

Τ.Ε.Ι. Σερρών / ΣΤΕΦ

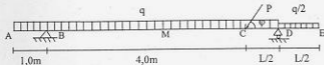
Τμήμα Πολιτικών Δομικών Έργων

Μάθημα: Αντοχή Υλικών

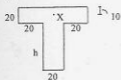
Προαγωγικές εξετάσεις Χειμ. Εξαμήνου 2005 - 06 / Α' περίοδος

Διδάσκων: Ε. Μουρατίδης

Ζήτημα 1^ο (70%)



Διατομή ABCDE



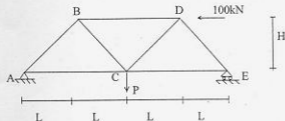
Στην αμφιπροέξουσα δοκό του σχήματος ζητείται ο υπολογισμός των μέγιστων ορθών (εφελκυστικής - θλιπτικής) και της μέγιστης διατμητικής τάσης καθώς και της ορθής και της διατμητικής τάσης στο σημείο X της διατομής M στο μέσο του ανοίγματος BD.

$$P=3qL$$

$$h=L/6$$

$$\varphi=53,13^\circ$$

Ζήτημα 2^ο (30%)



Στο δικτύωμα του σχήματος ζητείται η μεταβολή του μήκους της ράβδου BC, αν η διατομή της είναι 2cm x 2cm

$$P=3qL$$

$$H=4L/3$$

$$E=200 \text{ GPa}$$

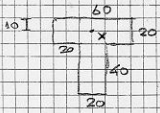
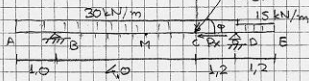
ΠΡΟΣΟΧΗ: ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ, ΤΕΛΙΚΑ Η ΕΠΙ ΜΕΡΟΥΣ, ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΑΝΑΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΟΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ (cm, m, kN, MPa, κλπ.)

	A	B
L(m)	2,4	3,0
q(kN/m)	30	20

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.

Zütnpa 10

①



$$P_y = 216 \cdot \sin 53,13^\circ = 172,8 \text{ kN}$$

$$P_x = 216 \cdot \cos 53,13^\circ = 129,6 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow B_y \cdot 5,2 \cdot 30 \frac{6,2^2}{2} - 172,8 \cdot 1,2 + 15 \cdot \frac{1,2^2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$B_y = 148,7 \text{ kN}$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow D_y = 30 \cdot 6,2 + 172,8 + 15 \cdot 1,2 - 148,7 \Rightarrow$$

$$D_y = 228,1 \text{ kN}$$

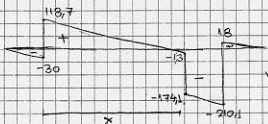
$$B_x = 129,6 \text{ kN}$$

$$V_A^{\delta} = 0 \quad V_B^{20} = -30 \cdot 4,0 = -30 \text{ kN} \quad V_B^{\delta} = -30 + 148,7 = 118,7 \text{ kN}$$

$$V_C^{+0} = 118,7 - 30 \cdot 4,0 = -1,3 \text{ kN} \quad V_C^{\delta} = -1,3 - 172,8 = -174,1 \text{ kN}$$

$$V_D^{20} = -174,1 - 30 \cdot 1,2 = -210,1 \text{ kN} \quad V_D^{\delta} = -210,1 + 228,1 = 18 \text{ kN}$$

$$V_E^{20} = 0$$



$$M_B = -30 \cdot \frac{4,0^2}{2} = -15 \text{ kNm}$$

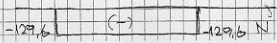
$$M_D = -15 \cdot \frac{1,2^2}{2} = -10,8 \text{ kNm}$$

$$M_C = 148,7 \cdot 4,0 - \frac{30 \cdot 5^2}{2} = 219,8 \text{ kNm}$$

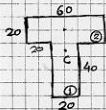
$$x = \frac{118,7}{30} = 3,96 \text{ m}$$



$$\max N = 148,7 \cdot 3,96 - \frac{30 \cdot 4,96^2}{2} = 219,83 \text{ kNm}$$



②



$$A = 0,6 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,4 = 0,2 \text{ m}^2$$

$$y_c = \frac{0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5}{0,2} = 0,38 \text{ m}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{0,2 \cdot 0,4^3}{12} + 0,2 \cdot 0,4 (0,38 - 0,2)^2 =$$

$$I_1 = 0,00366 \text{ m}^4$$

$$I_2 = \frac{0,6 \cdot 0,2^3}{12} + 0,6 \cdot 0,2 \cdot (0,5 - 0,38)^2 = 0,00213 \text{ m}^4$$

$$I = I_1 + I_2 = 0,00579 \text{ m}^4$$

Υπολογισμός μέγιστης - ελάχιστης ορθής τάσης

α. Διατομή max M. ($M = 219,83 \text{ kNm}$ $N = -129,6 \text{ kN}$)

$$\max \sigma = \frac{219,83 \cdot 10^3}{0,00579} \cdot 0,38 - \frac{129,6 \cdot 10^3}{0,2} =$$

$$= 13,78 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 13,78 \text{ MPa}$$

$$\min \sigma = -\frac{219,83 \cdot 10^3}{0,00579} \cdot 0,22 - \frac{129,6 \cdot 10^3}{0,2} =$$

$$= -9,00 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -9,00 \text{ MPa}$$

β. Διατομή C-εξ ($M = 219,8 \text{ kNm}$ $N = 0$)

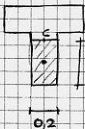
$$\max \sigma = \frac{219,8 \cdot 10^3}{0,00579} \cdot 0,38 = 14,43 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 14,43 \text{ MPa}$$

$$\min \sigma = -\frac{219,8 \cdot 10^3}{0,00579} \cdot 0,22 = -8,35 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -8,35 \text{ MPa}$$

Αρα $\max \sigma = 14,43 \text{ MPa}$

$\min \sigma = -9,00 \text{ MPa}$

(3)

Υπολογισμός $\max \tau$ - Διατομή D_{ag} ($V = -210,1 \text{ kN}$)

$$S_c = 0,2 \cdot 0,38 \cdot \frac{0,38}{2} = 0,01444 \text{ m}^3$$

$$\tau_c = \max \tau = \frac{210,1 \cdot 10^3 \cdot 0,01444}{0,00579 \cdot 0,2} \rightarrow$$

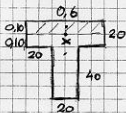
$$\max \tau = 2,62 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 2,62 \text{ MPa}$$

Τάσεις στο σημείο X της διατομής M

$$M_M = 148,7 \cdot 2,6 - 30 \cdot \frac{3,6^2}{2} = 192,22 \text{ kNm}$$

$$N_M = -129,6 \text{ kN}$$

$$V_M = 118,7 - 30 \cdot 2,6 = 40,7 \text{ kN}$$

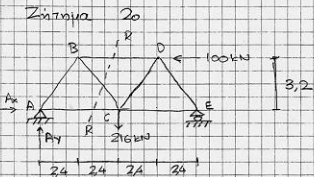


$$\sigma_x = - \frac{192,22 \cdot 10^3}{0,00579} \cdot (0,50 - 0,38) - \frac{129,6 \cdot 10^3}{0,2} \rightarrow$$

$$\sigma_x = -4,63 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -4,63 \text{ MPa}$$

$$S_x = 0,1 \cdot 0,6 \cdot (0,55 - 0,38) = 0,0102 \text{ m}^3$$

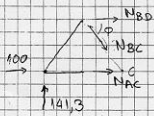
$$\tau_x = \frac{40,7 \cdot 10^3 \cdot 0,0102}{0,00579 \cdot 0,6} = 0,1195 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0,1195 \text{ MPa}$$



$\Sigma X = 0 \Rightarrow A_x = 100 \text{ kN}$

$\Sigma M_E = 0 \Rightarrow A_y \cdot 9,6 - 216 \cdot 4,8 - 100 \cdot 3,2 = 0 \Rightarrow A_y = 141,3 \text{ kN}$

Υπολογισμός N_{BC} (Τόπος R-R)



$\tan \varphi = \frac{3,2}{2,4} = 1,333$

$\varphi = 53,13^\circ$

$\Sigma Y = 0 \Rightarrow N_{BC} \cdot \sin \varphi - 141,3 = 0 \Rightarrow$

$N_{BC} = 176,6 \text{ kN}$

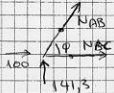
$L_{BC} = \sqrt{3,2^2 + 2,4^2} = 4,0 \text{ m}$

$A = 0,02 \cdot 0,02 = 0,0004 \text{ m}^2$

$\delta_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot L_{BC}}{E \cdot A} = \frac{176,6 \cdot 10^3 \cdot 4,0}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,0004} = 0,0088 \text{ m}$

ΕΝΑΝΤΙΚΑ (ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ N_{BC})

ΚΟΜΜΟΣ Α

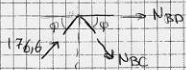


$\Sigma Y = 0 \Rightarrow$

$141,3 + N_{AB} \cdot \sin \varphi = 0$

$\Rightarrow N_{AB} = -\frac{141,3}{0,8} = -176,6 \text{ kN}$

ΚΟΜΜΟΣ Β



$\Sigma Y = 0 \Rightarrow 176,6 \cdot \sin \varphi - N_{BC} \cdot \sin \varphi = 0$

$\Rightarrow N_{BC} = 176,6 \text{ kN}$