



ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΣΕ ΗΥ

Ενότητα 1: Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Διδάσκων: Κίρτας Εμμανουήλ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ενότητα 1

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΣΕ ΗΥ

Διδάσκων: Κίρτας Εμμανουήλ

Περιεχόμενα ενότητας

1. Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Σκοποί ενότητας

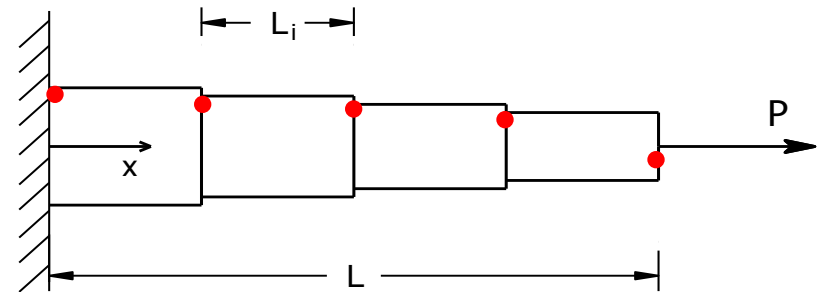
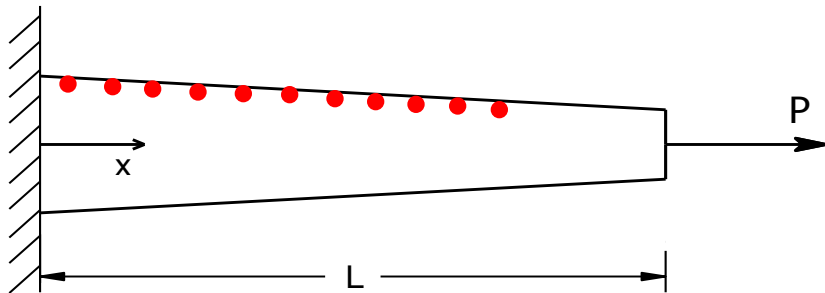
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Προσομοίωση

- Η αναπαραγωγή της συμπεριφοράς ενός φορέα υπό δεδομένα φορτία

Προσομοίωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

- Η περιγραφή ενός «άπειρου» προβλήματος με διαχωρισμό του σε πεπερασμένο αριθμό υποπεριοχών και περιγραφή της συμπεριφοράς τους με προσεγγιστικές εκφράσεις



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Προσομοίωση

- Η αναπαραγωγή της συμπεριφοράς ενός φορέα υπό δεδομένα φορτία

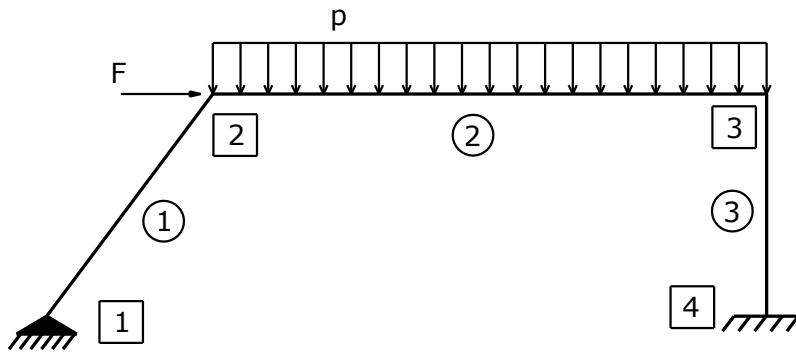
Προσομοίωση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

- Η περιγραφή ενός «άπειρου» προβλήματος με διαχωρισμό του σε πεπερασμένο αριθμό υποπεριοχών και περιγραφή της συμπεριφοράς τους με προσεγγιστικές εκφράσεις
- Προσομοίωση γεωμετρίας του φορέα
- Προσομοίωση ιδιοτήτων των μελών του φορέα
- Προσομοίωση φορτίων
- Εξαγωγή αποτελεσμάτων (εντατικών μεγεθών, παραμόρφωσης κτλ)
- Χρήση των αποτελεσμάτων για την διαστασιολόγηση των δομικών μελών του φορέα (υπολογισμός διαστάσεων διατομών, οπλισμού, αρμών κτλ)

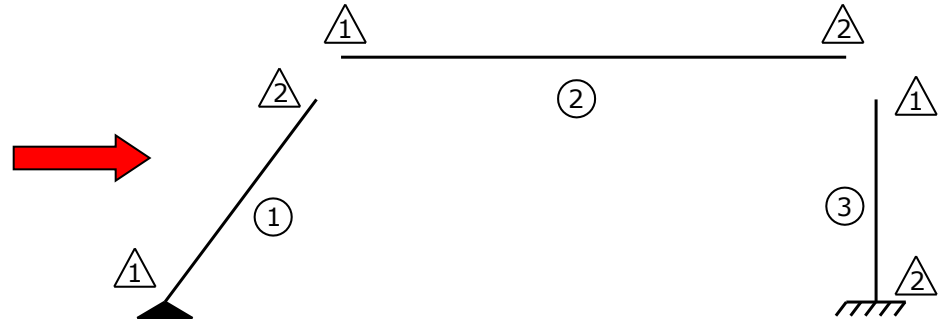
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Στάδια προσομοίωσης

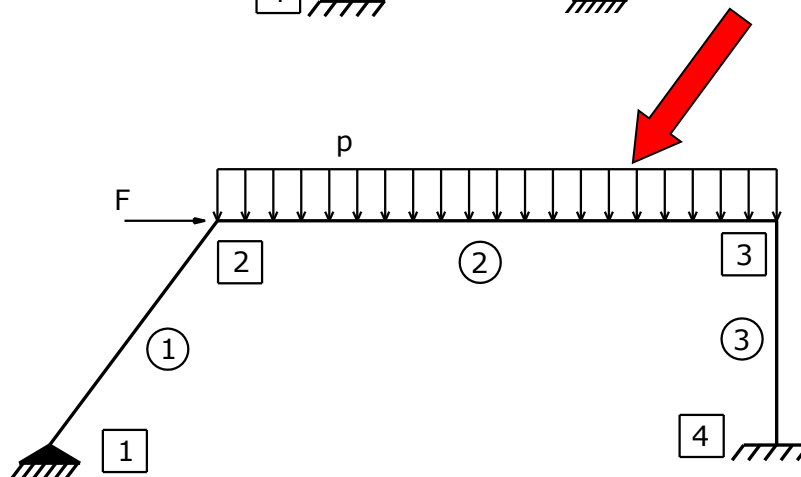
(α) Διακριτοποίηση



(β) Θεώρηση επιμέρους στοιχείων



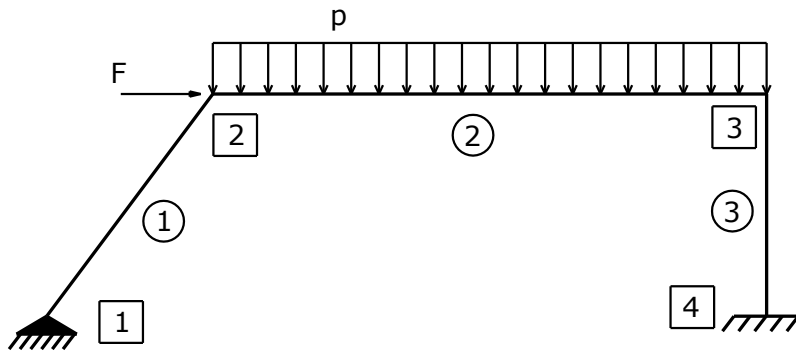
(γ) Σύνθεση



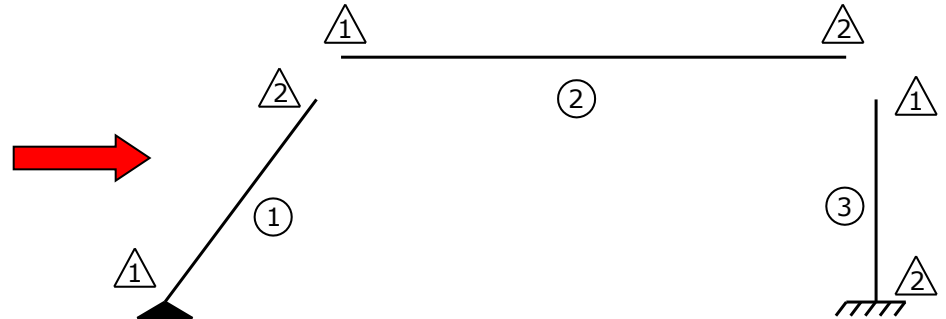
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Στάδια προσομοίωσης

(α) Διακριτοποίηση



(β) Θεώρηση επιμέρους στοιχείων



Χρήση μητρώων για την περιγραφή των ιδιοτήτων και της φόρτισης του φορέα

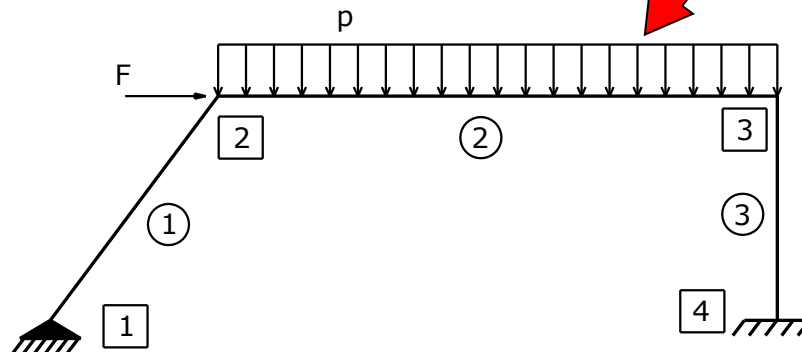
Μεγάλο υπολογιστικό κόστος



Χρήση Η/Υ

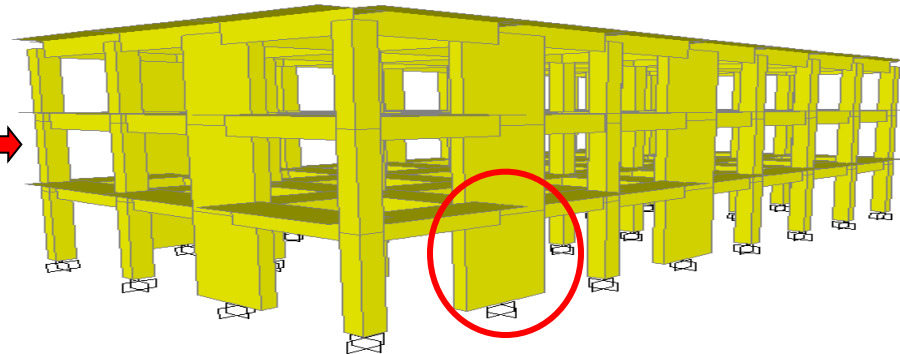
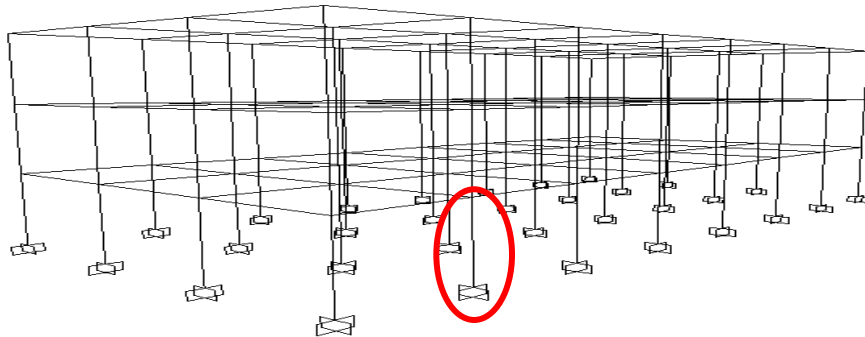
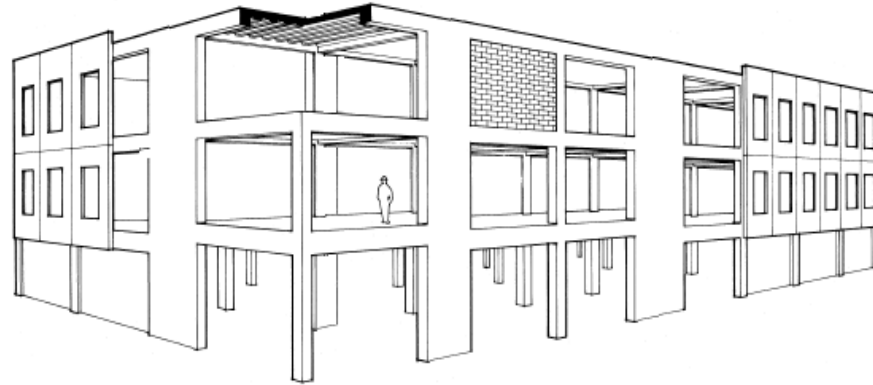
Αριθμητική προσομοίωση

(γ) Σύνθεση



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Φορέας οπλισμένου
σκυροδέματος



Προσομοίωμα με γραμμικά στοιχεία

Τρισδιάστατη απεικόνιση προσομοιώματος

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Πλεονεκτήματα αριθμητικής προσομοίωσης

- Δύσκολη η μελέτη με απλές μεθόδους ή αναλυτικές σχέσεις σε σύνθετα προβλήματα
 - Πολύπλοκη γεωμετρία
 - Μεγάλος αριθμός δομικών μελών με διαφορετικές ιδιότητες
 - Απλές και σύνθετες φορτίσεις (κατακόρυφα, σεισμός ...)
- Δυνατότητα παραμετρικών αναλύσεων
- Ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων σε προβλήματα μηχανικού

Πως γινόταν οι αναλύσεις πριν τη διάδοση των Η/Υ ???

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Μειονεκτήματα αριθμητικής προσομοίωσης

- Αριθμητικές αστάθειες
 - Αλγόριθμος επίλυσης
 - Ανακριβής διακριτοποίηση

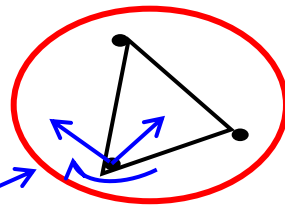
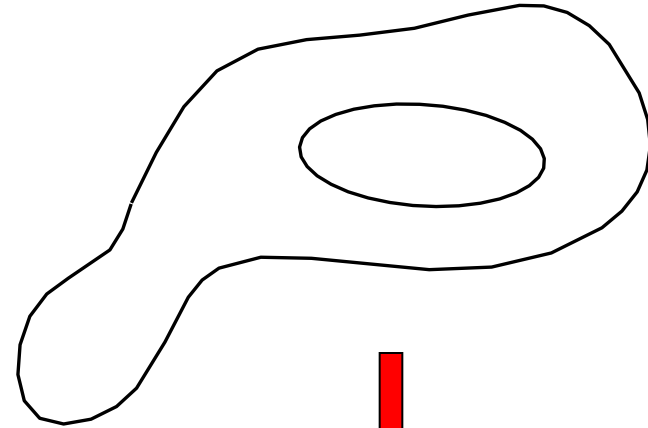
Συχνά δεν είναι εμφανείς οι αδυναμίες και απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή
- Επιρροή πολλών παραμέτρων στην ακρίβεια της προσομοίωσης
- Υπερβολές στην προσομοίωση
- Αντιμέτωπιση προγραμμάτων ως «μαύρο κουτί» από μη έμπειρο χρήστη

Garbage in – Garbage out

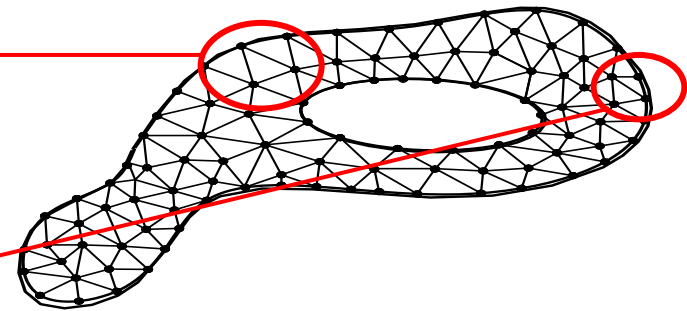
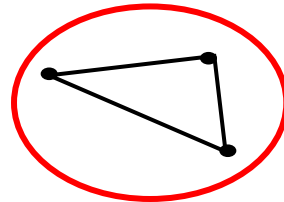
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Λειτουργία της μεθόδου:

- Μια περιοχή δίδεται ως σύνολο υποπεριοχών (πεπερασμένων στοιχείων)
- Σε κάθε στοιχείο καθορίζονται οι κόμβοι και ο τρόπος παραμόρφωσης του στοιχείου



Άγνωστα επικόμβια
μεγέθη



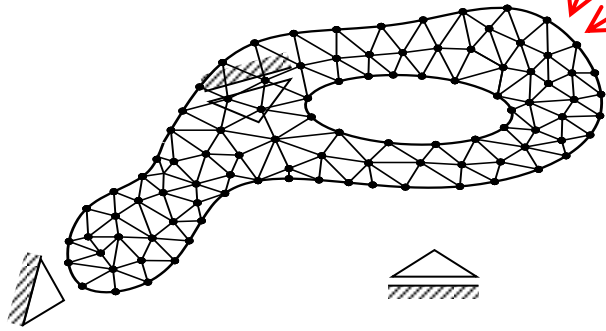
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Λειτουργία της μεθόδου:

- Μόρφωση μαθηματικής εξίσωσης σε κάθε στοιχείο



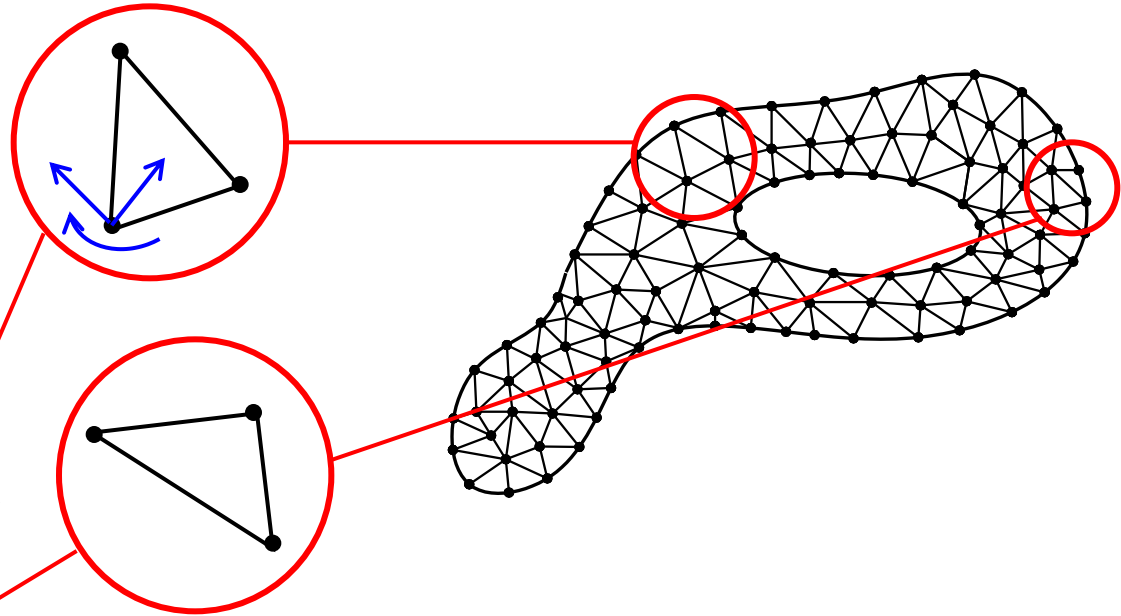
- Συνένωση των εξισώσεων όλων των στοιχείων (μητρώα)



- Επιβολή συνοριακών συνθηκών

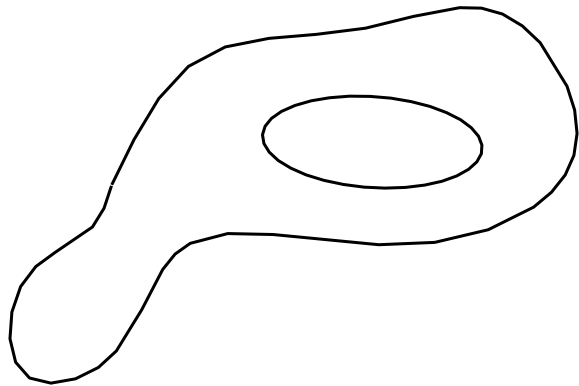


- Επίλυση των εξισώσεων – επικόμβιες τιμές
- Υπολογισμός εντατικών μεγεθών - παραμορφώσεων

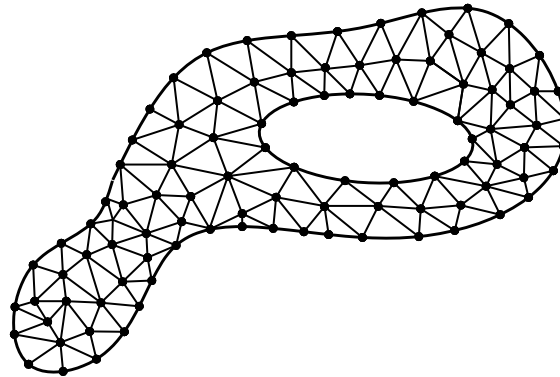


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

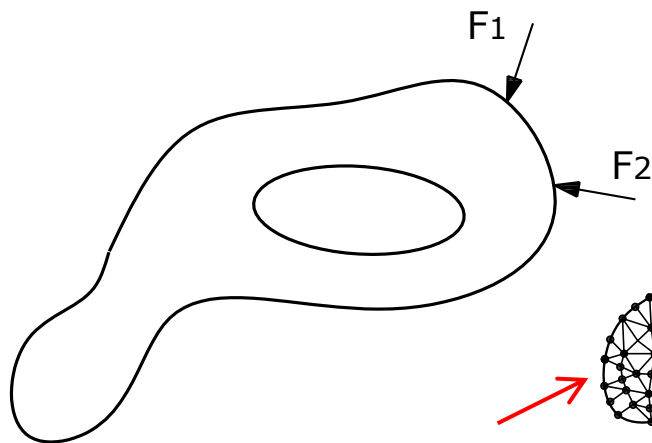
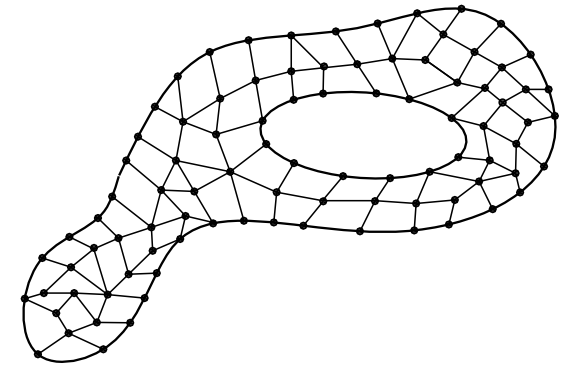
Επιλογές και σφάλματα προσομοίωσης



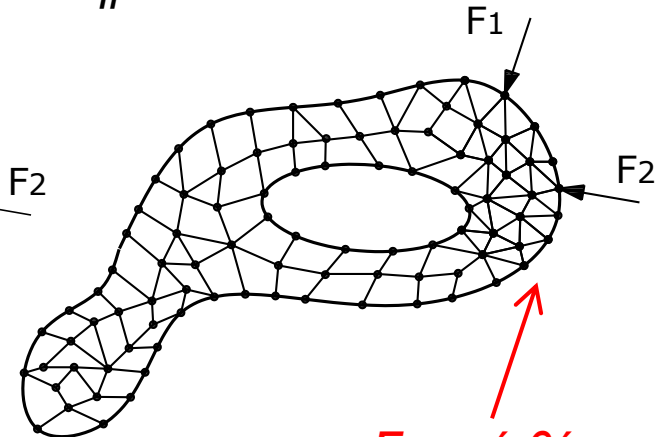
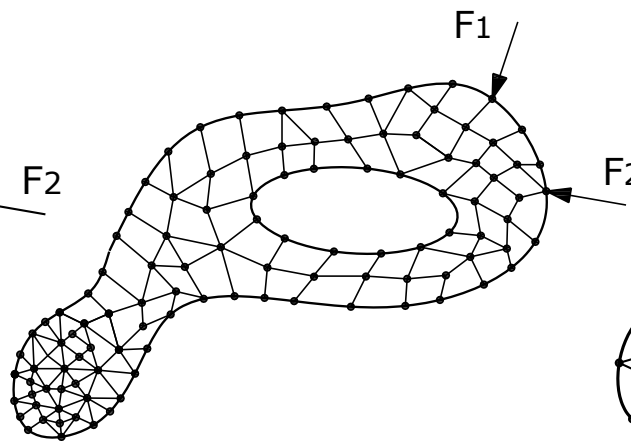
Αρχικός φορέας



Πυκνότερη διακριτοποίηση δεν σημαίνει πάντα και πιο σωστή



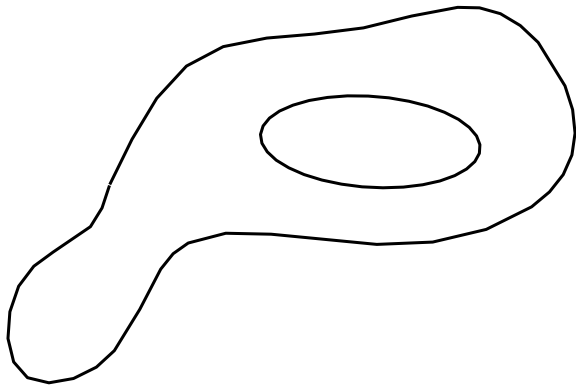
Λάθος θέση πύκνωσης



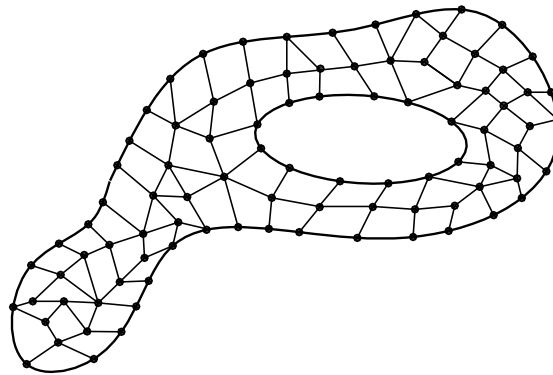
Σωστή θέση πύκνωσης

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Επιλογές και σφάλματα προσομοίωσης



Αρχικός φορέας

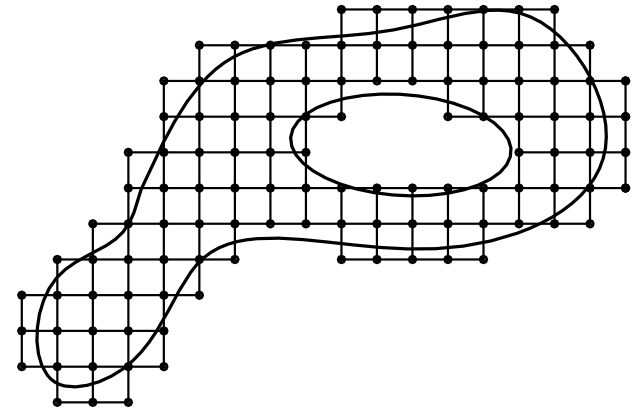


Προσομοίωμα A

Καλύτερη προσέγγιση
γεωμετρίας

Καταρτισμός εξισώσεων ?

Συμπεριφορά στοιχείων μη
κανονικού σχήματος ?



Προσομοίωμα B

Ανεπαρκής προσέγγιση
γεωμετρίας ?

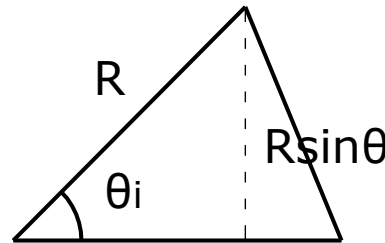
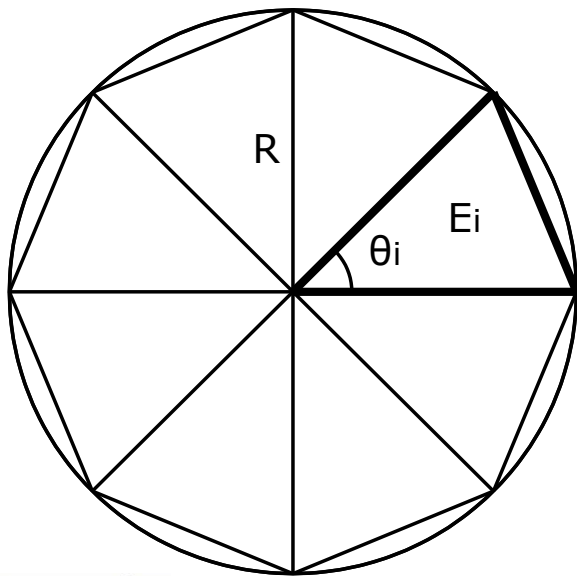
Καταρτισμός εξισώσεων ?

Ικανοποιητική συμπεριφορά
ομοιόμορφων στοιχείων
κανονικού σχήματος

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα: υπολογισμός εμβαδού κύκλου

- Εμβαδόν κύκλου $E = \pi \cdot R^2$
- Υπολογισμός μέσω διακριτοποίησης σε N τρίγωνα



Εμβαδόν τριγώνου:

$$E_i = \frac{1}{2} \cdot R \cdot R \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot R^2 \sin \left(\frac{2\pi}{N} \right)$$

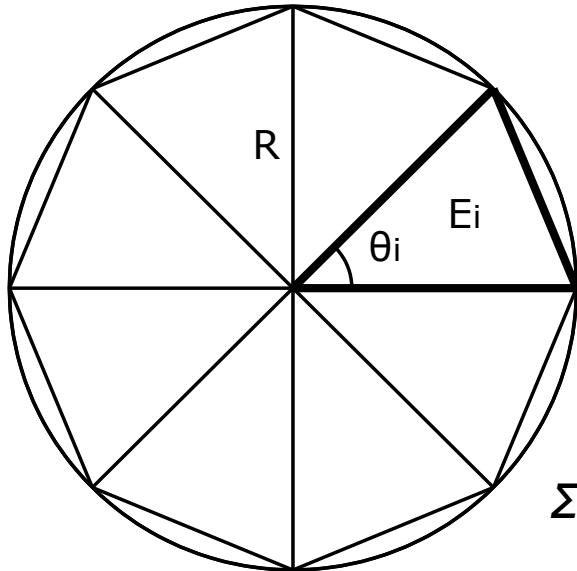
Εμβαδόν κύκλου:

$$E = N \cdot E_i = N \cdot \frac{1}{2} \cdot R^2 \sin \left(\frac{2\pi}{N} \right)$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα: υπολογισμός εμβαδού κύκλου

- Εμβαδόν κύκλου $E = \pi \cdot R^2$
- Υπολογισμός μέσω διακριτοποίησης σε N τρίγωνα



Εμβαδόν κύκλου	Αριθμός τριγώνων N	Εμβαδόν από τρίγωνα	Ποσοστιαία απόκλιση
$3.14 \cdot R^2$	8	$2.828 \cdot R^2$	9.97%
$3.14 \cdot R^2$	10	$2.939 \cdot R^2$	6.45%
$3.14 \cdot R^2$	16	$3.061 \cdot R^2$	2.55%
$3.14 \cdot R^2$	20	$3.090 \cdot R^2$	1.64%

Στην συγκεκριμένη περίπτωση η πυκνότερη διακριτοποίηση δίνει ακριβέστερα αποτελέσματα.

Ποιος είναι ο βέλτιστος αριθμός τριγώνων που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε προκειμένου η ακρίβεια να μην οδηγεί σε σημαντική αύξηση του υπολογιστικού κόστους?

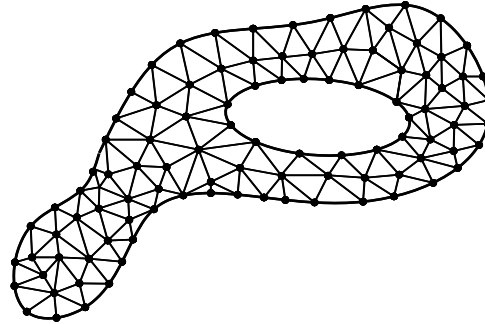
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Επιλογή λεπτομέρειας και ακρίβειας προσομοίωσης

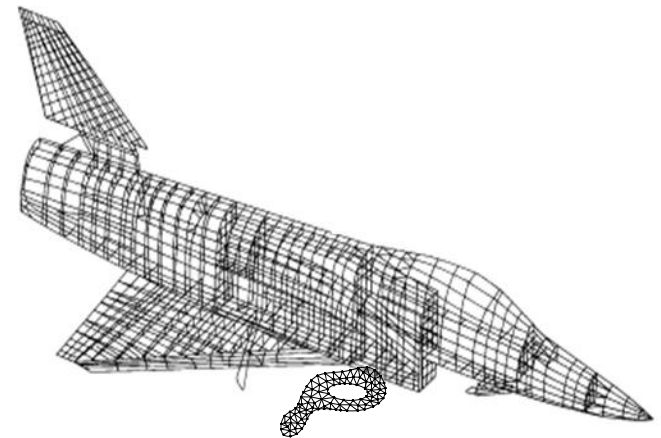
Απαιτήση για χονδροειδή (ή και καθόλου) προσομοίωση



Και να πέσει το μπουφάν κάτω δεν πειράζει



Απαιτήση για προσομοίωση μεγάλης ακρίβειας



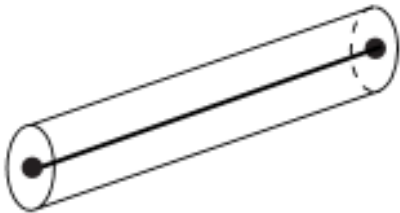
Αυτό να μην πέσει όμως...

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

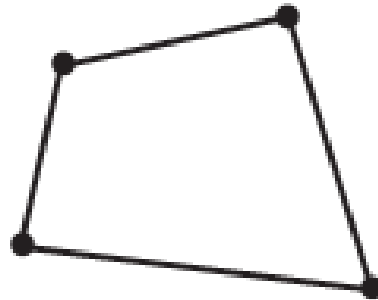
Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

- Διαστάσεις στοιχείου

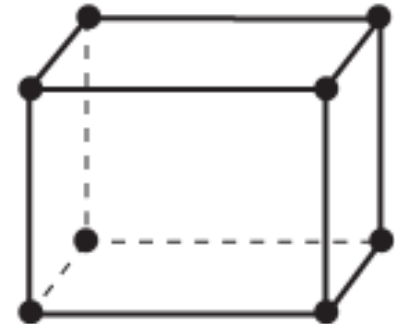
Γραμμικά



2 διαστάσεων (2D)
(επιφανειακά)



3 διαστάσεων (3D)
(χωρικά)

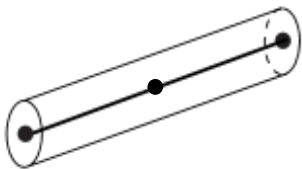
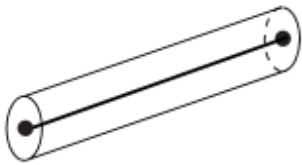


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

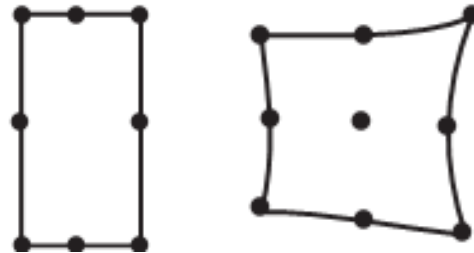
Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

- Αριθμός κόμβων στοιχείου

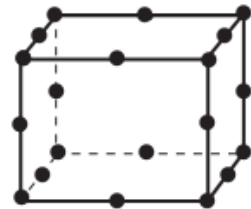
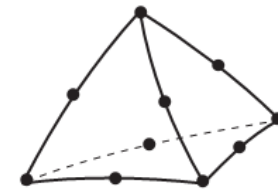
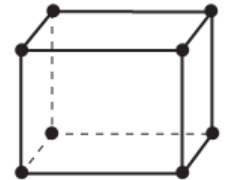
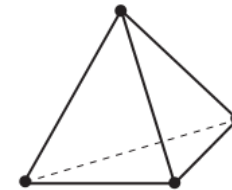
2-3 κόμβων



3-4-6-8-9 κόμβων
(επιφανειακά)



4-6-8-10-20 κόμβων
(χωρικά)

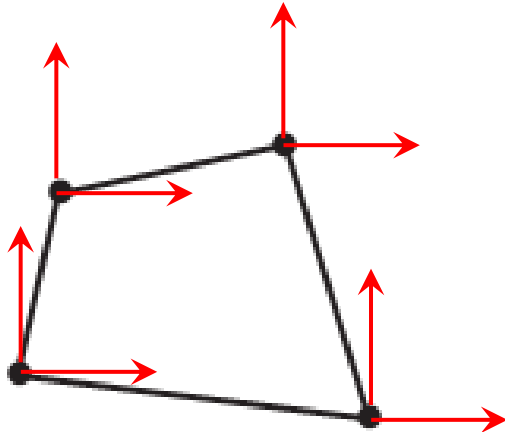


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

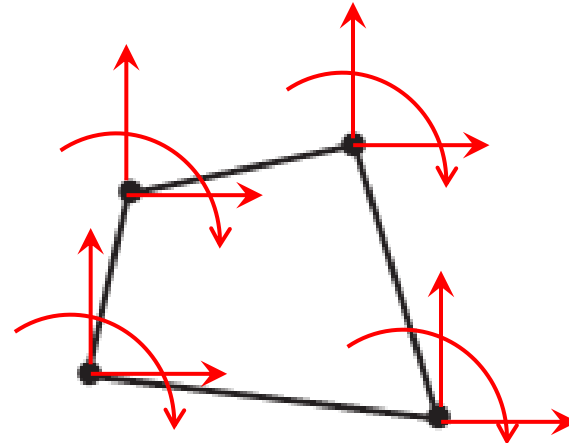
Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

- Βαθμοί ελευθερίας των κόμβων

Μεταφορικοί βαθμοί
ελευθερίας



Μεταφορικοί και στροφικοί
βαθμοί ελευθερίας

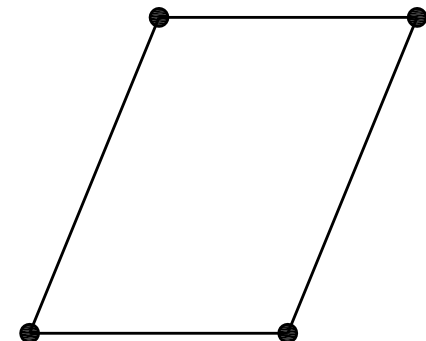
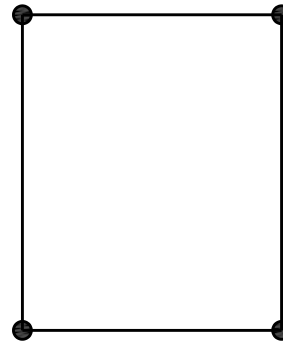


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

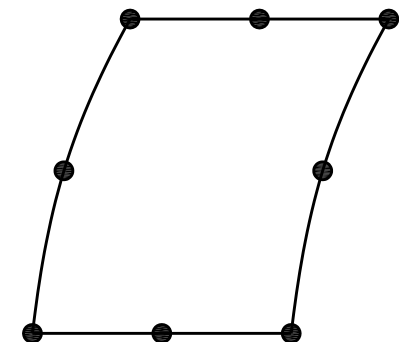
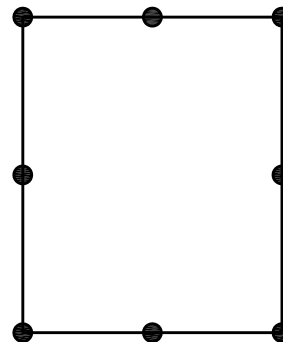
Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

- Περιγραφή συμπεριφοράς στοιχείου

*Η παραμόρφωση
συνάρτηση 1^{ου} βαθμού*



*Η παραμόρφωση
συνάρτηση 2^{ου} βαθμού*

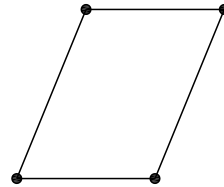


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

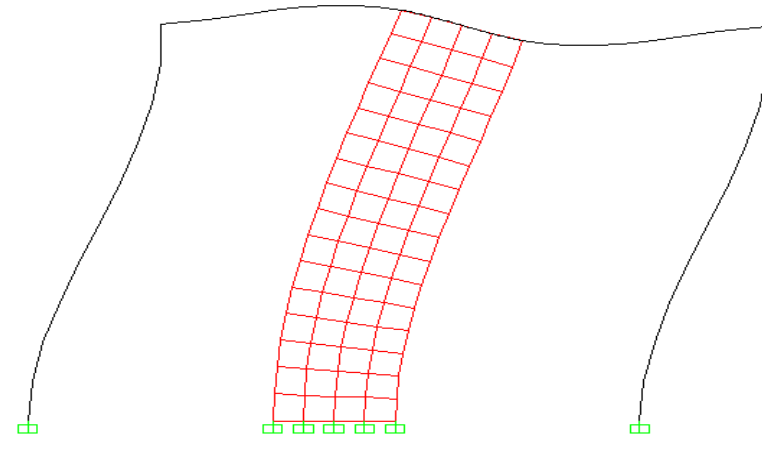
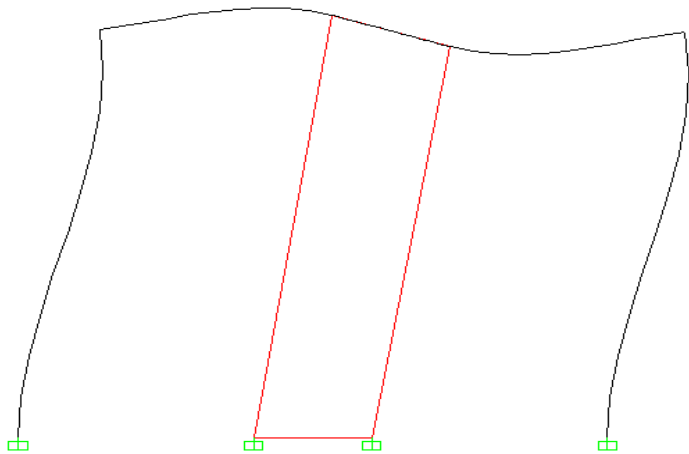
Τύποι πεπερασμένων στοιχείων

- Περιγραφή συμπεριφοράς τοιχώματος με το στοιχείο 1^{ου} βαθμού

Προσομοίωμα Α

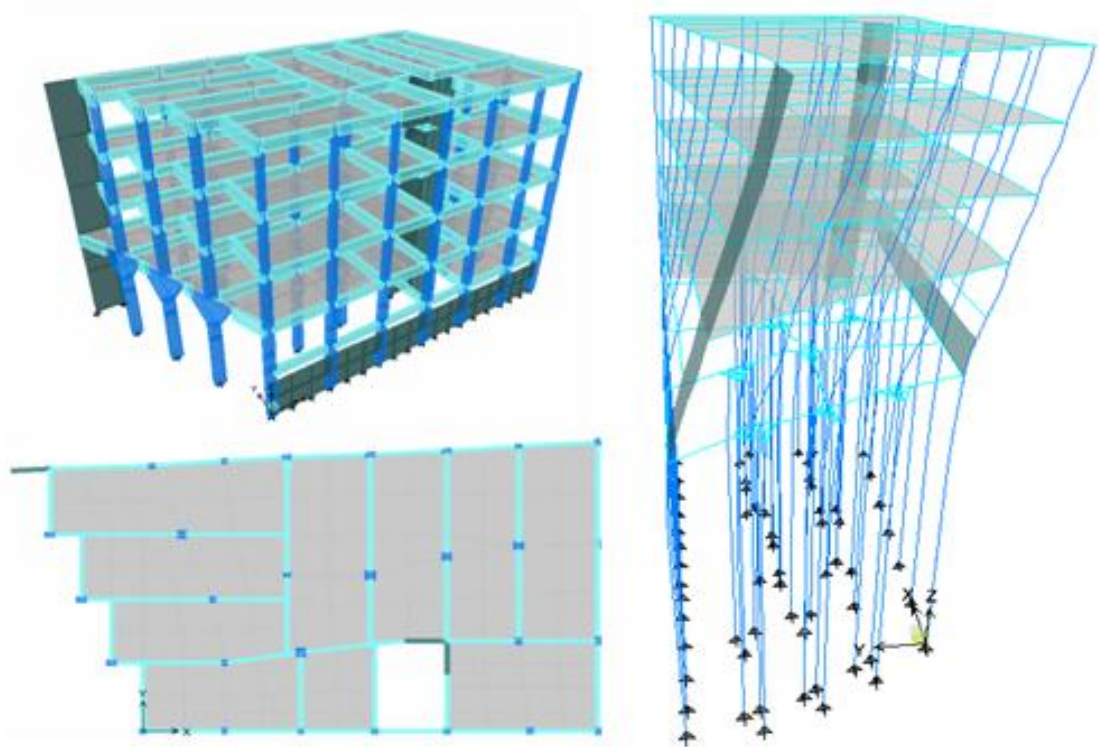


Προσομοίωμα Β



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

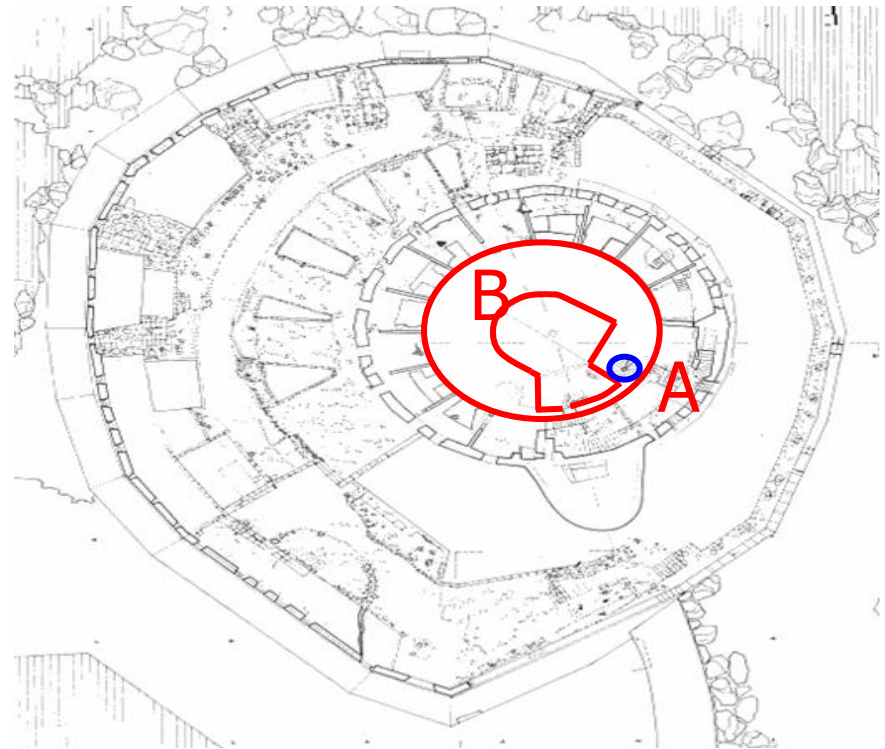
Παράδειγμα προσομοίωσης με γραμμικά στοιχεία



Λευκάδα (σεισμός 14-08-2003)
Sextos et al (2005)

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα προσομοίωσης με επιφανειακά και χωρικά στοιχεία (2D-3D)



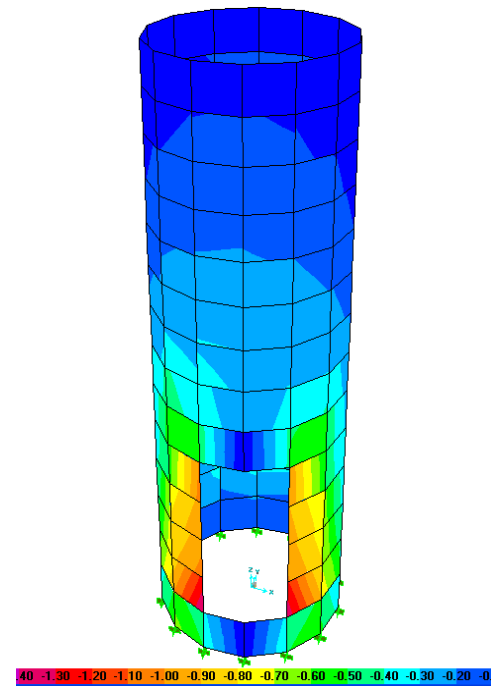
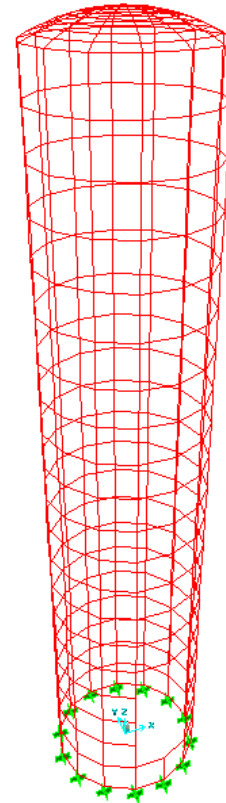
Ρόδος (φρούριο Αγ. Νικολάου, πύργος Zacosta)
Πιτιλάκης, Σεξτος και Κίρτας (2003)

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα προσομοίωσης με επιφανειακά στοιχεία (2D)



Ρόδος (φάρος στον πύργο Zacosta)

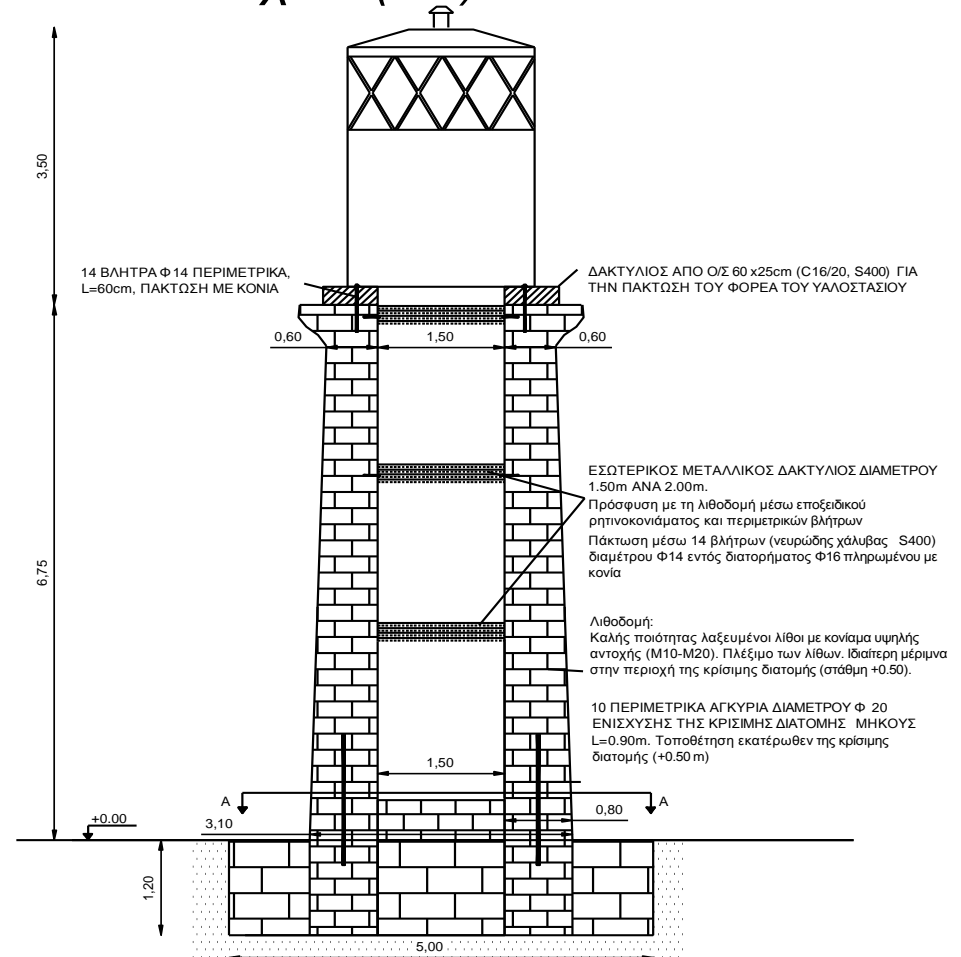


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα προσομοίωσης με επιφανειακά στοιχεία (2D)

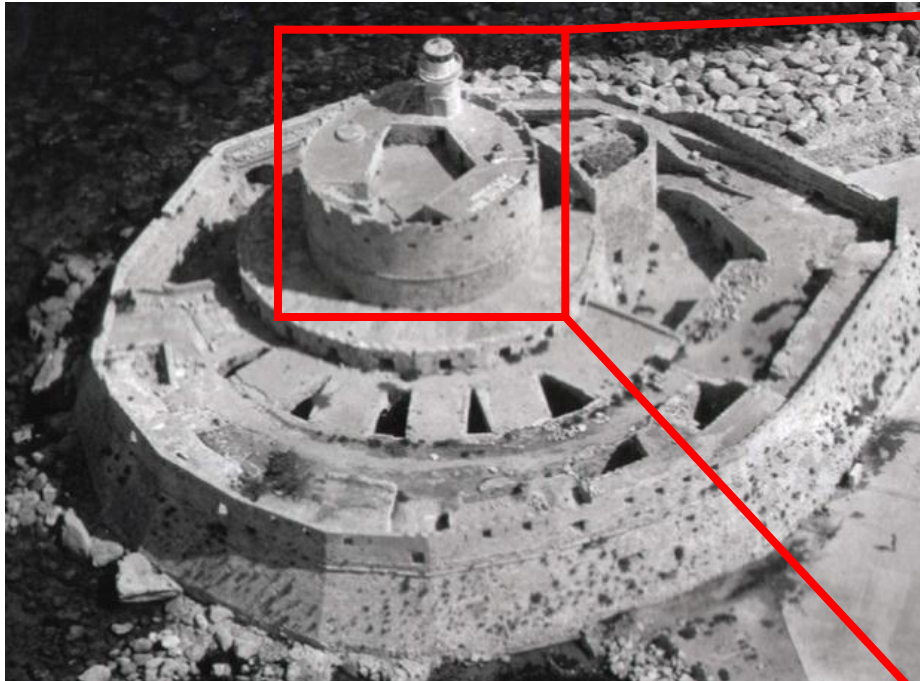


Ρόδος (φάρος στον πύργο Zacosta)



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα προσομοίωσης με χωρικά στοιχεία (3D)



Ρόδος (φρούριο Αγ. Νικολάου, πύργος Zacosta)

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παράδειγμα προσομοίωσης με χωρικά στοιχεία (3D)



Ρόδος (φρούριο Αγ. Νικολάου, πύργος Zacosta)

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?

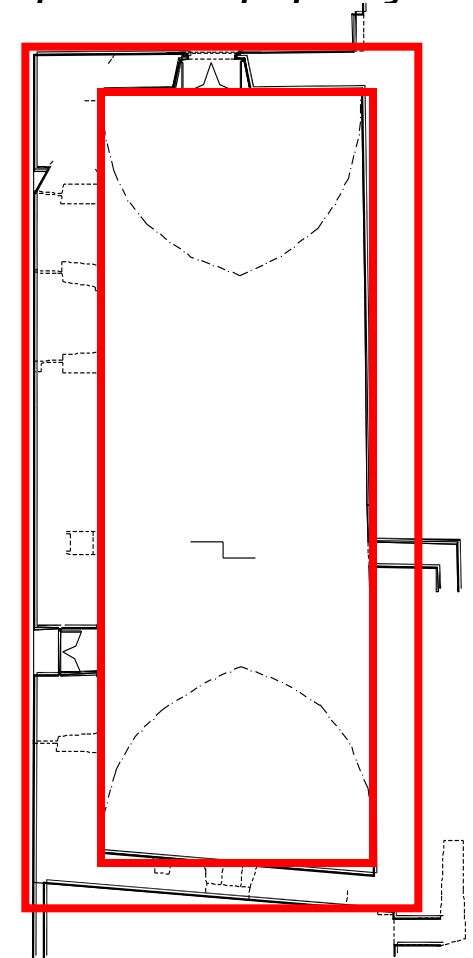


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?

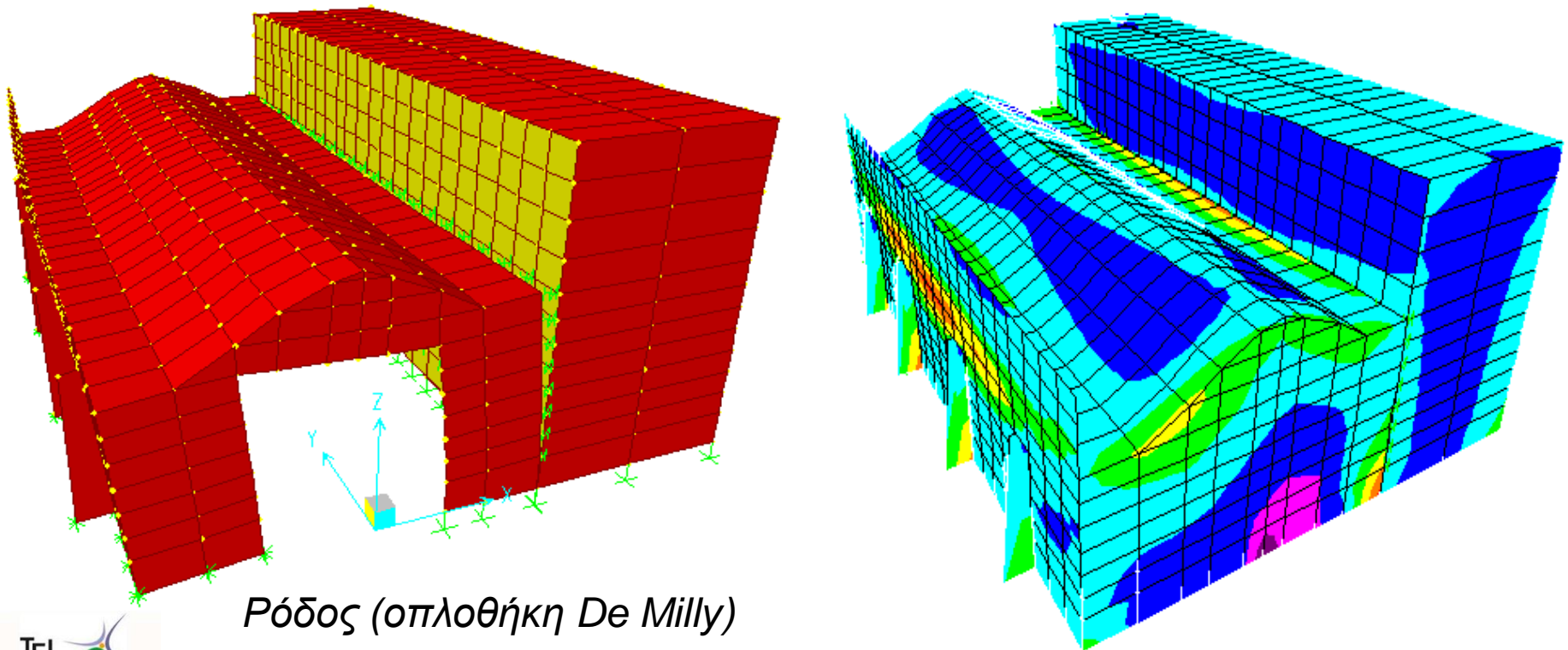


Ρόδος (οπλοθήκη De Milly)
Πιτιλάκης, Σέξτος και Γαλαζούλα (2002)



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

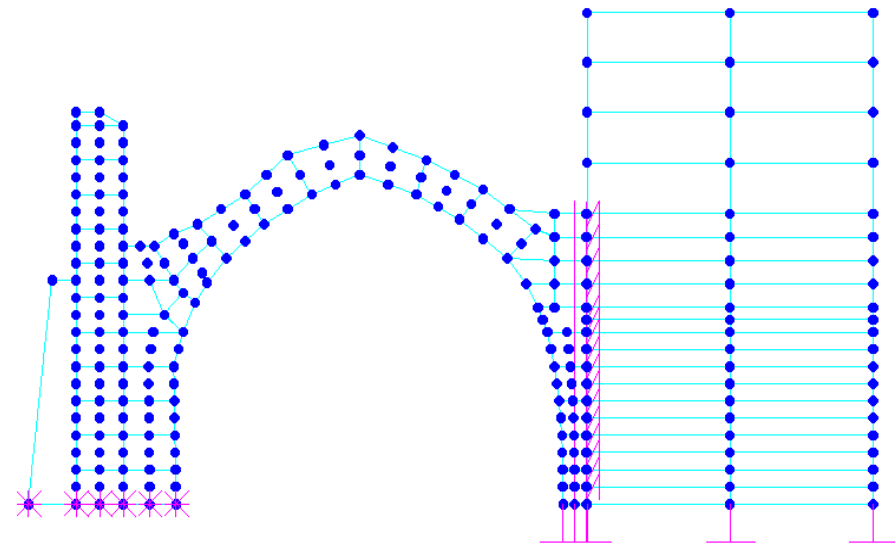
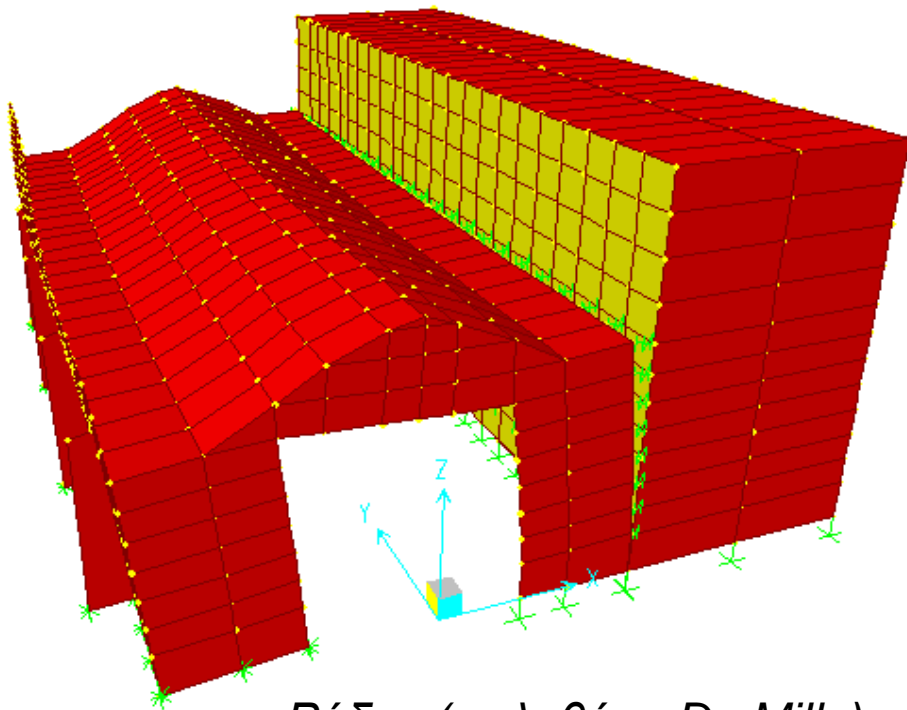
Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



Ρόδος (οπλοθήκη De Milly)

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

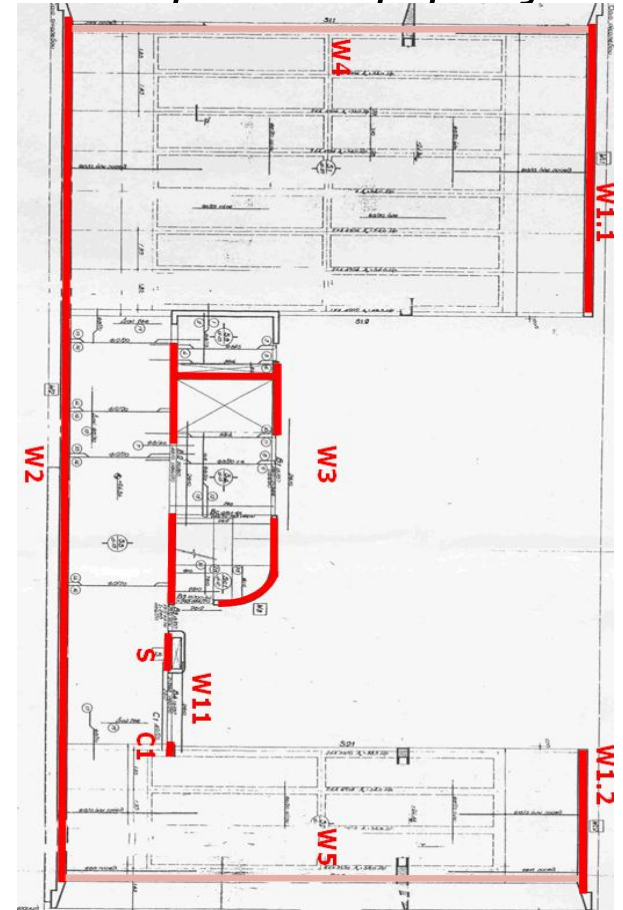
Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



Ρόδος (οπλοθήκη De Milly)

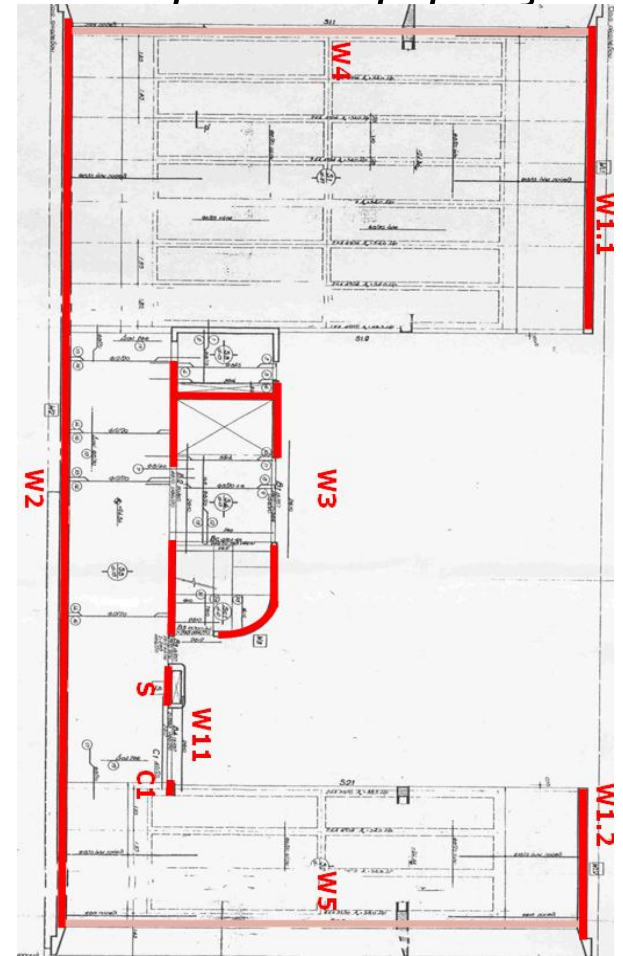
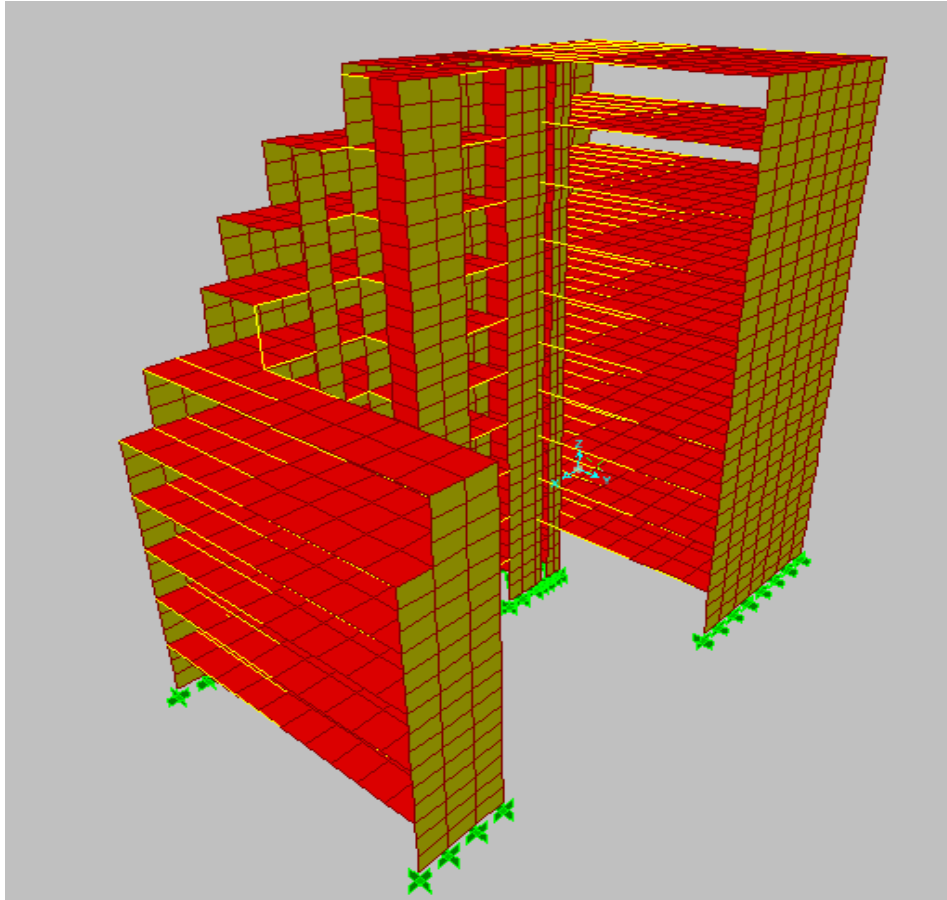
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



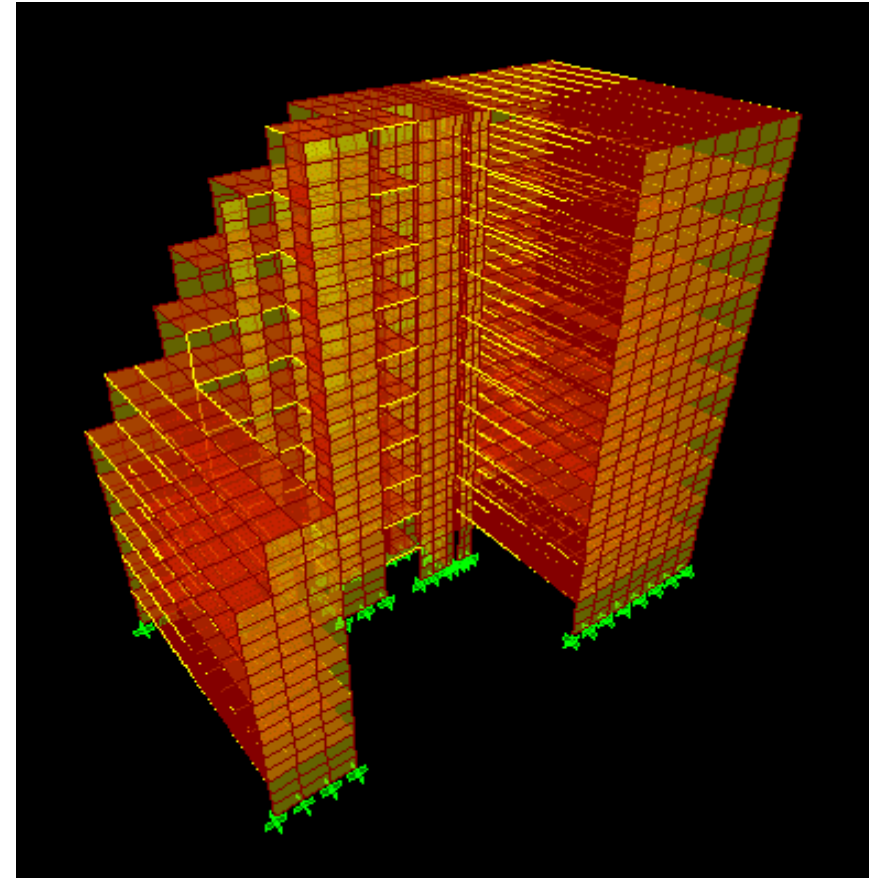
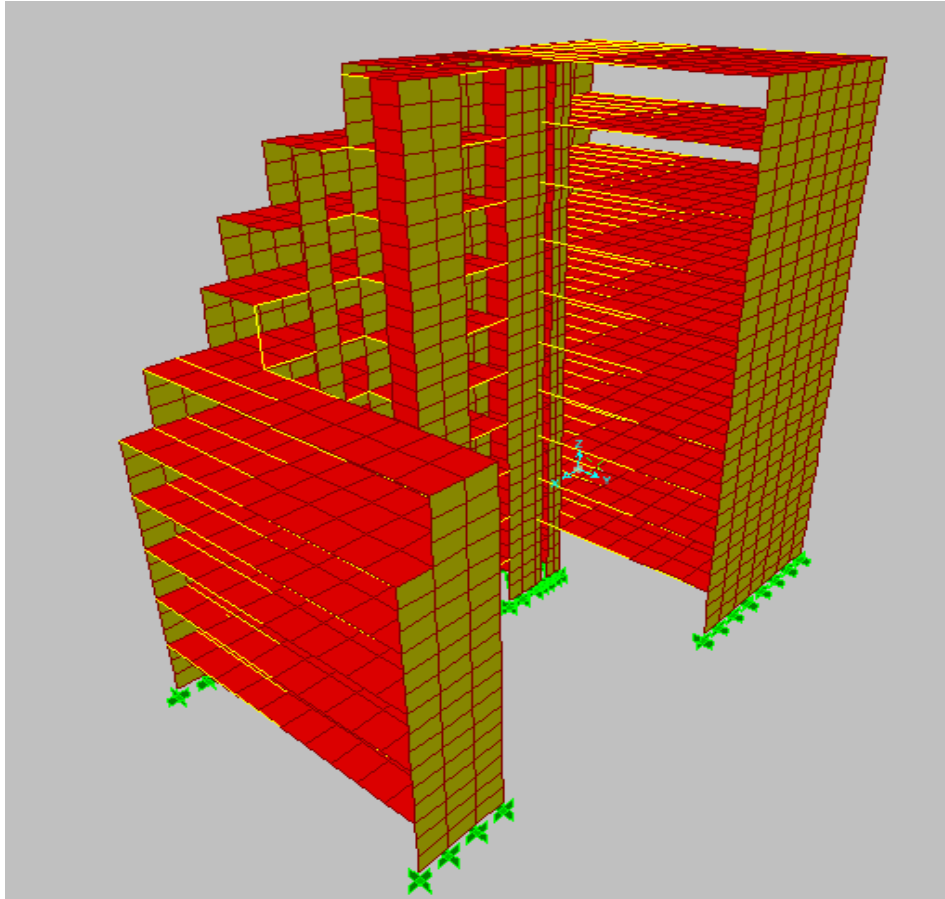
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

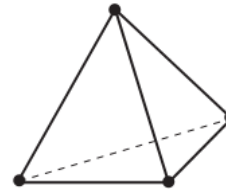
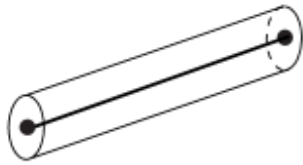
Με τι διαστάσεων στοιχεία μπορεί να προσομοιωθεί ο παρακάτω φορέας ?



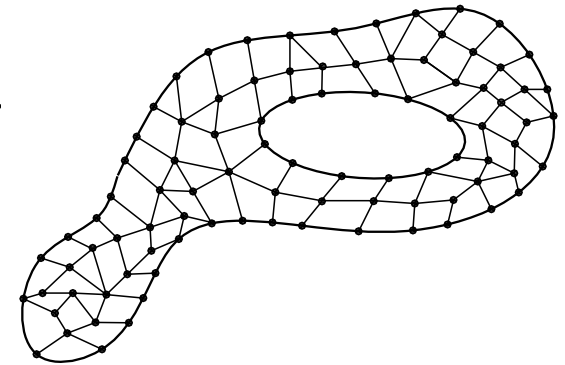
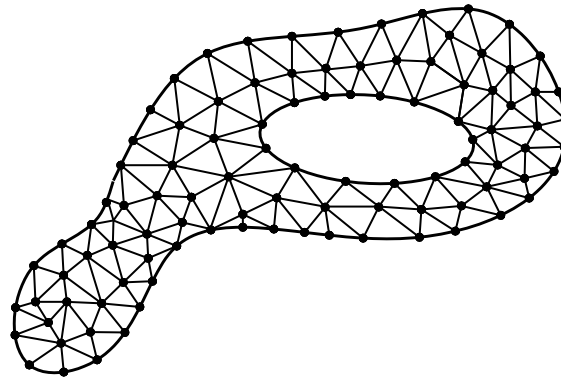
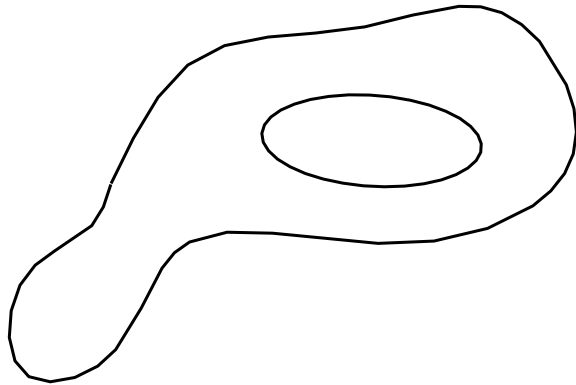
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Βασικές έννοιες στατικής

- Πεπερασμένα στοιχεία



- Διακριτοποίηση

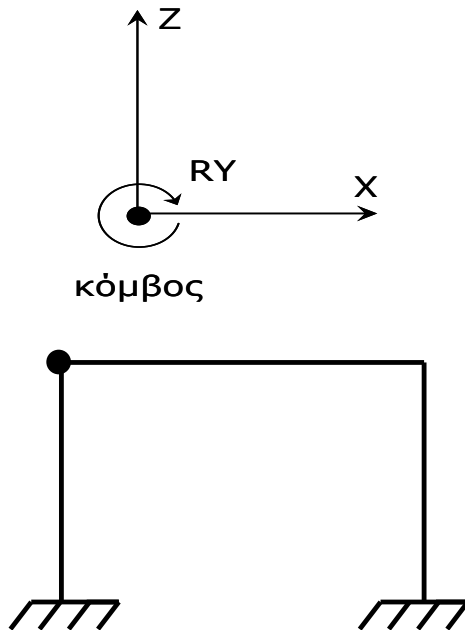


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

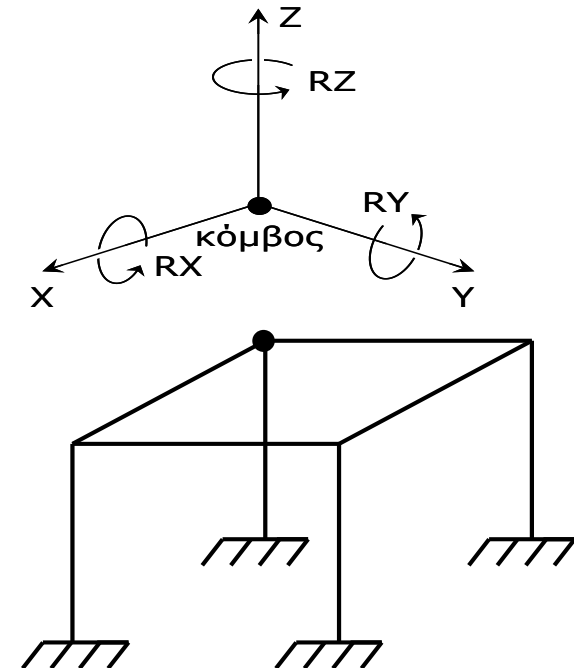
Βασικές έννοιες στατικής

- Βαθμοί ελευθερίας κόμβου

Στο επίπεδο



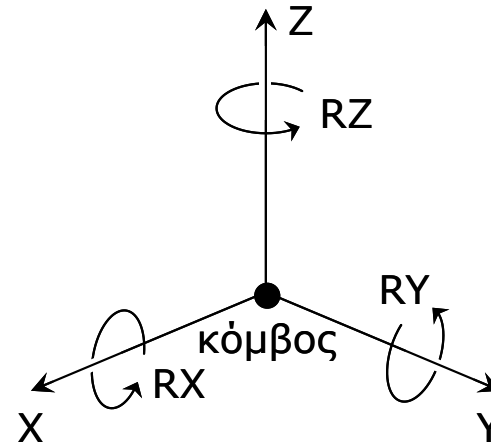
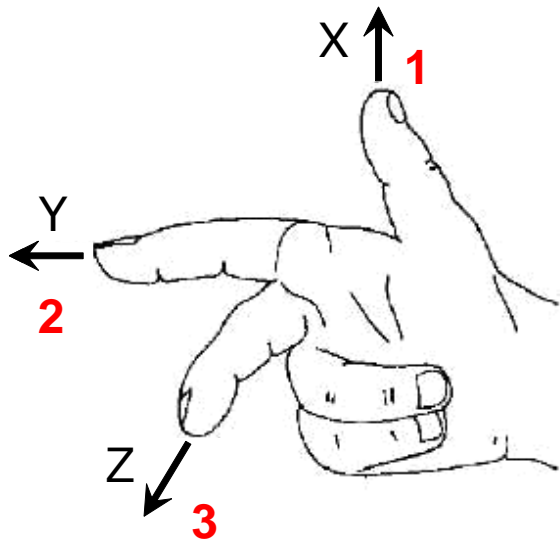
Στο χώρο



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Βασικές έννοιες στατικής

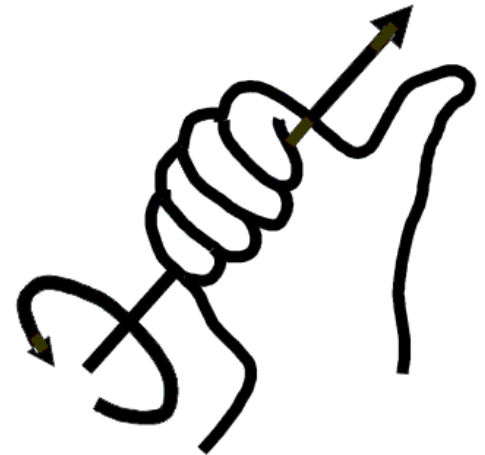
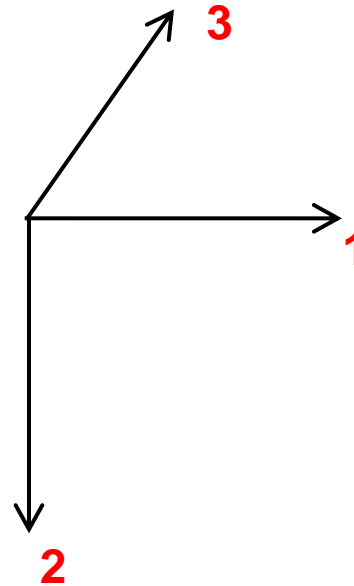
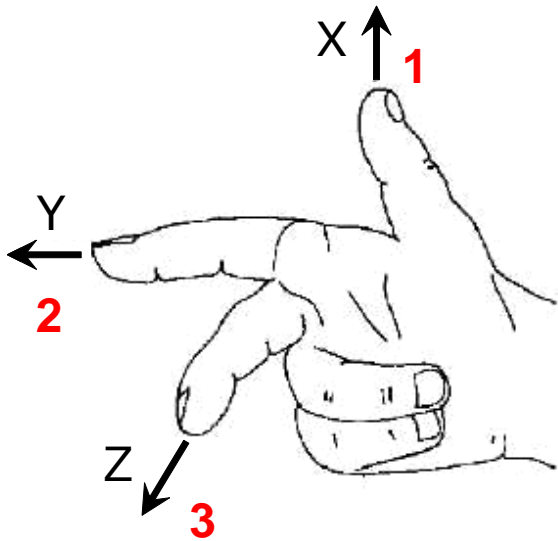
- Βαθμοί ελευθερίας κόμβου



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Βασικές έννοιες στατικής

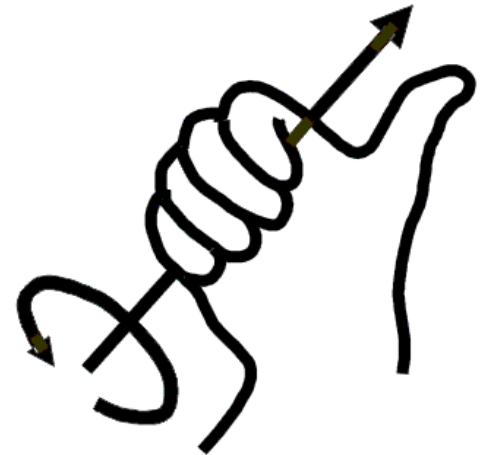
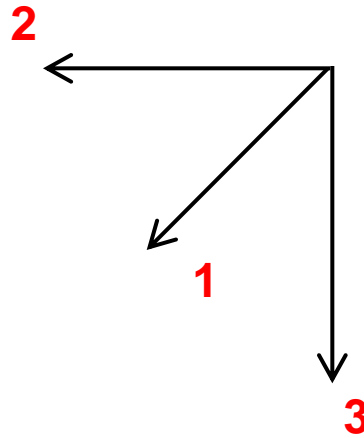
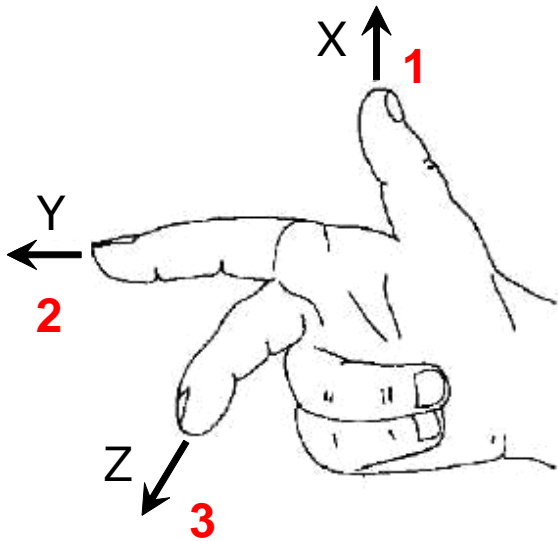
- Βαθμοί ελευθερίας κόμβου



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Βασικές έννοιες στατικής

- Βαθμοί ελευθερίας κόμβου

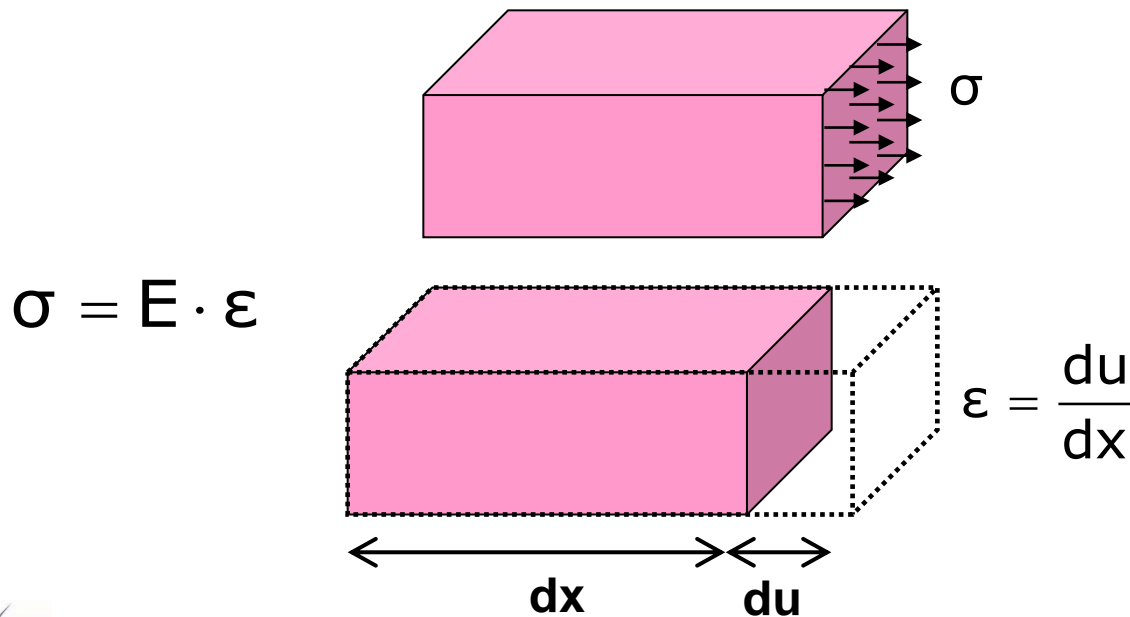


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

- Μέτρο ελαστικότητας E (KN/m^2)

Συνδέει τις ορθές τάσεις με τις αναπτυσσόμενες αξονικές παραμορφώσεις



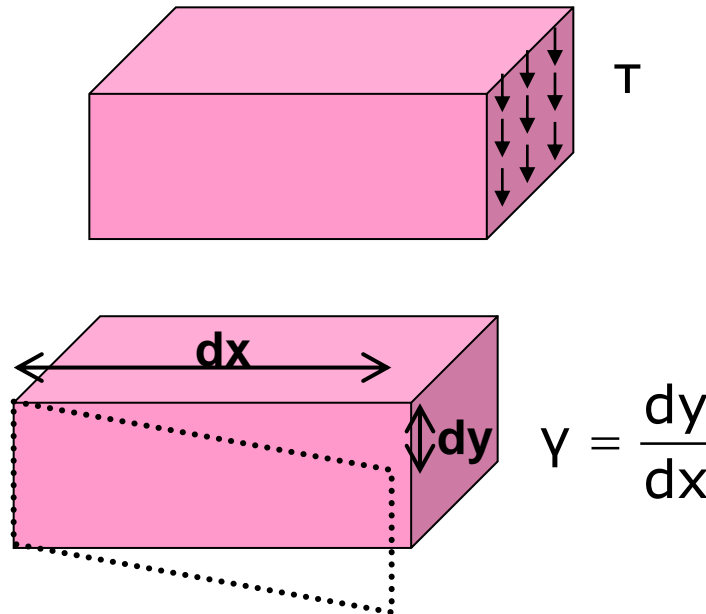
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

- Μέτρο διάτμησης G (KN/m²)

Συνδέει τις διατμητικές τάσεις με τις αναπτυσσόμενες διατμητικές παραμορφώσεις

$$\tau = G \cdot \gamma$$



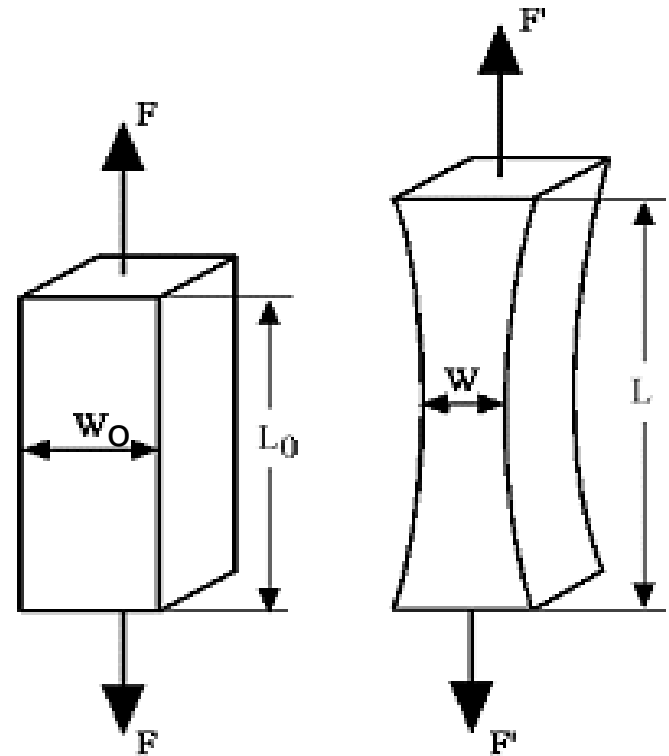
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

- Λόγος Poisson ν

Λόγος της παραμόρφωσης σε διεύθυνση κάθετη στη δύναμη προς την παραμόρφωση παράλληλα στη δύναμη

$$\text{Poisson's ratio } \nu = - \frac{(W - W_0) / W_0}{(L - L_0) / L_0}$$



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

- Πυκνότητα ρ (t/m³)

Ορίζεται ως η μάζα του υλικού στη μονάδα του όγκου $\rho = \frac{m}{V}$

- Ειδικό βάρος γ (KN/m³)

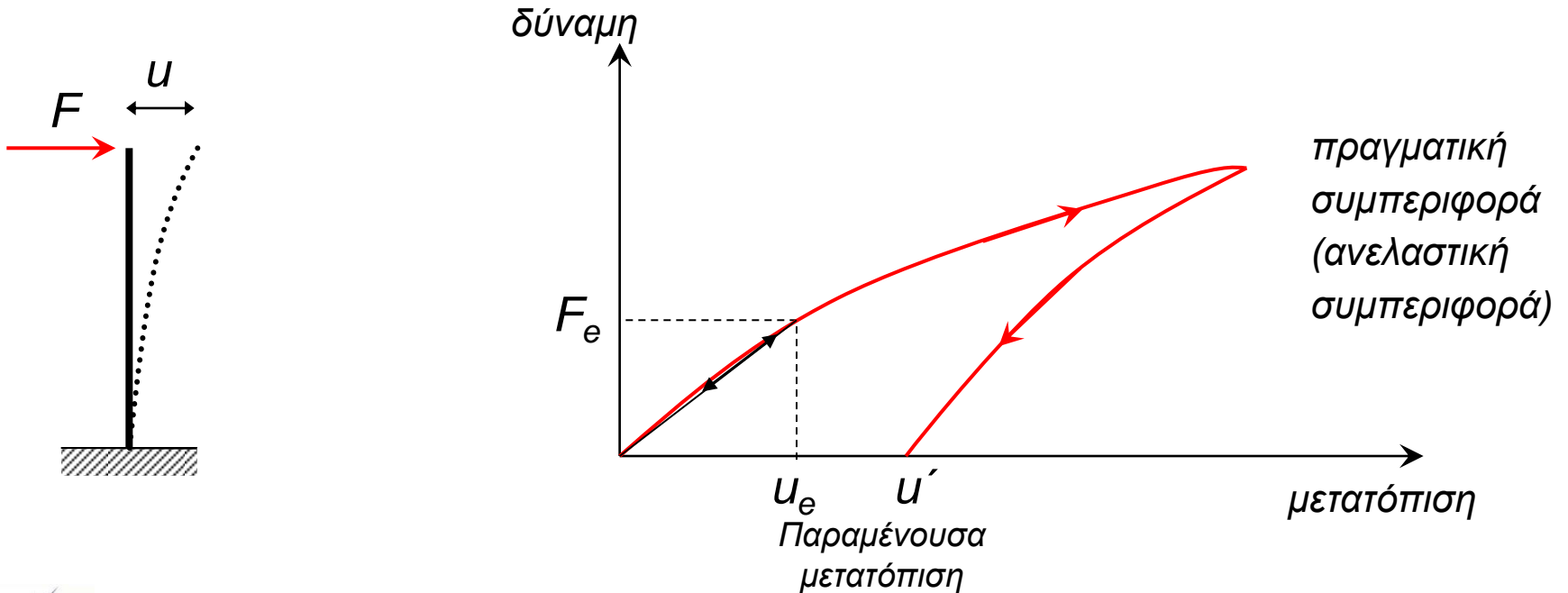
Ορίζεται ως το βάρος του υλικού στη μονάδα του όγκου $\gamma = \frac{B}{V}$

Προκύπτει: $\gamma = \rho \cdot g$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

- Η συμπεριφορά των υλικών κατά την ανάλυση λαμβάνεται γραμμική και ελαστική
- Η πραγματικότητα είναι διαφορετική (μη γραμμική ανελαστική συμπεριφορά)



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Ιδιότητες υλικού

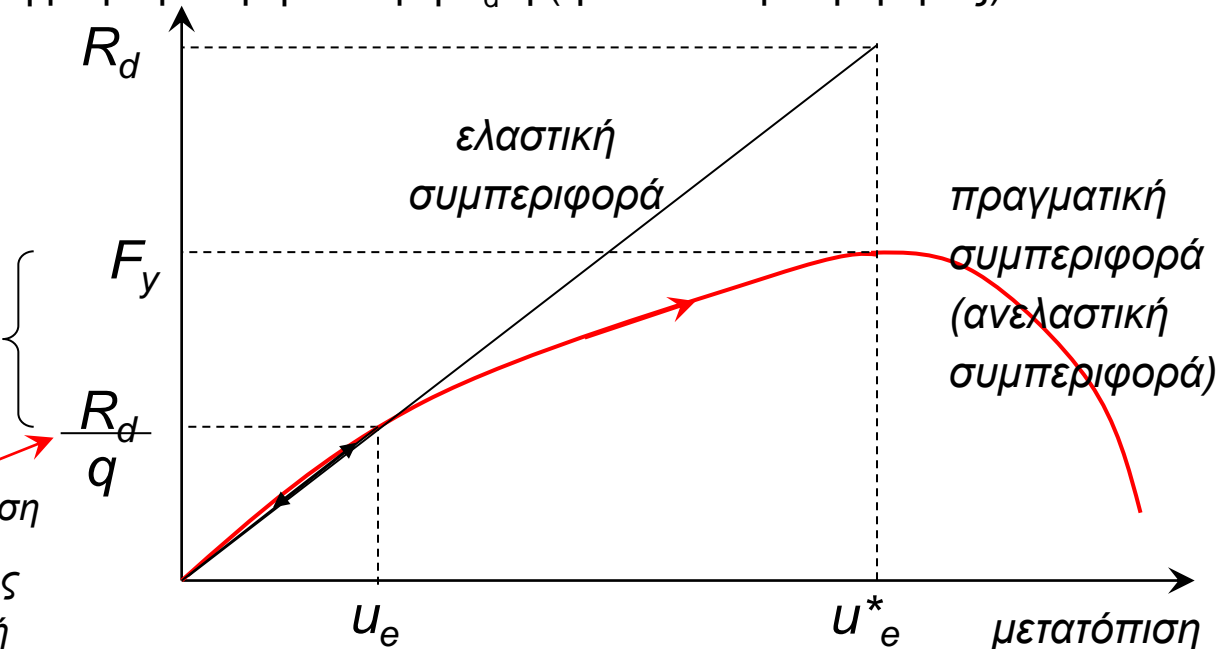
- Πως λαμβάνεται υπόψη η πραγματική συμπεριφορά υλικού κατά την ανάλυση ?
- Φορτίο σεισμού για ελαστική συμπεριφορά φορέα R_d έως την μετακίνηση u_e^*

EAK 2000 → γραμμική ανάλυση με μικρότερη δύναμη R_d/q (q συντ. συμπεριφοράς)

R_d : Σεισμική δύναμη αν ο φορέας συμπεριφερόταν ελαστικά

Η παραλαβή της υπόλοιπης δύναμης και η ανάπτυξη των τελικών μετακινήσεων γίνεται με ανελαστική παραμόρφωση του φορέα
δύναμη με την οποία γίνεται η ανάλυση

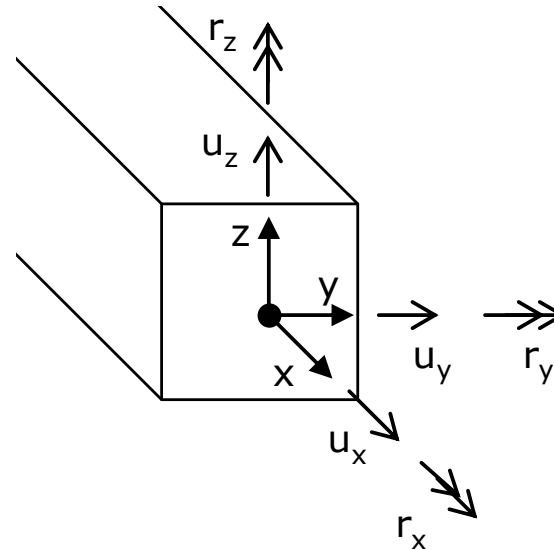
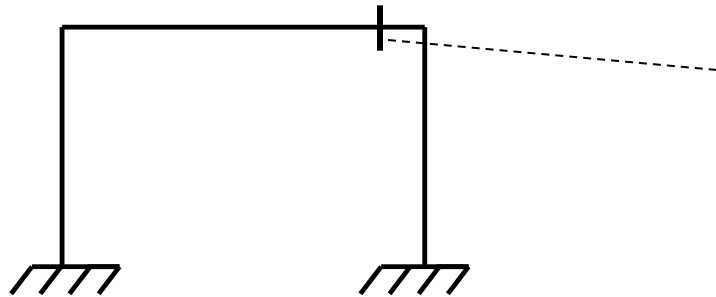
Η δυνατότητα σημαντικής ανελαστικής παραμόρφωσης κατά την πραγματική απόκριση του φορέα εξασφαλίζεται με κατάλληλη διαστασιολόγηση (τοποθέτηση κατάλληλων οπλισμών και συνδετήρων σε κρίσιμες περιοχές, στατικό σύστημα, πλαστικές αρθρώσεις κτλ)



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

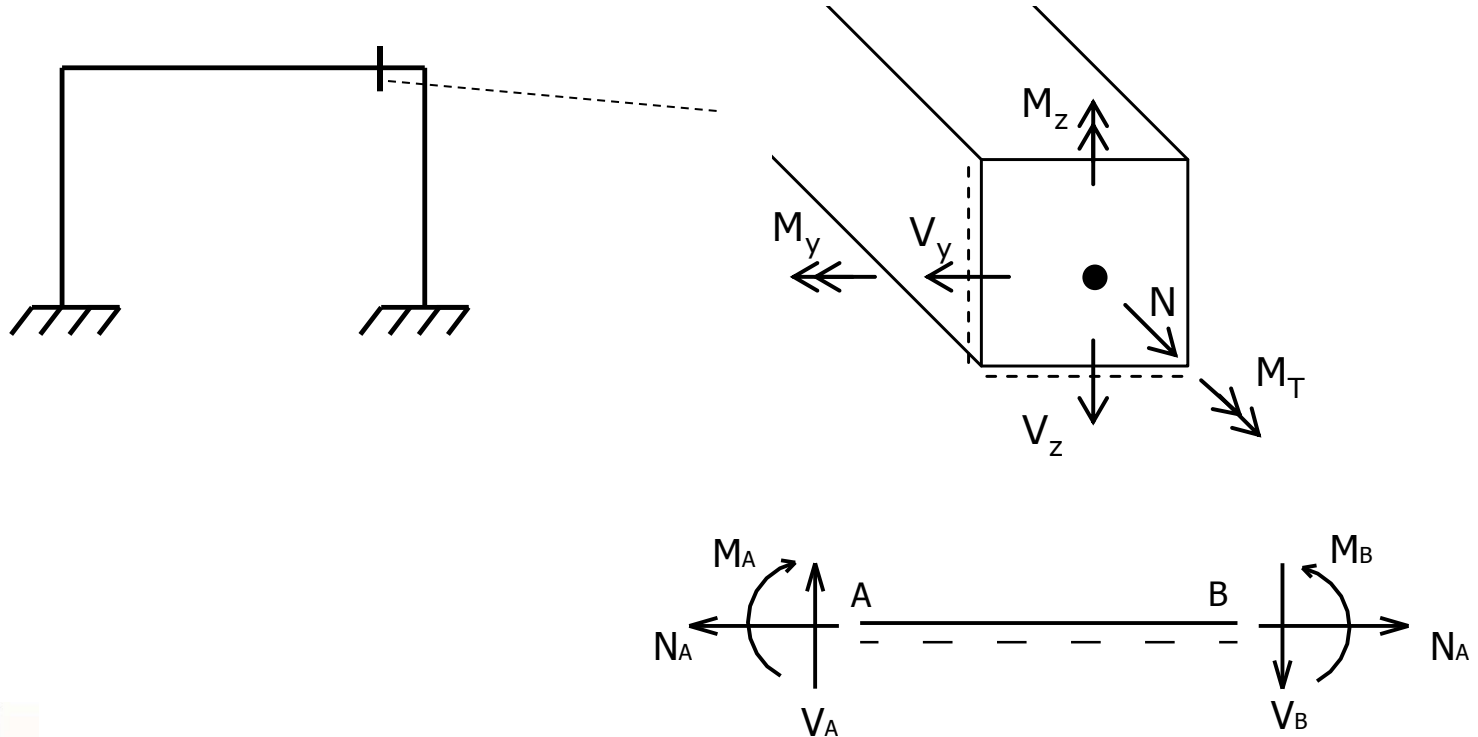
- Μεγέθη μετακίνησης δομικού στοιχείου



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

- Μεγέθη έντασης δομικού στοιχείου

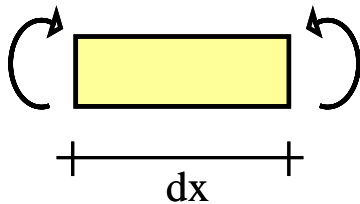


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

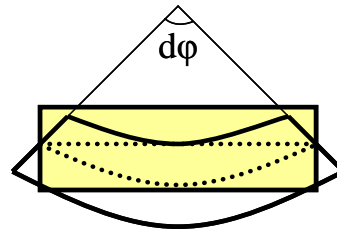
Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

- Εσωτερικές παραμορφώσεις δομικού στοιχείου

Καμπτική ροπή $M(x)$



Καμπυλότητα $\kappa = d\phi/dx$



Συσχέτιση μεγεθών
έντασης-παραμόρφωσης

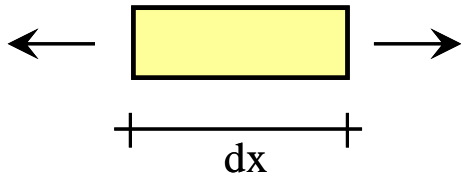
$$\kappa = \frac{M}{EI}$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

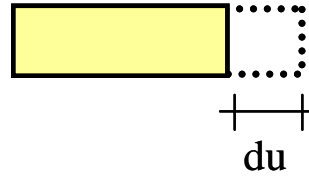
Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

- Εσωτερικές παραμορφώσεις δομικού στοιχείου

Ορθή (αξονική) δύναμη $N(x)$



Αξονική παραμόρφωση $\epsilon = du/dx$



Συσχέτιση μεγεθών
έντασης-παραμόρφωσης

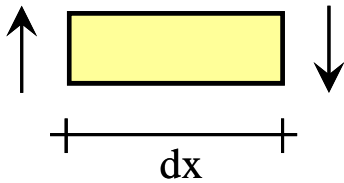
$$\epsilon = \frac{N}{EA}$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

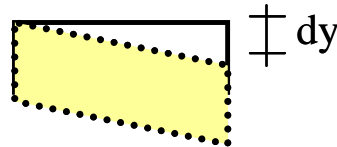
Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

- Εσωτερικές παραμορφώσεις δομικού στοιχείου

Τέμνουσα δύναμη $V(x)$



Ολίσθηση $\gamma = dy/dx$



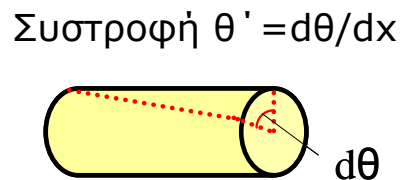
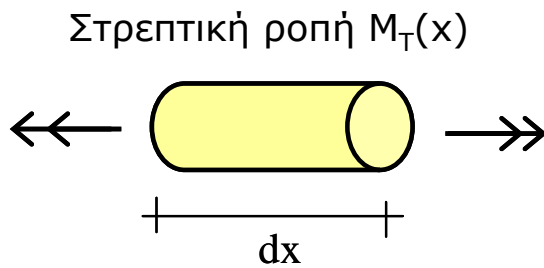
Συσχέτιση μεγεθών
έντασης-παραμόρφωσης

$$\gamma = \frac{V}{GA'}$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

- Εσωτερικές παραμορφώσεις δομικού στοιχείου



Συσχέτιση μεγεθών
έντασης-παραμόρφωσης

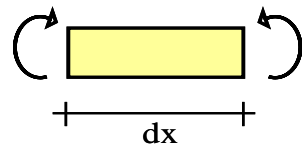
$$\theta' = \frac{M_T}{GJ_T}$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

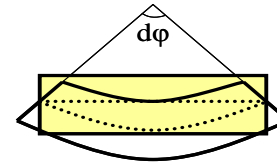
Αναπτυσσόμενα μεγέθη και ιδιότητες διατομής

Εσωτερικές παραμορφώσεις δομικού στοιχείου

Καμπτική ροπή $M(x)$



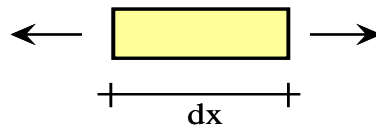
Καμπυλότητα $\kappa = d\phi/dx$



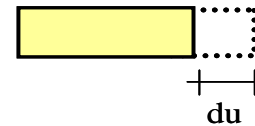
Συσχέτιση μεγεθών έντασης-παραμόρφωσης

$$\kappa = \frac{M}{EI}$$

Ορθή (αξονική) δύναμη $N(x)$

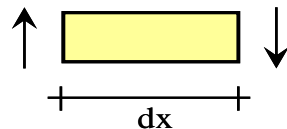


Αξονική παραμόρφωση $\epsilon = du/dx$

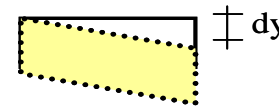


$$\epsilon = \frac{N}{EA}$$

Τέμνουσα δύναμη $V(x)$

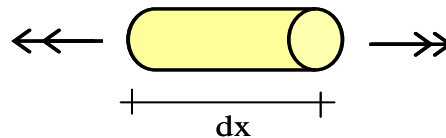


Ολίσθηση $\gamma = dy/dx$

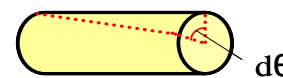


$$\gamma = \frac{V}{GA'}$$

Στρεπτική ροπή $M_T(x)$



Συστροφή $\theta' = d\theta/dx$



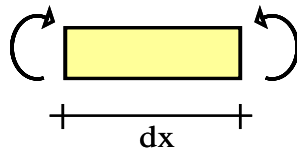
$$\theta' = \frac{M_T}{GJ_T}$$

Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

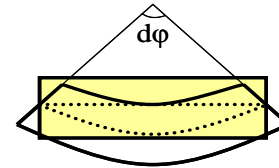
Ιδιότητες αντίστασης διατομής

- όρος δυσκαμψίας (EI)

Καμπτική ροπή $M(x)$



Καμπυλότητα $\kappa = d\phi/dx$

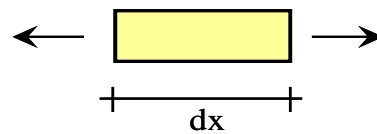


Συσχέτιση μεγεθών έντασης-παραμόρφωσης

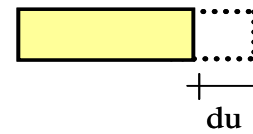
$$\kappa = \frac{M}{EI}$$

- όρος δυστένειας (EA)

Ορθή (αξονική) δύναμη $N(x)$



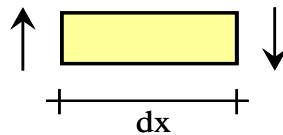
Αξονική παραμόρφωση $\epsilon = du/dx$



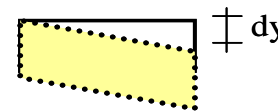
$$\epsilon = \frac{N}{EA}$$

- όρος δυσμησίας (GA')

Τέμνουσα δύναμη $V(x)$



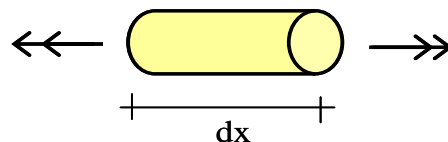
Ολίσθηση $\gamma = dy/dx$



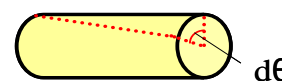
$$\gamma = \frac{V}{GA'}$$

- όρος δυστρεψίας (GJ_T)

Στρεπτική ροπή $M_T(x)$



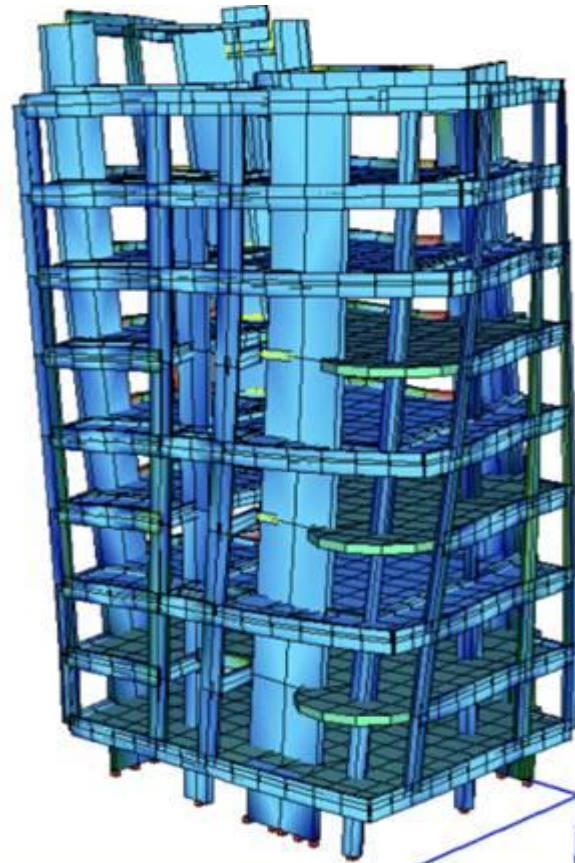
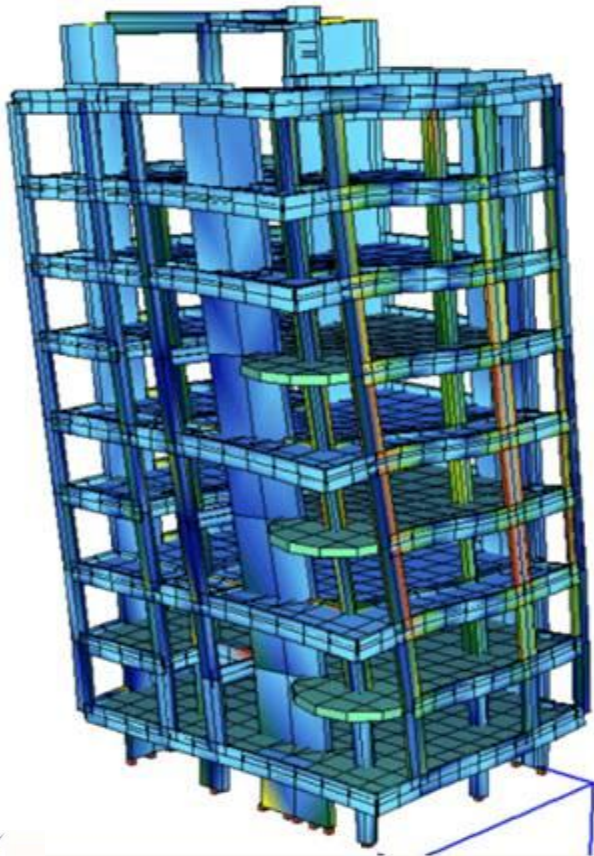
Συστροφή $\theta' = d\theta/dx$



$$\theta' = \frac{M_T}{GJ_T}$$

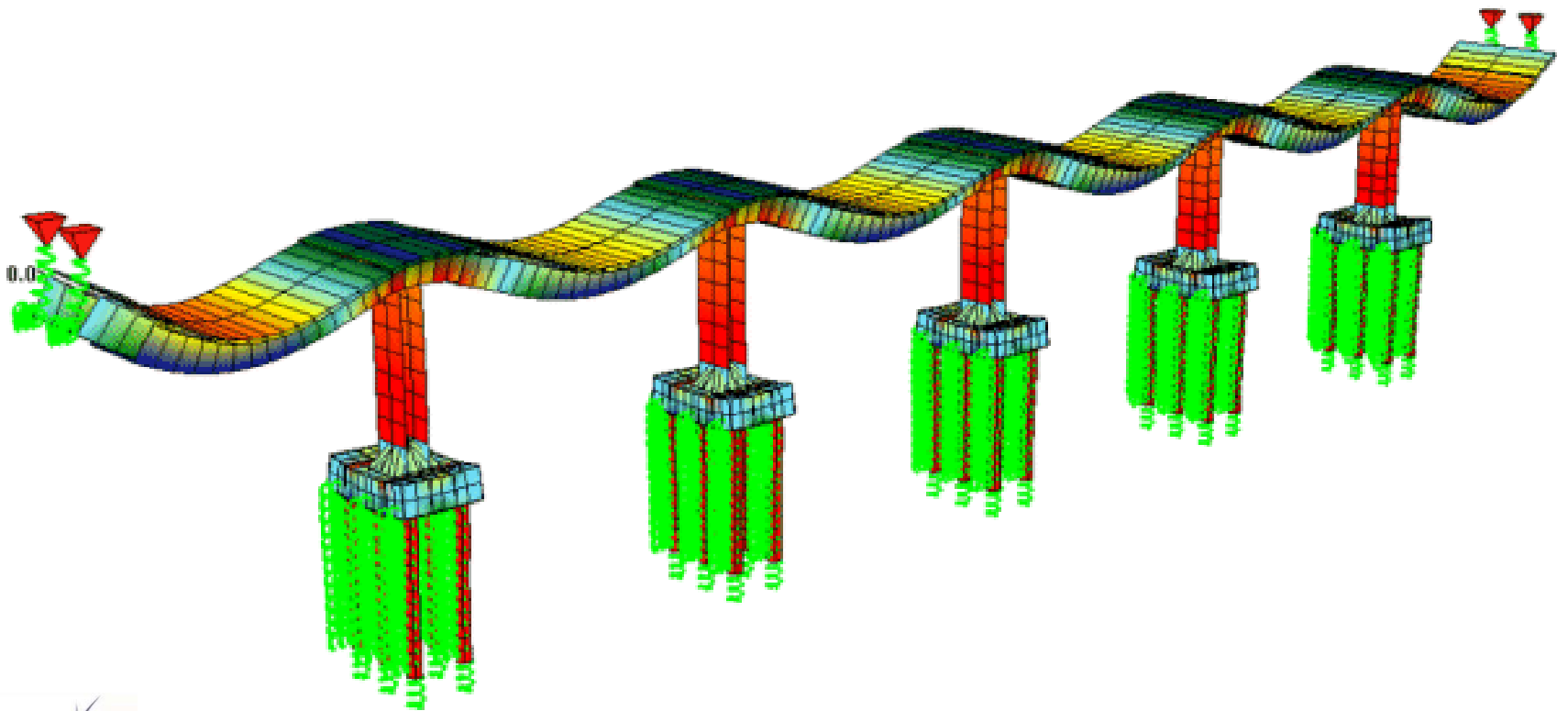
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



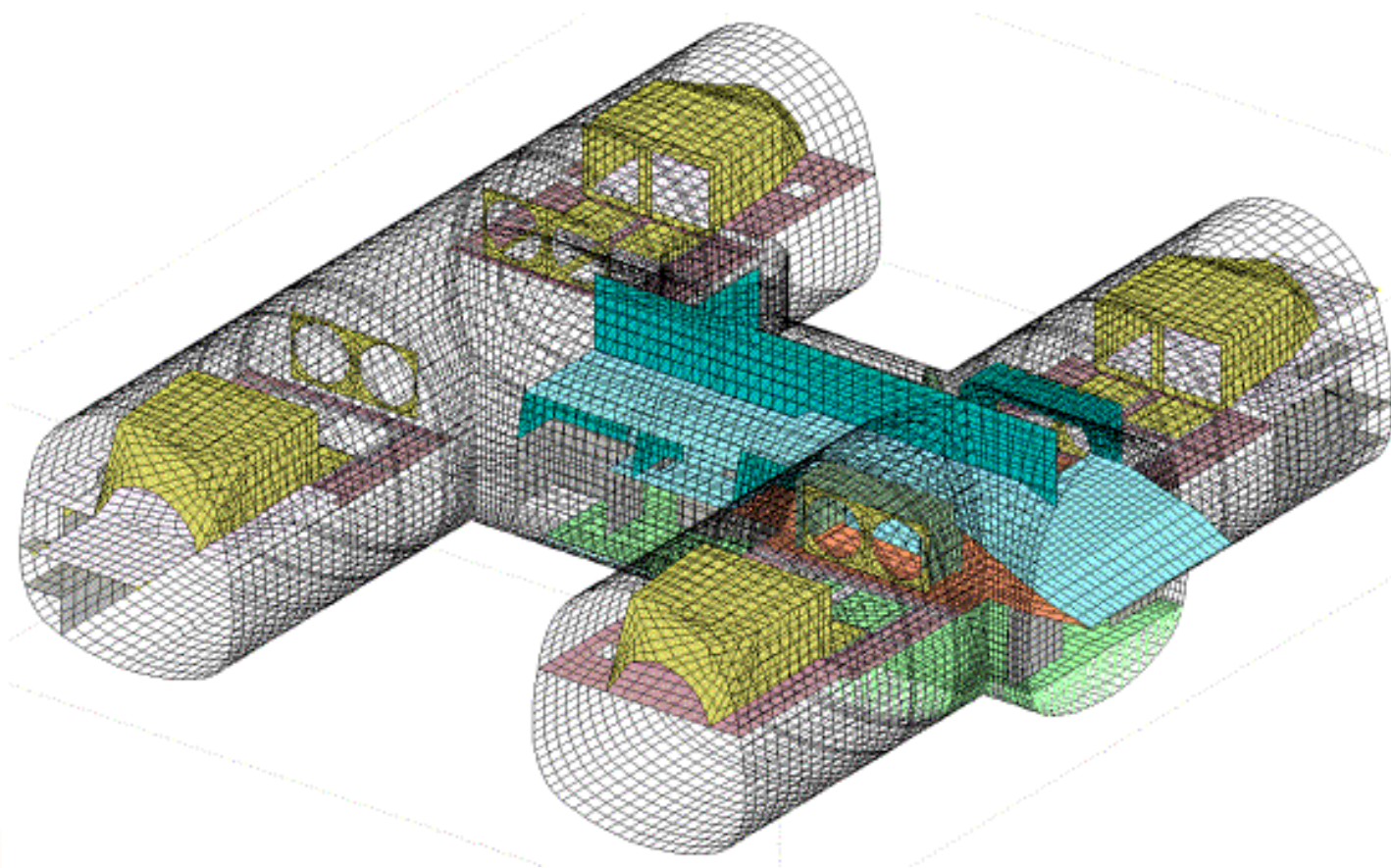
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



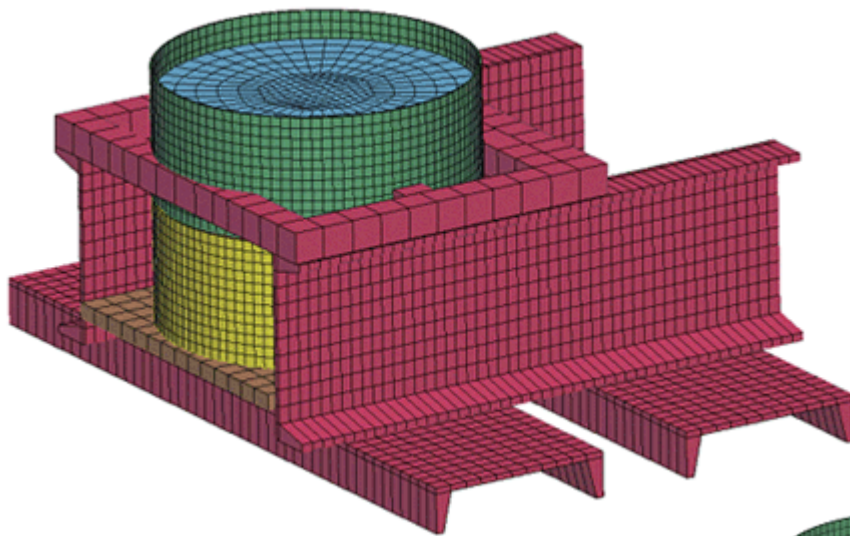
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία

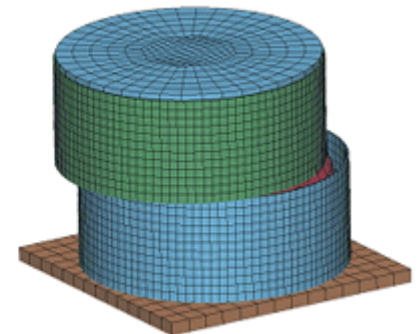
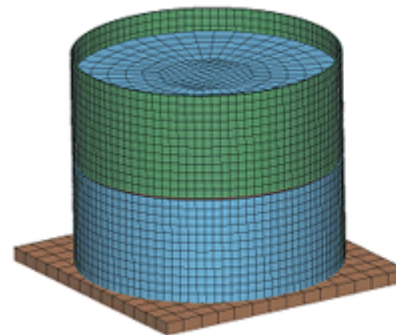


Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία

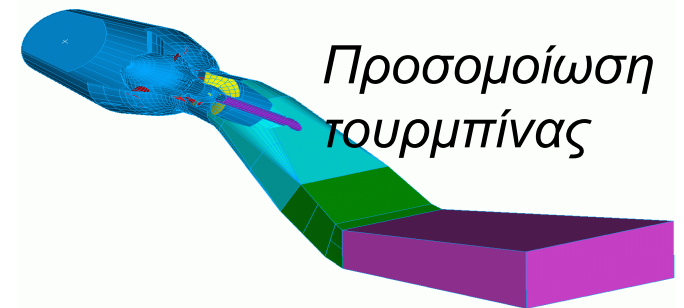
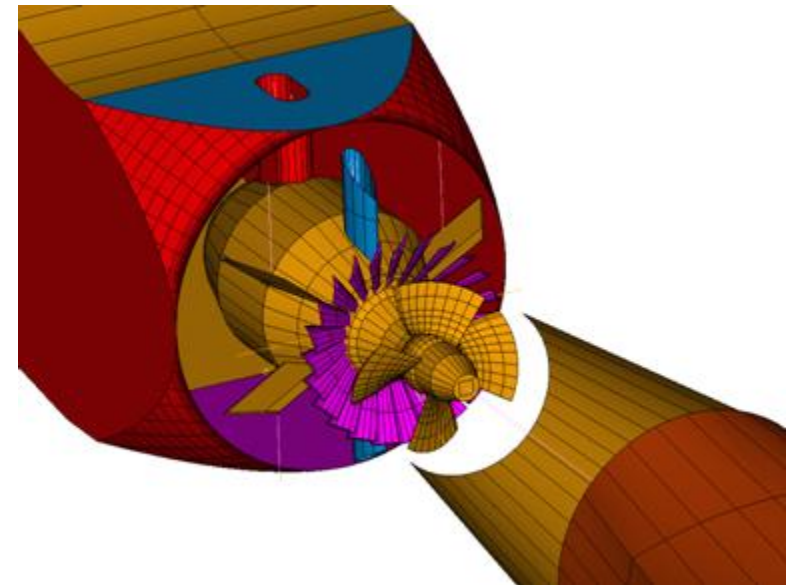
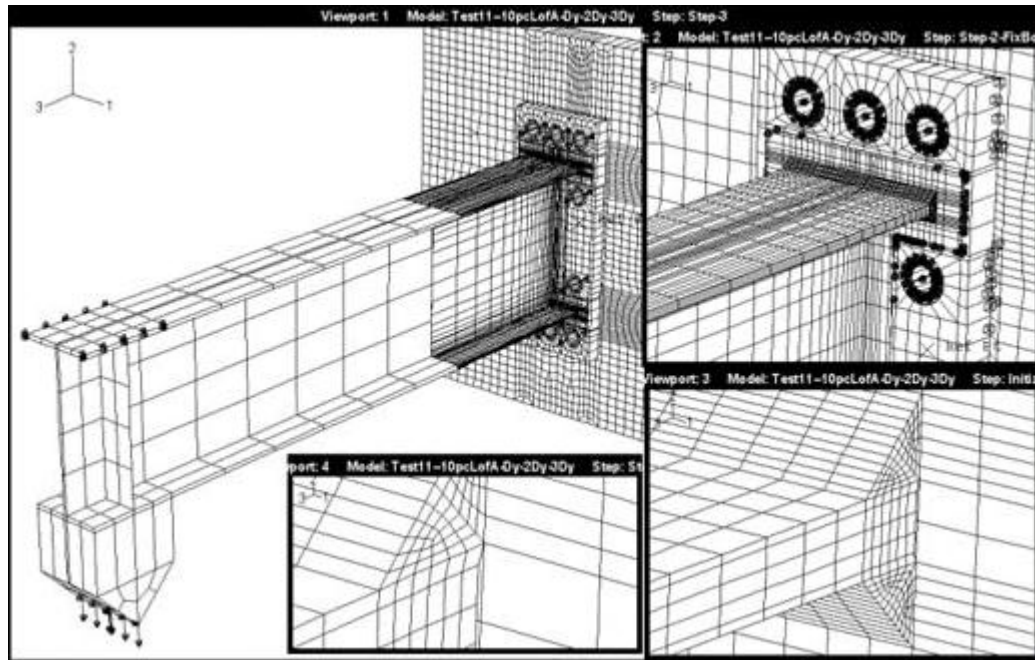


Δοκιμή διάτμησης
εδαφικού υλικού



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

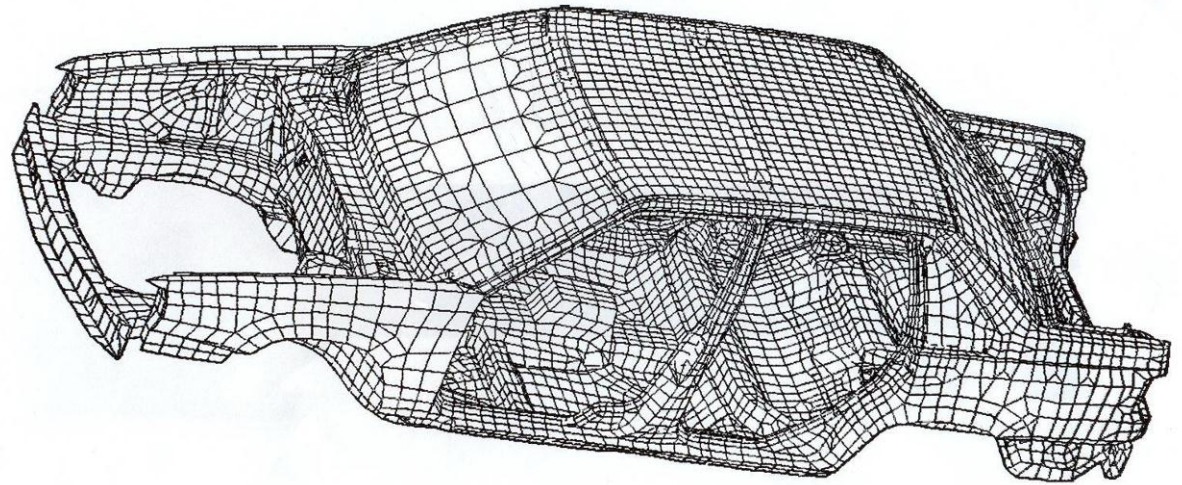
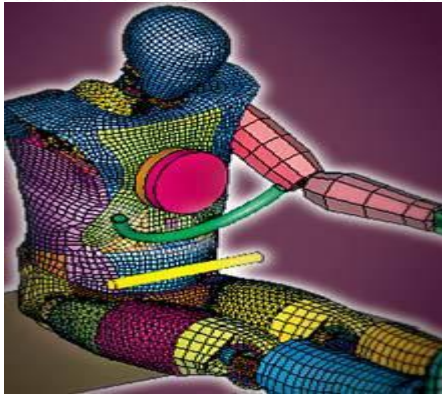
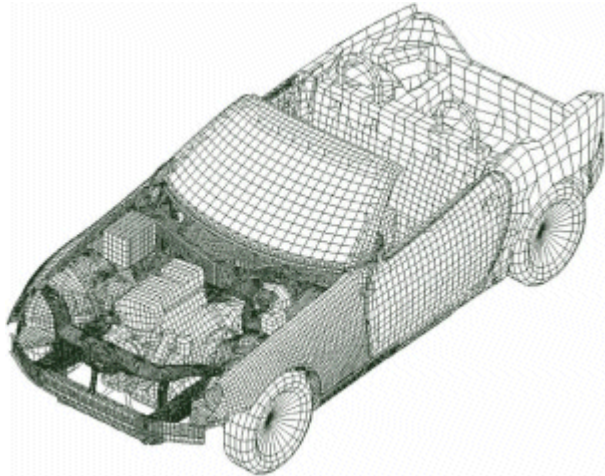
Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



Προσομοίωση
τουρμπίνας

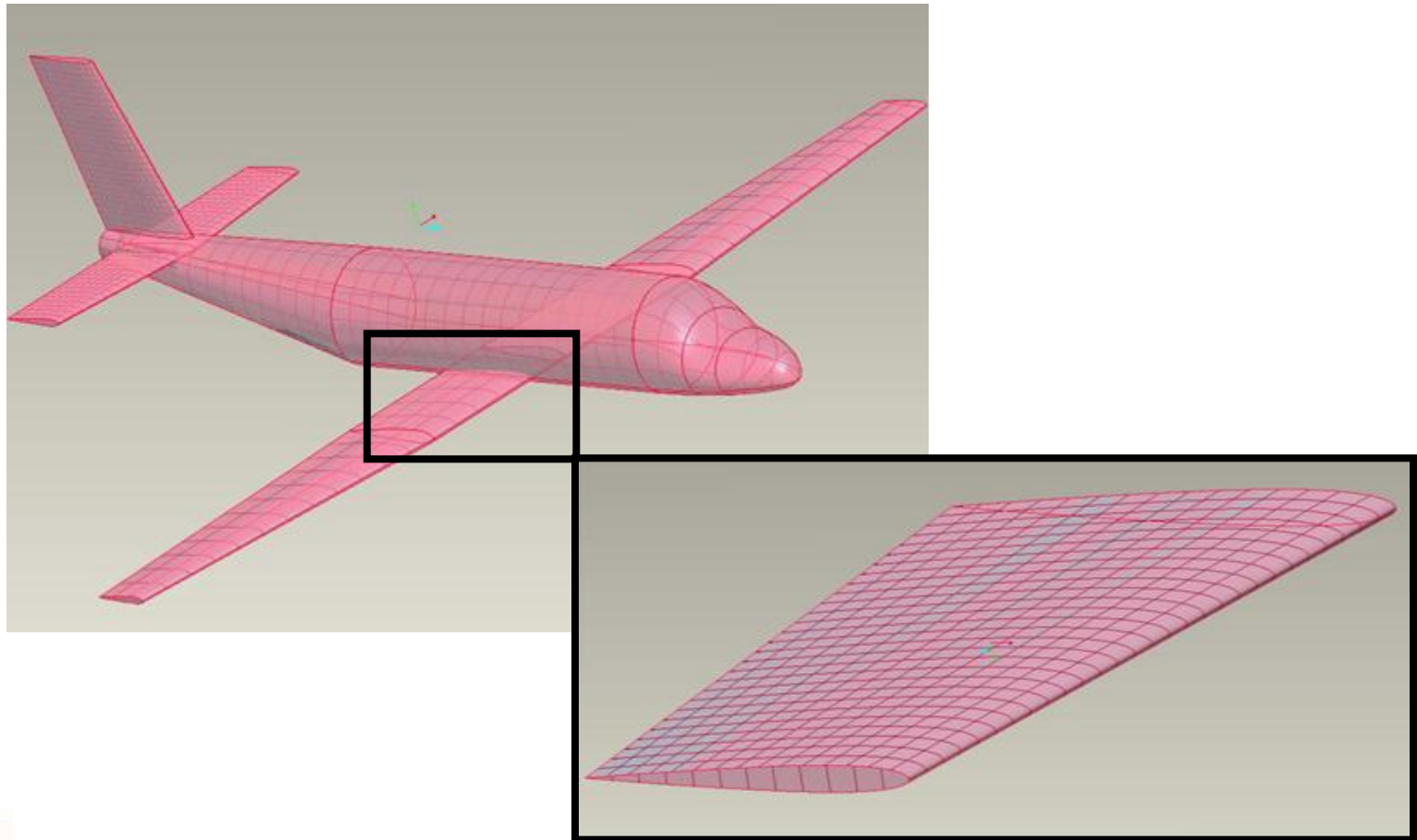
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



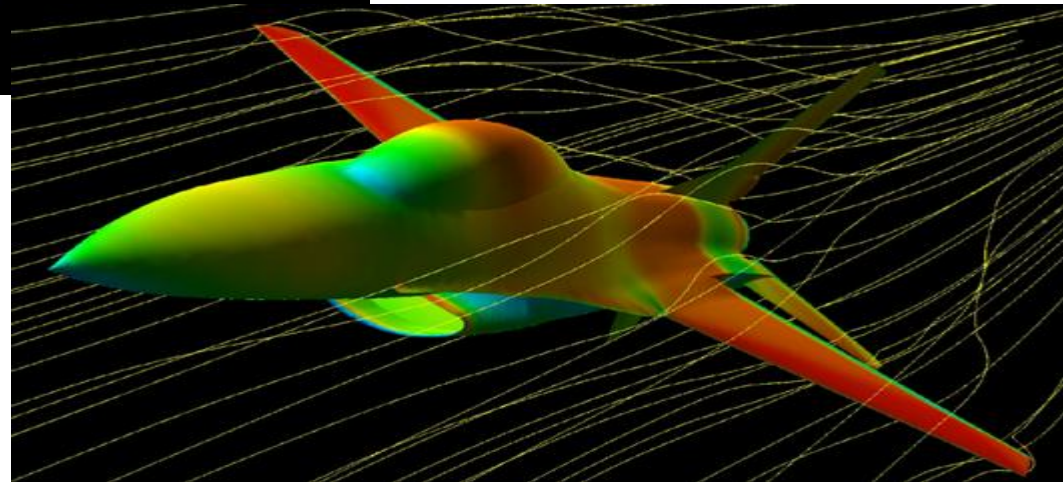
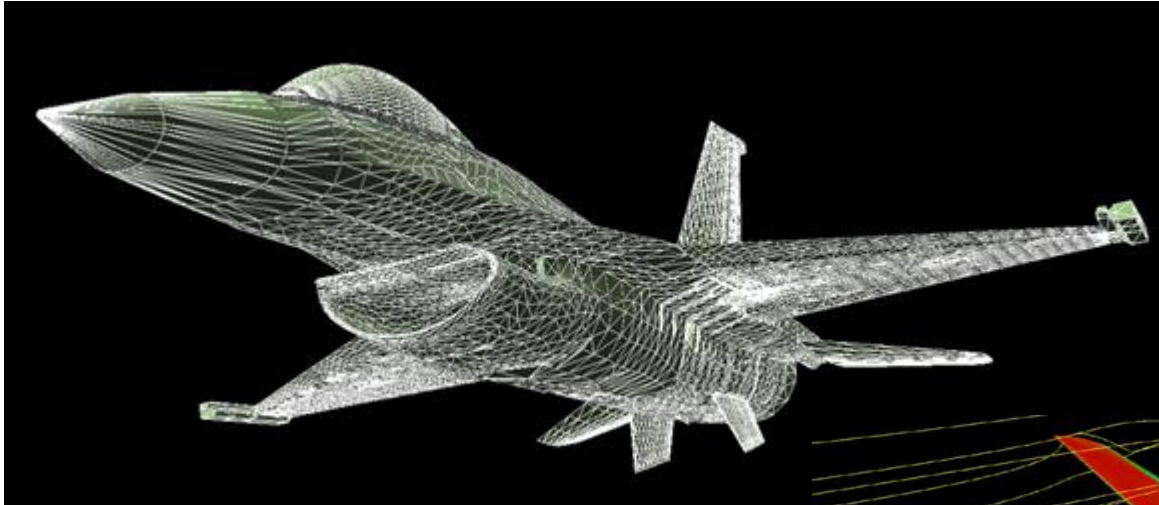
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



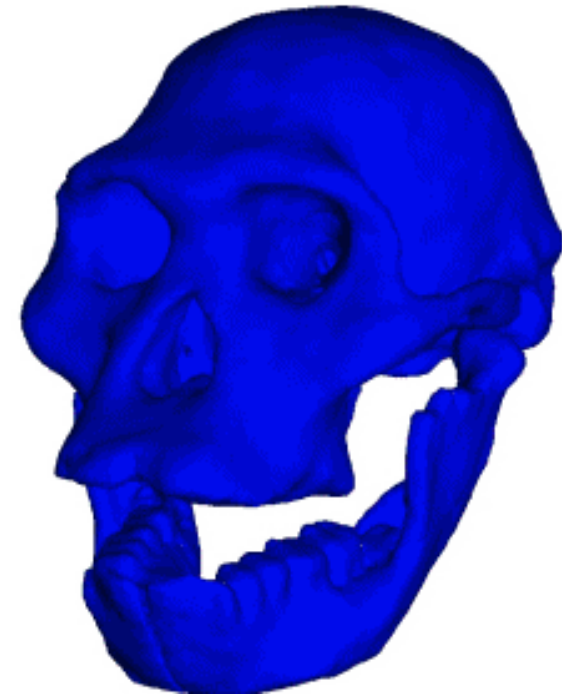
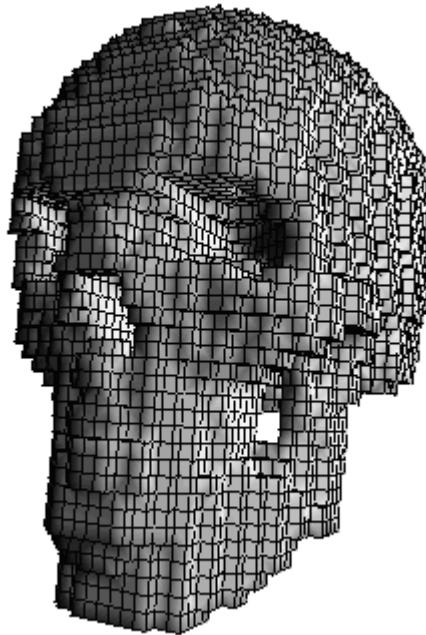
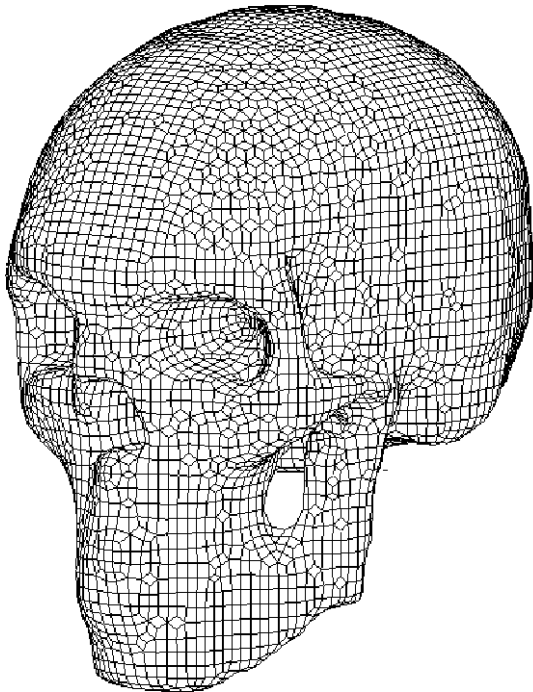
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



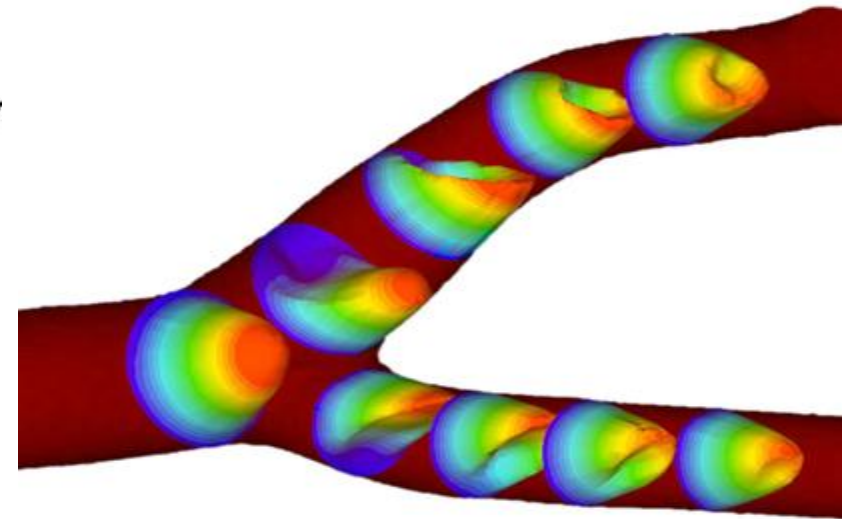
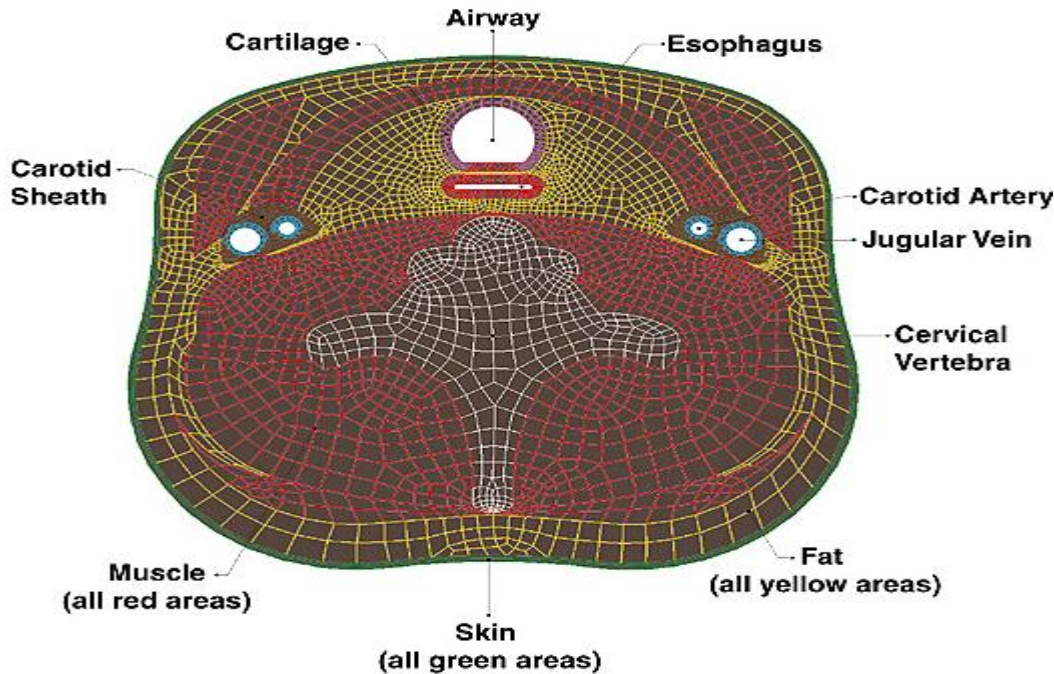
Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



Προσομοίωση φορέα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων

Παραδείγματα προσομοιώσεων με πεπερασμένα στοιχεία



Προσομοίωση συμπεριφοράς μυών
στο λαιμό σε στραγγαλισμό

Προσομοίωση κυκλοφορίας
του αίματος (καρωτίδα)

Τέλος Ενότητας

