηση της ροής



ΣΥΝΘΗΚΗ ΜΗ-ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ (Σ.Μ.Ο.) (NO-SLIP CONDITION)

Στο συνεχές μέσο, το ρευστό που βρίσκεται σε άμεση επαφή με ένα στερεό τοίχωμα, έχει την ταχύτητα του, δηλαδή δεν ολισθαίνει. Αυτό έχει επιβεβαιωθεί τόσο πειραματικά, όσο και από την κινητική θεωρία, λόγω της ύπαρξης των μοριακών δυνάμεων. Η συνθήκη δεν ισχύει: **(α)** σε μεγάλο υψόμετρο (διαστημικές εφαρμογές), όπου $\lambda \approx 30$ [cm] (περίπου σε ύψος 100 [km]), όπου δηλαδή δεν ισχύει η συνθήκη του συνεχούς μέσου και **(β)** σε καταλύτες, όπου αν και το λ είναι το συνηθισμένο, το L είναι πολύ μικρό διότι ισούται με τη διάμετρο των μικροσκοπικών πόρων του καταλύτη.

Ορισμός Φυσικού Μεγέθους: Κάθε μέγεθος που χρησιμοποιείται στην περιγραφή των φυσικών φαινομένων ονομάζεται φυσικό μέγεθος.

Είδη Φυσικών Μεγεθών:

- Βαθμωτά (scalar):** Τανυστές *Μηδενικού* βαθμού, φ .
Αριθμητική τιμή και μονάδες.
- Ανύσματα (vectors):** Τανυστές *Πρώτου* βαθμού, $\varphi_i = \{\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z\}^T$
Αριθμητική τιμή και μονάδες και συνιστώσες σε κάθε διεύθυνση ενός συστήματος συντεταγμένων.
- Τανυστής (tensor):** Τανυστές *Δευτέρου* βαθμού, $\varphi_{ij} = \begin{Bmatrix} \varphi_{xx} & \varphi_{xy} & \varphi_{xz} \\ \varphi_{yx} & \varphi_{yy} & \varphi_{yz} \\ \varphi_{zx} & \varphi_{zy} & \varphi_{zz} \end{Bmatrix}$
Αριθμητική τιμή και μονάδες και συνιστώσες σε κάθε ζεύγος συντεταγμένων.

Μονάδες Φυσικών Μεγεθών:

Διεθνές Σύστημα (S.I.).	Μάζα	M(ass):	→	[kg]
	Χρόνος	T(ime)	→	[s]
	Μήκος	L(ength)	→	[m]
	Θερμοκρασία	Θ	→	[K]

Διαστάσεις Φυσικών Μεγεθών: Κάθε μέγεθος έχει ως διαστάσεις ένα συνδυασμό (γινόμενο) των θεμελιωδών μονάδων: $\{\varphi\} = \{M^\alpha T^\beta L^\gamma \Theta^\delta\}$, η οποία ονομάζεται **εξίσωση διαστάσεων**. Π.χ. Η ταχύτητα είναι: $\{u\} = \{M^0 T^{-1} L^1 \Theta^0\} = \{T^{-1} L^1\} \rightarrow [m s^{-1}]$
(διαστάσεις) (μονάδες)

Αδιάστατα είναι τα μεγέθη που όλοι οι εκθέτες, α , β , γ & δ είναι μηδενικοί. Τέτοια μεγέθη είναι **(α) οι αδιάστατοι αριθμοί** (*Re*, *Ma*, κ.λπ.) και **(β) τα ανηγμένα (αδιαστατοποιημένα) μεγέθη**.

ΑΡΧΗ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ

Είναι η αναγκαία, αλλά όχι η ικανή συνθήκη για την ορθότητα μίας εξίσωσης. Δηλώνει ότι όλοι οι όροι μίας εξίσωσης πρέπει να έχουν τις ίδιες διαστάσεις.

ΟΝΟΜΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ	ΣΥΜΒΟΛΟ	ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ S.I.		
ΒΑΡΟΣ	B	LMT^{-2}	N	$F=ma$	$[N]=[kg\ m\ s^{-2}]$
ΓΩΝΙΑ	θ	1	rad	$W=F\ell$	$[J]=[N\ m]=[kg\ m^2\ s^{-2}]$
ΓΩΝΙΑΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ω	T^{-1}	$rad\ s^{-1}$	$P=\frac{W}{t}$	$[W]=[J\ s^{-1}]=[N\ m\ s^{-1}]=[kg\ m^2\ s^{-3}]$
ΔΥΝΑΜΗ	F	LMT^{-2}	N	$B=mg$	$[kg\ m\ s^{-2}]$
ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ	C	$L^2T^{-2}\Theta^{-1}$	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$	$\gamma=\frac{B}{V}=\frac{mg}{V}=\rho g$	$[N\ m^{-3}]=[kg\ m^{-2}\ s^{-2}]$
ΕΙΔΙΚΟ ΒΑΡΟΣ	γ	$L^{-2}MT^{-2}$	$N\ m^{-3}$	$O=mU$	$[kg\ m\ s^{-1}]$
ΕΝΕΡΓΕΙΑ	E	L^2MT^{-2}	J	$\rho=\frac{m}{V}$	$[kg\ m^{-3}]$
ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ	a	LT^{-2}	$m\ s^{-2}$	$\alpha=\frac{U}{t}$	$[m\ s^{-2}]$
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ	A	L^2	m^2	$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$	$[rad\ s^{-1}]$ ($T=1/f$)
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ	σ	MT^{-2}	$N\ m^{-1}$	$\tau=\frac{F}{A}$	$[N\ m^{-2}]=[kg\ m^{-1}\ s^{-2}]$
ΕΡΓΟ	W	L^2MT^{-2}	J	$\rho=\frac{F}{A}$	$[N\ m^{-2}]=[kg\ m^{-1}\ s^{-2}]$
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	T	Θ	K	$K\equiv^{\circ}C+273.15$	Kelvin, Celsius
ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ	Q	L^2MT^{-2}	J	$^{\circ}F=32+(9/5)^{\circ}C$	Fahrenheit, Kelvin
ΙΞΩΔΕΣ (ΔΥΝΑΜΙΚΟ)	μ	$L^{-1}MT^{-1}$	$Pa\ s$	$^{\circ}R\equiv^{\circ}F+459.67$	Rankine, Fahrenheit
ΙΞΩΔΕΣ (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΟ)	ν	L^2T^{-1}	$m^2\ s^{-1}$		
ΙΣΧΥΣ	P	L^2MT^{-3}	W	$R\equiv R\ MW$	$=8314.5\ [J\ kmol^{-1}\ K^{-1}]$ $=8314.5\ [kg\ m^2\ s^{-2}\ kmol^{-1}\ K^{-1}]$
ΜΑΖΑ	m	M	kg		R : σταθερά αερίου $[J\ kg^{-1}\ K^{-1}]=[m^2\ s^{-2}\ K^{-1}]$
ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	G	$L^{-1}MT^{-2}$	Pa		R : παγκόσμια σταθερά ιδανικών αερίων
ΜΗΚΟΣ	L	L	m		MW : μοριακό βάρος $[kg\ kmol^{-1}]$
ΟΓΚΟΣ	V	L^3	m^3		
ΟΡΜΗ	O	LMT^{-1}	$kg\ m\ s^{-1}$		
ΠΙΕΣΗ	p	$L^{-1}MT^{-2}$	Pa		
ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ	ρ	$L^{-3}M$	$kg\ m^{-3}$		
ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ	M	L^2MT^{-2}	$N\ m$		
ΡΥΘΜΟΣ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ (ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ)	$\dot{\gamma}$	T^{-1}	s^{-1}		
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	f	T^{-1}	$rev\ s^{-1}$		
ΤΑΣΗ	τ	$L^{-1}MT^{-2}$	Pa		
ΤΑΧΥΤΗΤΑ	U	LT^{-1}	$m\ s^{-1}$		
ΧΡΟΝΟΣ	t	T	s		

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΟΡΙΣΜΟΙ, ΣΥΝΕΧΕΣ ΜΕΣΟ,
ΜΟΝΑΔΕΣ & ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΕΥΣΤΩΝ



ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ Ι – Δρ. Δ. ΣΟΦΙΑΛΙΔΗΣ, ΑΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ, 4ο ΕΞΑΜΗΝΟ, ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2010-2011

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ

Η πυκνότητα, ρ , ενός ρευστού ορίζεται ως: $\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V_0} \frac{\delta m}{\delta V} [\text{kg m}^{-3}]$

Γενικά ισχύει ότι $\rho = \rho(p, T)$ και όταν $T \uparrow$ τότε $\rho \downarrow$, ενώ
όταν $p \uparrow$ τότε $\rho \uparrow$

Για τα ιδανικά αέρια ισχύει ο νόμος: $\rho = \frac{p}{RT} = \frac{p MW}{\mathcal{R} T} [\text{kg m}^{-3}]$

Η μέτρηση της πυκνότητας των υγρών είναι εύκολη υπόθεση με τη χρήση ενός *πυκνόμετρου*. Αντίθετα η μέτρηση της πυκνότητας των αερίων είναι δύσκολη (π.χ. Με χρήση του ζυγού Edwards, όπου συγκρίνουμε το βάρος μίας φιάλης γεμάτης με το αέριο με το βάρος της όταν είναι γεμάτη με αέρα. Για τα αέρια υπάρχουν πίνακες, εμπειρικές σχέσεις και καταστατικές εξισώσεις της μορφής $\rho = \rho(p, T)$. Για παράδειγμα όταν $p < 10$ [bar] ισχύει η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων. Εναλλακτικά χρησιμοποιούμε τη σχέση $\rho = p/(ZRT)$, όπου Z =βαθμός συμπίεστότητας του αερίου και ο οποίος δίνεται από διαγράμματα ως συνάρτηση των λόγων p/p_c και T/T_c , όπου p_c και T_c είναι η κρίσιμη πίεση και θερμοκρασία κάθε ρευστού και αποτελούν ιδιότητές του. Η πυκνότητα των υγρών είναι δύσκολο να περιγραφεί από τέτοια μοντέλα, αλλά ευτυχώς δεν μεταβάλλεται έντονα με την πίεση και θερμοκρασία, εκτός όταν βρίσκεται κοντά στις συνθήκες του κρίσιμου σημείου.

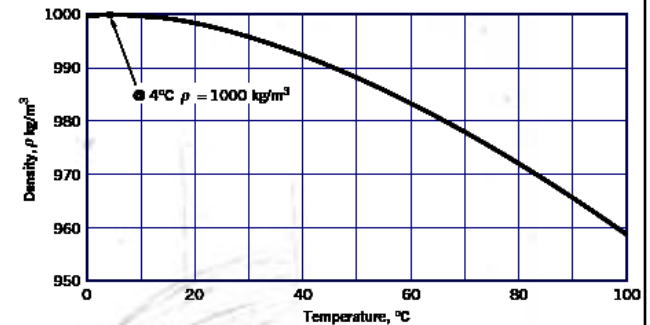
ΕΙΔΙΚΟΣ ΟΓΚΟΣ

Ο ειδικός όγκος, v , είναι το αντίστροφο της πυκνότητας: $v = \frac{1}{\rho} [\text{kg}^{-1} \text{m}^3]$

ΕΙΔΙΚΟ ΒΑΡΟΣ

Το ειδικό βάρος, γ , ισούται με το λόγο βάρος:όγκος ο οποίος μεταφράζεται στο γινόμενο της πυκνότητας με την επιτάχυνση της βαρύτητας:

$$\gamma = \frac{B}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g [\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2}]$$



Η πυκνότητα του νερού ως συνάρτηση της θερμοκρασίας

ΙΞΩΔΕΣ

Το ιξώδες, μ , είναι η ιδιότητα που χαρακτηρίζει την αντίσταση του ρευστού σε συνθήκες διάτμησης, η οποία οφείλεται στην αλληλεπίδραση δύο παράλληλων στρωμάτων/στοιβάδων ρευστού. Για τα αέρια και τα περισσότερα υγρά ισχύει: $\tau = \mu \dot{\gamma}$ [Pa] (διατμητική τάση) = (ιξώδες) \times (ρυθμός παραμόρφωσης)

Άρα οι μονάδες του (δυναμικού) ιξώδους είναι: μ [Pa s] = [N m⁻² s] = [kg m⁻¹ s⁻¹]

Άλλες μονάδες που χρησιμοποιούνται συχνά είναι: 1 Poise = 1P = 10⁻¹ [Pa s]

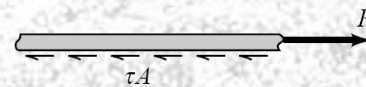
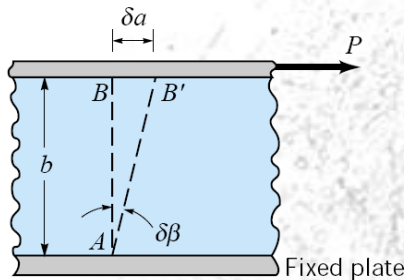
1 centi-Poise = 1cP = 0.01P = 10⁻³ [Pa s]

(στους 20 [°C] το ιξώδες του νερού είναι περίπου 1 cP).

Χρησιμοποιείται επίσης το κινηματικό ιξώδες, $\nu = \mu/\rho$ [m² s⁻¹].

Άλλες μονάδες που χρησιμοποιούνται συχνά είναι: 1 Stoke = 1St = 10⁻⁴ [m² s⁻¹]

1 centi-Stoke = 1cSt = 0.01St = 10⁻⁶ [m² s⁻¹].



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ακίνητο ρευστό μεταξύ δύο

πλακών. Η κάτω είναι σταθερή, ενώ η πάνω κινείται με

σταθερή ταχύτητα U λόγω της δράσης της δύναμης P . Το ρευστό εμφανίζει αντίδραση, την τάση $\tau = P/A$, η οποία εξισορροπεί τη δύναμη P . Το ρευστό στην πάνω πλάκα κινείται με ταχύτητα U , ενώ αυτό σε επαφή με την κάτω πλάκα είναι ακίνητο Σ.Μ.Ο.).

Ανάμεσα στις πλάκες η ταχύτητα έχει κατανομή γραμμική (σχήμα) και ίση με: $U(y) = Uy/b$. Για μικρή $\delta\beta$, $\tan\delta\beta \approx \delta\beta = \delta\alpha/b$ και επειδή $\delta\alpha = U\delta t$, τότε $\delta\beta = U\delta t/b$.

Η παραμόρφωση ισούται με: $\dot{\gamma} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta\beta}{\delta t}$ και σύμφωνα με τα παραπάνω:

$$\dot{\gamma} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{U\delta t}{b\delta t} = \frac{dU}{dy}$$

και συνεπώς:

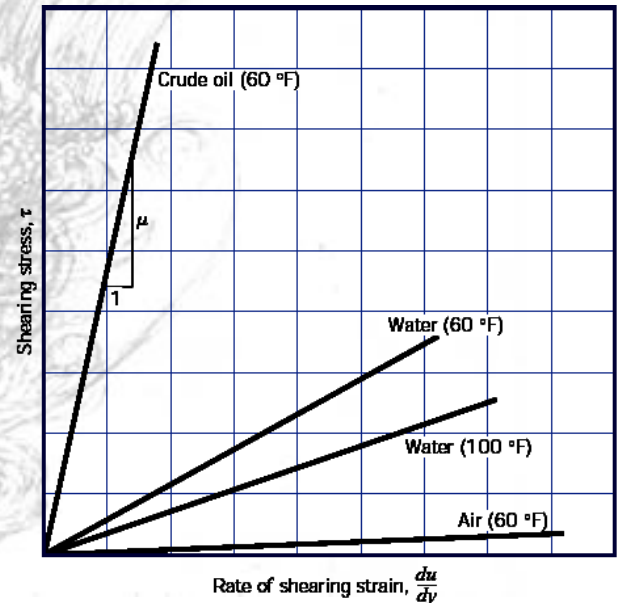
$$\tau = \mu \frac{dU}{dy}$$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι για να είναι μηδενική η τάση (για μη μηδενικό ιξώδες) πρέπει να είναι μηδενική η παραμόρφωση (ακίνησια ρευστού) ή να υπάρχει ασυνέχεια στη ροή. Το τελευταίο όμως αποκλείεται διότι εάν όσο το διάστημα τείνει στο μηδέν ($\delta y \rightarrow 0$) εμφανιζόταν μη μηδενική διαφορά στην ταχύτητα, αυτό θα συνεπάγονταν άπειρη τάση τ .

Όταν η ταχύτητα σε ένα πεδίο ροής δεν είναι ομοιόμορφη, τότε η μεταβολή της είναι συνεχής. Συνέπεια αυτού είναι ότι τα στοιχεία του ρευστού σε επαφή με μία στερεή επιφάνεια πρέπει να έχουν την ίδια ταχύτητα με αυτή την επιφάνεια (Συνθήκη Μη-Ολίσθησης, Σ.Μ.Ο.).

Για να υπερνικηθούν οι δυνάμεις του ιξώδους που ασκούνται (κυρίως στις στερεές επιφάνειες) πρέπει να καταναλωθεί ενέργεια για να κινηθεί το ρευστό. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται σε θερμότητα και χάνεται (σκεδάζεται). Σε ρευστά με μεγάλα ιξώδη η θερμότητα είναι σημαντική και αυξάνει τη θερμοκρασία.

Η προηγούμενη σχέση, δηλαδή ότι η τάση είναι ανάλογη της παραμόρφωσης και η σταθερά αναλογίας είναι το δυναμικό ιξώδες, μ , του ρευστού, χαρακτηρίζει τα αέρια και τα περισσότερα υγρά, τα οποία ονομάζονται Νευτωνικά ή Νευτώνεια. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι καμπύλες τάσης–παραμόρφωσης (τ vs dU/dy) για διάφορα Νευτωνικά ρευστά ή για το ίδιο ρευστό σε διαφορετική θερμοκρασία. Το δυναμικό ιξώδες, μ , είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζουν οι καμπύλες με την οριζόντιο.



Για αέρια & υγρά: όταν $\rho \uparrow$ τότε $\mu \uparrow$
 Για αέρια: όταν $T \uparrow$ τότε $\mu \uparrow$
 Για υγρά: όταν $T \uparrow$ τότε $\mu \downarrow$

Η διαφορά αυτή στη συμπεριφορά με τη θερμοκρασία οφείλεται στο ότι το ιξώδες (=αντίσταση στη διάτμηση) των υγρών οφείλεται στις δυνάμεις συνοχής, ενώ στα αέρια στην ταχύτητα μεταφοράς της ορμής (η οποία εξαρτάται από την ταχύτητα κίνησης των μορίων). Επειδή λοιπόν οι δυνάμεις συνοχής ελαττώνονται με τη θερμοκρασία, ενώ αντίθετα η κίνηση των μορίων αυξάνει, παρατηρείται αυτή η αντίθεση.

Όπως και με την πυκνότητα, για τα υγρά υπάρχουν πολλές εμπειρικές σχέσεις (είναι πιο εύκολη και η μέτρηση με διάφορων ειδών ιξωδόμετρα), ενώ για τα αέρια διατίθενται θεωρητικά μοντέλα.

1. Για υγρά σε χαμηλές πιέσεις, $\mu \neq \mu(\rho)$: $\frac{\mu}{\mu_0} = \exp\left[\frac{a}{b+T} - \frac{a}{b+T_0}\right]$
 όπου μ_0 το ιξώδες σε T_0 , ενώ a & b είναι σταθερές του υγρού.

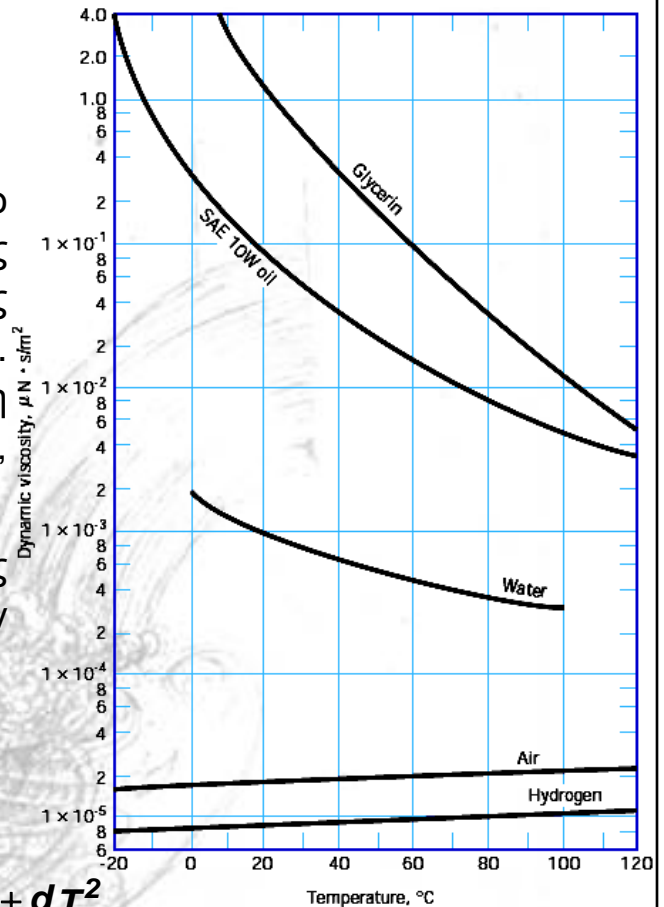
2. Για κορεσμένα υγρά σε χαμηλές πιέσεις, $\mu \neq \mu(\rho)$ (a , b , c & d είναι σταθερές του υγρού):

$$\log \mu = a + \frac{b}{T} + cT + dT^2$$

3. Για αέρια ισχύει ο νόμος του Sutherland (μ_0 το ιξώδες σε T_0 , c είναι σταθερά του αερίου και τα T και T_0 είναι σε [K]):

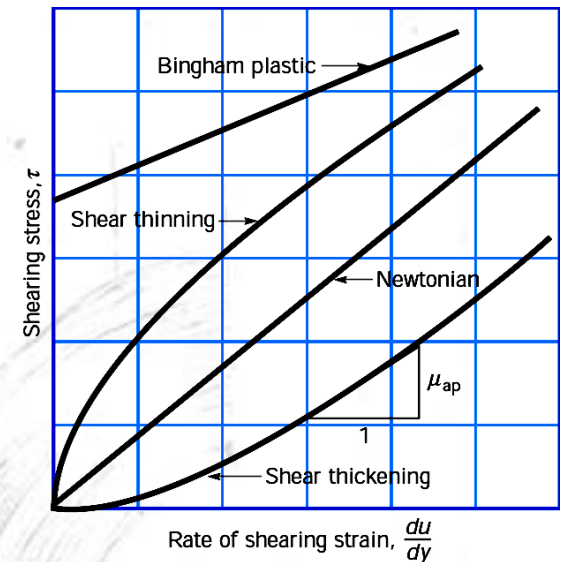
$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{c+T_0}{c+T}\right) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.5}$$

4. Ο απλοποιημένο νόμος του Sutherland: $\frac{\mu}{\mu_0} \cong \left(\frac{T}{T_0}\right)^n$ όπου n [0.5 ÷ 1.0].



Όταν η σχέση τάσης–παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική, τότε το ρευστό ονομάζεται μη–Νευτωνικό. Στο σχήμα φαίνονται διάφορα τέτοια ρευστά. Σε κάθε σημείων των καμπυλών τάσης–παραμόρφωσης μπορεί να ορισθεί το φαινόμενο (apparent) ιξώδες, μ_{ap} , ως η τοπική κλίση της καμπύλης. Είναι προφανές ότι για Νευτωνικά ρευστά το φαινόμενο ιξώδες είναι σταθερό και ίσο με το ιξώδες του ρευστού.

- Ψευδοπλαστικά (shear thinning).** Με την αύξηση της παραμόρφωσης, μειώνεται το ιξώδες (αίμα, χυμοί φρούτων, φυσικές κόλλες, γαλακτώματα, τήγματα πλαστικών, κ.α.).
- Διασταλτικά (shear thickening).** Με την αύξηση της παραμόρφωσης, αυξάνει το ιξώδες (πυκνά αιωρήματα στερεών σε υγρά, π.χ. τσιμέντο).
- Πλαστικά (Bingham plastic).** Συμπεριφέρονται ως Νευτωνικά, αλλά εφόσον η τάση έχει ξεπεράσει μία αρχική τιμή, κάτω από την οποία συμπεριφέρονται ως στερεά.
- Ρευστά με ιξώδες εξαρτώμενο και από τον χρόνο, $\tau = \tau(\dot{\gamma}, t)$.** Χωρίζονται στα **Ρεοπηκτικά** και τα **Θιξοτροπικά**. Για σταθερή διάτμηση, τα πρώτα εμφανίζουν αύξηση του φαινόμενου ιξώδους, ενώ τα δεύτερα μείωση.
- Ιξωδοελαστικά ρευστά (viscoelastic).** Τα ρευστά αυτά κάτω από ορισμένες συνθήκες παρουσιάζουν συμπεριφορά στερεού σώματος. Παράδειγμα τέτοιου υλικού είναι το ασπράδι του αυγού, η πίσσα, τήγματα πλαστικών, κ.α.



ΜΕΤΡΟ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ

(Ισχύει για όλα τα αέρια και για τα υγρά εφόσον $p > 1000$ [bar]): $K = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} \right]_T = \frac{1}{E} \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$

E = μέτρο ελαστικότητας [Pa]

Εκφράζει τη σχετική μεταβολή της πυκνότητας του ρευστού, η οποία προέρχεται από τη μεταβολή της πίεσης υπό σταθερή θερμοκρασία.

Για τα ιδανικά αέρια είναι:

$$K = \frac{1}{\frac{\rho}{RT}} \left[\frac{\partial \frac{\rho}{RT}}{\partial p} \right]_T = \frac{RT}{\rho} \frac{1}{RT} = \frac{1}{\rho} \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$$

Ενδεικτικές τιμές για διάφορα υλικά:

Χάλυβας: $K = 588 \times 10^{-14} \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$

Νερό: $K = 453 \times 10^{-12} \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$

Αέρας: $K = 966 \times 10^{-8} \text{ [Pa}^{-1}\text{]}$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ

Εκφράζει τη σχετική μεταβολή της πυκνότητας του ρευστού, η οποία προέρχεται από τη μεταβολή της θερμοκρασίας υπό σταθερή πίεση.

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial T} \right]_p \text{ [K}^{-1}\text{]}$$

Για τα ιδανικά αέρια είναι:

$$\beta = \frac{1}{\frac{\rho}{RT}} \left[\frac{\partial \frac{\rho}{RT}}{\partial T} \right]_p = \frac{RT}{\rho} \left(-\frac{\rho}{R} \right) \left(-\frac{1}{T^2} \right) = \frac{1}{T} \text{ [K}^{-1}\text{]}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

Η ταχύτητα με την οποία μεταδίδεται ο ήχος στα ρευστά είναι πεπερασμένη. Η ταχύτητα συνδέεται με μεταβολές στην πίεση και στην πυκνότητα του ρευστού και επειδή συνήθως συσχετίζεται με μικρές διαταραχές, υποθέτουμε ισεντροπική διεργασία: $c = \sqrt{kp/\rho}$. Εάν επιπλέον θεωρήσουμε ιδανικό αέριο:

$c = \sqrt{kp/\rho} = \sqrt{kRT}$, όπου $k = C_p/C_v$, το οποίο είναι ίσο με 1.4 για τον αέρα.

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΗ

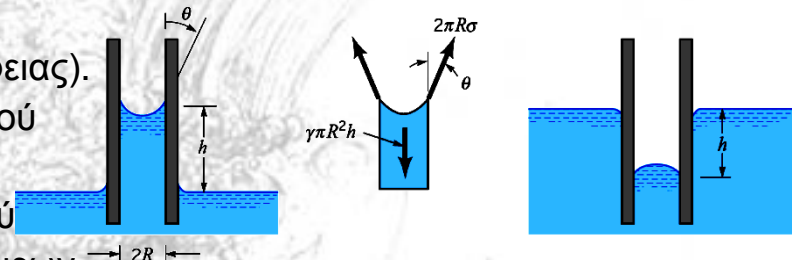
Η επιφανειακή τάση εμφανίζεται στη διεπιφάνεια δύο ρευστών, εκ των οποίων το ένα τουλάχιστον είναι υγρό. Επίσης, τα δύο ρευστά δεν πρέπει να είναι αναμίξιμα. Τα μόρια του υγρού κοντά στη διεπιφάνεια δέχονται δυνάμεις συνοχής από τα γειτονικά μόρια του υγρού, δηλαδή η συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδενική λόγω της εξισορρόπησης των δυνάμεων συνοχής από όλες τις πλευρές. Έτσι, η διεπιφάνεια αποτελεί μία μεμβράνη υπό τάση εφελκυσμού.

Ονομάζουμε λοιπόν επιφανειακή τάση, σ [N m^{-1}], τη δύναμη ανά μονάδα μήκους, η οποία ενεργεί κάθετα σε μία τυχαία γραμμή (τομή) πάνω στην επιφάνεια. Η επιφανειακή τάση εξαρτάται από τη θερμοκρασία και για το νερό είναι 0.073 [N m^{-1}]. Η τιμή της μειώνεται με αύξηση της θερμοκρασίας ή με την προσθήκη ειδικών ουσιών (π.χ. σαπουνί).

Φαινόμενα που σχετίζονται με την επιφανειακή τάση

1. Τριχοειδή φαινόμενα σε λεπτό σωλήνα (δυνάμεις συνάφειας).

Σε λεπτούς σωλήνες παρατηρείται ότι η στάθμη του υγρού ανέρχεται ή κατέρχεται του επιπέδου της εξωτερικής ελεύθερης επιφάνειας, εάν οι δυνάμεις συνάφειας μεταξύ του υγρού και του στερεού υπερβαίνουν ή όχι των δυνάμεων



συνοχής μεταξύ των μορίων του ρευστού. Η στατική ισορροπία συνεπάγεται ισορροπία δυνάμεων στην κατακόρυφη διεύθυνση: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \gamma \pi R^2 h = 2\pi R \sigma \cos \theta \Rightarrow h = 2\sigma \cos \theta / (\gamma R)$

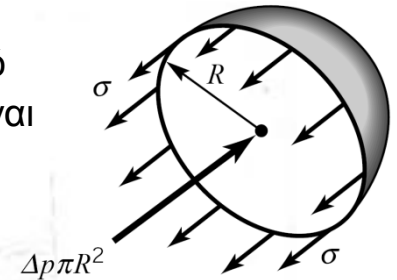
δηλαδή το ύψος h είναι αντιστρόφως ανάλογο της ακτίνας του σωλήνα. Για ρευστά όπως το νερό όπου για καθαρό γυαλί η γωνία επαφής θ είναι $\approx 0^\circ$. Τα τριχοειδή φαινόμενα προκαλούν προβλήματα ανάγνωσης σε μετρητικά όργανα όπως τα μανόμετρα τύπου U και πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

Όταν οι δυνάμεις συνάφειας είναι ασθενέστερες αυτών της συνοχής, τότε το φαινόμενο αντιστρέφεται.

Παράδειγμα αποτελεί ο υδράργυρος του οποίου η γωνία επαφής με καθαρό γυαλί είναι $\approx 130^\circ$.

2. Σχηματισμός σταγόνων.

Στη σταγόνα του σχήματος, οι δυνάμεις συνοχής προκαλούν αφενός το σφαιρικό σχήμα της σταγόνας, αφετέρου δημιουργούν μία εσωτερική πίεση p_i , η οποία είναι μεγαλύτερη της εξωτερικής πίεσης p_e , ώστε να εξισορροπεί την δράση της επιφανειακής τάσης: $2\pi R\sigma = \Delta p \pi R^2 \Rightarrow \Delta p = p_i - p_e = 2\sigma/R$

**ΠΙΕΣΗ ΑΤΜΩΝ**

Όταν η πίεση υγρού πέσει κάτω από την πίεση ατμών του υγρού (η οποία εξαρτάται από τη θερμοκρασία), τότε το υγρό εξατμίζεται.

- Εάν η εξάτμιση συμβεί μόνο εξαιτίας της αύξησης της θερμοκρασίας, ονομάζεται **βρασμός**.
- Εάν η εξάτμιση συμβεί μόνο εξαιτίας της πτώσης της πίεσης, λόγω της αύξησης της ταχύτητας της ροής, τότε το φαινόμενο ονομάζεται **σπηλαίωση**.

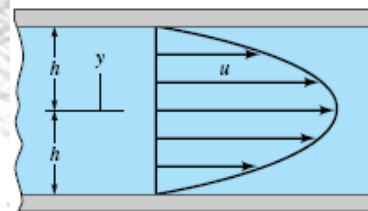
Σε υγρό με ελεύθερη επιφάνεια, τα μόρια εξατμίζονται και συμπυκνώνονται συνεχώς. Εάν το δοχείο είναι κλειστό, τα μόρια που είναι σε αέρια μορφή δημιουργούν μία πίεση, τη **μερική πίεση**, η οποία αθροιζόμενη με τις άλλες πιέσεις που μπορεί να υπάρχουν (από αέρια μόρια άλλων ουσιών), δημιουργούν την ολική πίεση.

Όταν η μερική πίεση γίνει ίση με την πίεση ατμών (για τη συγκεκριμένη θερμοκρασία), τότε εξατμίζεται ο ίδιος αριθμός μορίων με αυτόν που συμπυκνώνεται.

Για υδρατμούς στον αέρα ισχύει: $p_v(\theta_a, RH) = 6.05 \times 10^{-4} RH \{[(\theta_a + 7.066)\theta_a + 908.88]\theta_a + 9567\}$ [Pa]
όπου θ_a =ατμοσφαιρική θερμοκρασία σε [oC] και RH =σχετική υγρασία (**Relative Humidity**).

- Οι απώλειες ενέργειας ανά μονάδα βάρους ρέοντος ρευστού, h_f , ροής σε κυκλικούς αγωγούς δίνονται από τη σχέση Darcy–Weisbach: $h_f = f \frac{\ell}{d} \frac{U^2}{2g}$ όπου f =συντ/στής τριβής, ℓ =μήκος αγωγού, d =διάμετρος αγωγού, U =μέση ταχύτητα, g =επιτάχυνση της βαρύτητας. Να βρείτε τις διαστάσεις του f . **αδιάστατος**.
- Η ογκομετρική παροχή, Q , υγρού μέσα σε κυκλικό αγωγό υπολογίζεται από την εμπειρική εξίσωση των Hagen–Williams: $Q = 61.9 d^{2.63} \left(\frac{dp}{dx}\right)^{0.54} [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$ όπου d =διάμετρος αγωγού, (dp/dx) =πτώση πίεσης ανά μονάδα μήκους. Να εξετάσετε εάν η εξίσωση είναι διαστατικά ομοιογενής. **ο συντελεστής 61.9 έχει μονάδες $L^{1.45} M^{0.08} T^{-0.54}$** .
- Η πτώση πίεσης του αίματος σε αρτηρία με στένωση είναι: $\Delta p = K_v \frac{\mu U}{d} + K_n \left(\frac{A_0}{A_1} - 1\right)^2 \rho U^2$ όπου μ =δυναμικό ιξώδες του αίματος, U =μέση ταχύτητα, $A_{0,1}$ =επιφάνεια διατομής χωρίς και με στένωση, αντίστοιχα, ρ =πυκνότητα αίματος. Ποιες είναι οι διαστάσεις των συντ/στών K_v και K_n ? **αδιάστατοι**.
- Δοχείο πίεσης περιέχει 5 [kg] πεπιεσμένου αέρα σε θερμοκρασία 80 [°C] και το μανόμετρο δείχνει 300 [kPa]. Ποιος είναι ο όγκος του δοχείου? **1.26 [m³]**.
- Ένα μεταλλικό δοχείο διαστέλλεται κατά 1.2 [%] όταν αυξάνεται η πίεσή του κατά 75 [MPa]. Σε πίεση 100 [kPa] το δοχείο χωράει 500 [kg] νερό πυκνότητας 1000 [kg m⁻³]. Αν το μέτρο συμπιεστότητας του νερού είναι $480 \times 10^{-11} [\text{Pa}^{-1}]$, πόσο νερό πρέπει να προστεθεί στο δοχείο (όταν αυτό είναι γεμάτο), ώστε να αυξηθεί η πίεση στο εσωτερικό του κατά 75 [MPa]? **24.216 [kg]**.
- Εκφράστε το μέτρο συμπιεστότητας συναρτήσε της μεταβολής του όγκου, αντί της μεταβολής της πυκνότητας του ρευστού. **$K = -(1/V)[\partial V/\partial p]_T$** .
- Να υπολογιστεί το μέτρο συμπιεστότητας ενός υγρού όταν: (i) η πυκνότητά του αυξάνει κατά 0.025 [%] με αύξηση πίεσης κατά 50 [kPa] και (ii) όταν πίεση 120 [kPa] ασκούμενη σε 0.4 [m³] προκαλεί μείωση του όγκου κατά 500 [cm³]. **(i) $5.0 \times 10^{-9} [\text{Pa}^{-1}]$ (ii) $1.04 \times 10^{-8} [\text{Pa}^{-1}]$** .

8. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές?
 (i) Το γινόμενο της πυκνότητας ενός ρευστού και του ειδικού όγκου του είναι αδιάστατο μέγεθος. **ΝΑΙ**.
 (ii) Το πηλίκο της πυκνότητας ενός ρευστού προς το ειδικό βάρος του έχει διαστάσεις $\{LT^{-2}\}$. **$\{L^{-1}T^2\}$** .
9. Η αξονική ισχύς, P , μίας φυγοκεντρικής αντλίας υπολογίζεται από την ακόλουθη εμπειρική σχέση:
 $P=c\rho\dot{V}N^2d^2$, όπου ρ =πυκνότητα \dot{V} =ογκομετρική παροχή, d =διάμετρος παροχής, N =ταχύτητα περιστροφής σε [στροφές/λεπτό]. Η σταθερά c υπολογίζεται πειραματικά. Να εξετασθεί εάν η δεδομένη σχέση είναι διαστατικά ομοιογενής. **ΝΑΙ, εφόσον η σταθερά c είναι αδιάστατος αριθμός**.
10. Ένα αέριο έχει όγκο $0.5 [m^3]$ σε θερμοκρασία $20 [^{\circ}C]$ και πίεση $200 [kPa]$. Η ειδική σταθερά του αερίου είναι $260 [J kg^{-1} K^{-1}]$. Να υπολογιστεί η μάζα, ο ειδικός όγκος και το μοριακό βάρος του αερίου. **$1.312 [kg]$, $0.3811 [kg m^{-3}]$, $31.98 [kg kmol^{-1}]$** .
11. Δύο κλειστά δοχεία A και B είναι συνδεδεμένα με κλειστή στρόφιγγα. Το A έχει όγκο $0.15 [m^3]$ και περιέχει πεπιεσμένο αέριο πίεσης $30 [bar]$ σε θερμοκρασία $95 [^{\circ}C]$. Το B έχει άγνωστο όγκο και περιέχει το ίδιο αέριο πίεσης $1 [bar]$ και θερμοκρασίας $20 [^{\circ}C]$. Κάποια στιγμή ανοίγει η στρόφιγγα και επέρχεται πλήρης ανάμιξη. Μετά την αποκατάσταση ισορροπίας, η πίεση στα δοχεία είναι $25 [bar]$ και η θερμοκρασία $55 [^{\circ}C]$. Να υπολογιστεί ο όγκος V_B . **$0.0109 [m^3]$** .
12. Η στρωτή ροή ρευστού ανάμεσα σε δύο πλάκες περιγράφεται από τη σχέση: $U(y) = \frac{3\bar{U}}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]$ όπου \bar{U} είναι η μέση ταχύτητα και y η κάθετη διεύθυνση με αρχή το κέντρο του αγωγού. Βρείτε τη διατμητική τάση στο τοίχωμα, στο επίπεδο συμμετρίας και στο $y=0.7 [m]$ για $h=1.2 [m]$, $\mu=1.8 \times 10^{-5} [kg m^{-1} s^{-1}]$ και παροχή $\dot{V}=0.5 [m^3 s^{-1}]$. **$9.37 \times 10^{-6} [Pa]$, $0 [Pa]$, $5.47 \times 10^{-6} [Pa]$** .



13. Σταγόνα νερού στους 20 [°C] έχει σχετική πίεση 5 [Pa]. Δεδομένου ότι η επιφανειακή τάση του νερού σε αυτή τη θερμοκρασία είναι 0.073 [N m⁻¹], ποια είναι η διάμετρος της σταγόνας? **D=5.84 [cm]**.
14. Υπολογίστε τη ροπή που απαιτείται για την περιστροφή ενός κάθετου κυλίνδρου διαμέτρου 50 [mm] με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 30 [rad/s], ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ακίνητο κύλινδρο διαμέτρου 50.2 [mm]. Το διάκενο μεταξύ των κυλίνδρων είναι γεμάτο με λάδι SAE 10 και βρίσκεται σε θερμοκρασία 20 [°C]. Το μήκος του εσωτερικού κυλίνδρου είναι 200 [mm] και η κατανομή της ταχύτητας στο διάκενο υποτίθεται γραμμική. Εάν η θερμοκρασία του λαδιού αυξηθεί στους 80 [°C], υπολογίστε την ποσοστιαία αλλαγή στην τιμή της ροπής. **0.589 [N m], 92 [%]**.
15. Κύλινδρος βάρους 40 [lb], διαμέτρου 0.8 [ft] και ύψους 1.25 [ft], ολισθαίνει στην κεκλιμένη πλάκα του σχήματος με σταθερή ταχύτητα 0.1 [ft/s]. Μεταξύ του κυλίνδρου και της πλάκας υπάρχει στρώμα λαδιού ομοιόμορφου πάχους (0.002 [ft]) με ιξώδες 0.2 [lb s/ft²]. Υπολογίστε τη γωνία θ μεταξύ πλάκας και οριζοντίου. **7.22°**.
16. Νευτώνειο ρευστό με ειδικό βάρος 9025.2 [N m⁻³] και ιξώδες 4×10⁻⁴ [m² s⁻¹] ρέει πάνω από πλάκα. Εξαιτίας της Συνθήκης Μη-Ολίσθησης, η ταχύτητα πάνω στην πλάκα είναι μηδενική ενώ η κατανομή της ταχύτητας φαίνεται στο σχήμα. Υπολογίστε το μέτρο και τη διεύθυνση της διατμητικής τάσης στο τοίχωμα, εκφράζοντάς την συναρτήσει των U [m/s] και δ [m]. **0.552 (U/δ)**.

