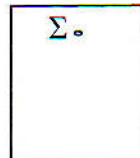
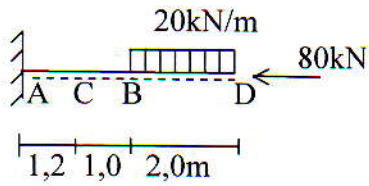


Ζήτημα 1^ο (40%)

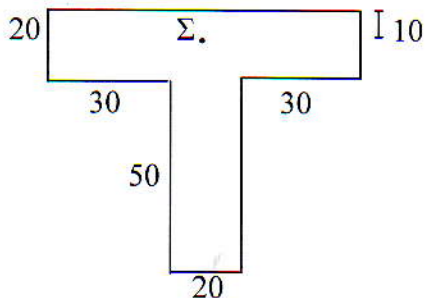


Διατομή ACBD: 30cm x 40cm

Στον πρόβολο του σχήματος ζητείται ο υπολογισμός:

1. Των διαγραμμάτων ορθών δυνάμεων, διατμητικών δυνάμεων και ροπών κάμψης.
2. Της ορθής και της διατμητικής τάσης στο σημείο Σ της διατομής C που απέχει 5cm από το άνω όριο

Ζήτημα 2^ο (30%)

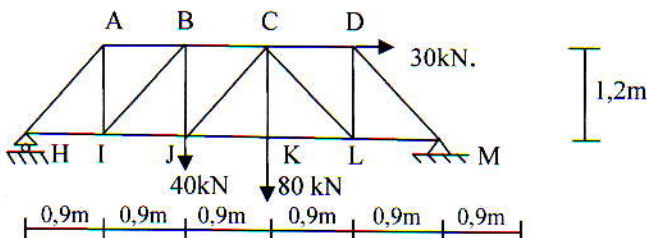


Οι διαστάσεις δίδονται σε cm.

Η διατομή του σχήματος καταπονείται σε εφελκυστική αξονική δύναμη $N=120kN$, τέμνουσα δύναμη $V=100kN$ και θετική ροπή κάμψης $M=80kNm$. Ζητούνται:

- Η ορθή και η διατμητική τάση στο σημείο Σ.
- Ο προσδιορισμός των κύριων αξόνων και οι κύριες τάσεις στο σημείο Σ

Ζήτημα 3^ο (30%)



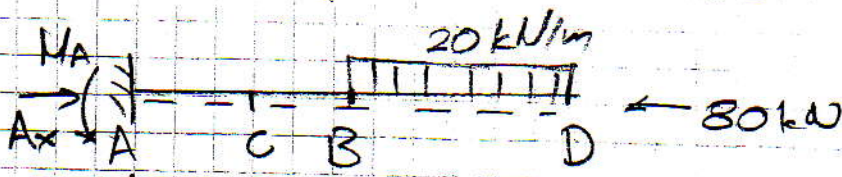
Στο δικτύωμα του σχήματος ζητείται η μεταβολή του μήκους της ράβδου JK
 $E = 200GPa$
 Διατομή ράβδου JK: 5cm x 5cm

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΠΡΟΣΟΧΗ: ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ, ΤΕΛΙΚΑ Η ΕΠΙ ΜΕΡΟΥΣ, ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΑΝΑΓΡΑΦΟΝΤΑΙ ΚΑΙ ΟΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ (cm, m, kN, MPa, κλπ.)

①

10 Zrtna



$$A_x = 80 \text{ kN}$$

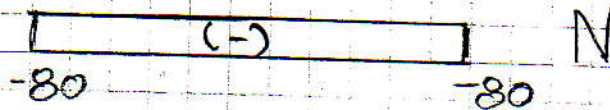
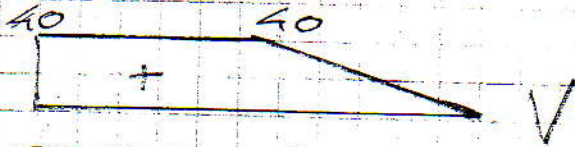
$$A_y = 20 \cdot 2,0 = 40 \text{ kN}$$

$$M_A = 20 \cdot 2,0 \cdot 3,2 = -128 \text{ kNm}$$

$$V_A^{\delta} = 40 \text{ kN} = V_B \quad V_D^{\delta} = 0$$

$$M_B = -20 \cdot \frac{2,0^2}{2} = -40 \text{ kNm}$$

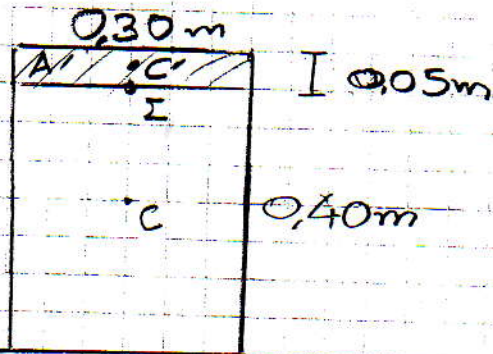
$$M_C = -20 \cdot 2,0 \cdot 2,0 = -80 \text{ kNm}$$



$$M_C = -80 \text{ kNm}$$

$$N_C = -80 \text{ kN}$$

$$V_C = 40 \text{ kN}$$



$$y_{\Sigma} = \Sigma C = 0,2 - 0,05 = 0,15 \text{ m}$$

$$J = \frac{0,3 \cdot 0,04^3}{12} = 0,0016 \text{ m}^4$$

$$A = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12 \text{ m}^2$$

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{M}{J} \cdot y_{\Sigma} + \frac{N}{A} = \frac{80 \cdot 10^3}{0,0016} \cdot 0,15 - \frac{80 \cdot 10^3}{0,12} = 6833 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 6,833 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\Sigma} = \frac{V \cdot S_{\Sigma}}{I \cdot b}$$

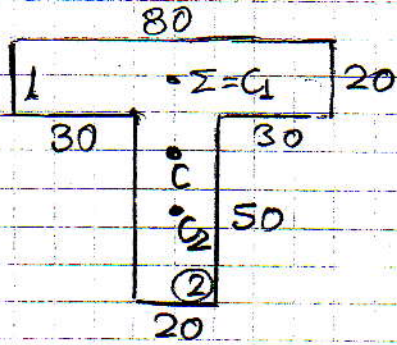
$$S_{\Sigma} = A' \cdot CC' = 0,05 \cdot 0,3 \cdot 0,175 = 0,002625 \text{ m}^3$$

$$\tau_{\Sigma} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,002625}{0,0016 \cdot 0,3} = 219 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 0,219 \text{ MPa}$$

20 Zimpa

②

$$M = 80 \text{ kNm} \quad N = 120 \text{ kN} \quad V = 100 \text{ kN}$$



$$A_c = A_1 + A_2 =$$

$$= 0,2 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,26 \text{ m}^2$$

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A} =$$

$$= \frac{0,6 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,25 \cdot 0,5 \cdot 0,2}{0,26} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_c = 0,465 \text{ m} \quad y_c' = 0,7 - 0,465 = 0,235$$

$$I = I_1 + I_2$$

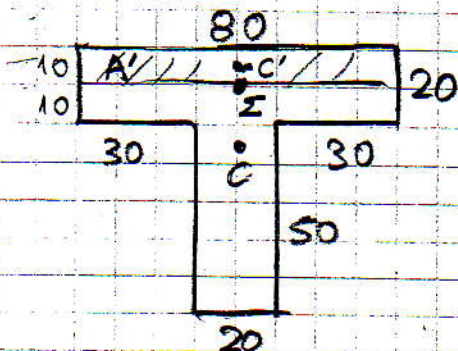
$$I_1 = \frac{0,8 \cdot 0,2^3}{12} + 0,2 \cdot 0,8 \cdot (0,6 - 0,465)^2 = 0,003449 \text{ m}^4$$

$$I_2 = \frac{0,2 \cdot 0,5^3}{12} + 0,2 \cdot 0,5 \cdot (0,465 - 0,25)^2 = 0,006706 \text{ m}^4$$

$$I = I_1 + I_2 = 0,01015 \text{ m}^4$$

$$\sigma_\Sigma = \frac{M}{I} \cdot y_\Sigma + \frac{N}{A} = -\frac{80 \cdot 10^3}{0,01015} \cdot (0,6 - 0,465) + \frac{120 \cdot 10^3}{0,26} =$$

$$= -602,5 \cdot 10^3 \text{ Pa} = -0,6025 \text{ MPa}$$



$$S_\Sigma = A' \cdot CC' = 0,1 \cdot 0,8 \cdot (0,235 - 0,05) =$$

$$= 0,0148 \text{ m}^3$$

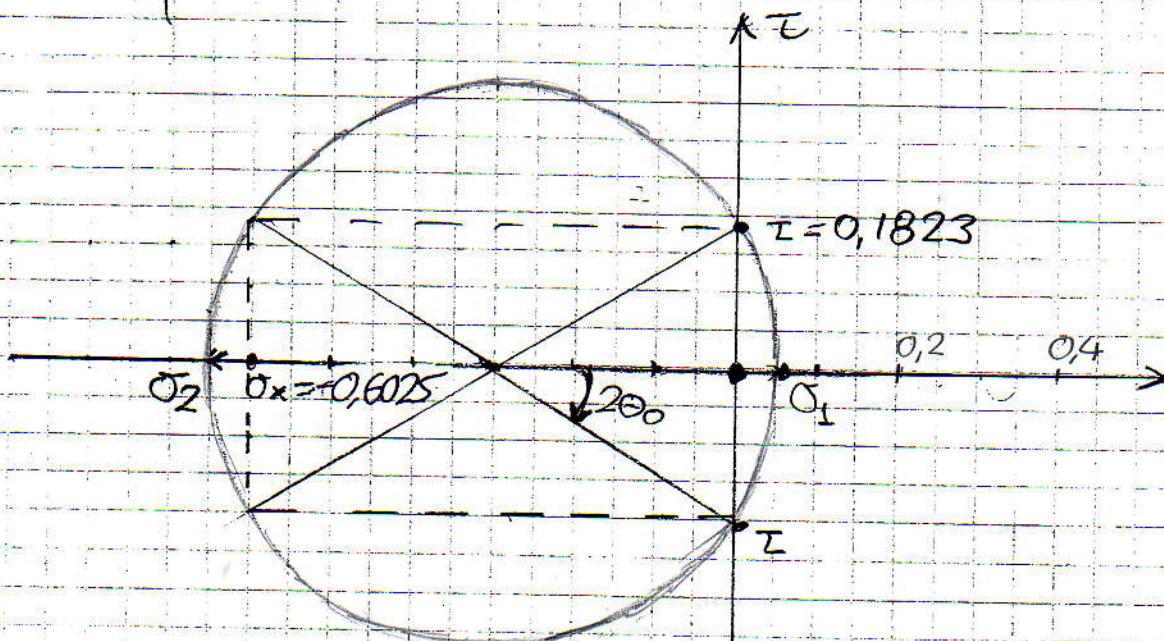
$$\tau_\Sigma = \frac{V \cdot S_\Sigma}{I \cdot b} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 0,0148}{0,01015 \cdot 0,8} = 182,3 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 0,1823 \text{ MPa}$$

3

$$\sigma_x = -0,6025 \text{ MPa}, \sigma_y = 0, \tau = 0,1823 \text{ MPa}$$

Κύριες αξόνες - κύριες τάσεις

A) Κύκλος Mohr



Γωνία κύριων αξόνων

$$2\theta_0 \approx 30^\circ \Rightarrow \theta_0 \approx 15^\circ$$

Κύριες τάσεις

$$\sigma_1 \approx 0,05 \text{ MPa} \quad \sigma_2 \approx -0,65 \text{ MPa}$$

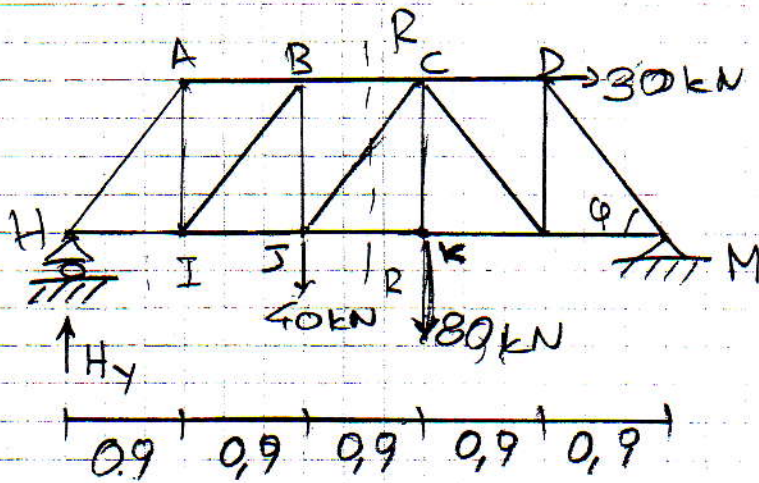
B) Αναλυτικά

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \left(-\frac{2 \cdot 0,1823}{0,6025} \right) = -15,59^\circ$$

$$\sigma_{1,2} = -\frac{0,6025}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,6025}{2}\right)^2 + 0,1823^2} = \begin{cases} \sigma_1 = 0,04961 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = -0,6534 \text{ MPa} \end{cases}$$

4

30 Zimpa



$$\tan \varphi = \frac{1,2}{0,9} = 1,33 \Rightarrow$$

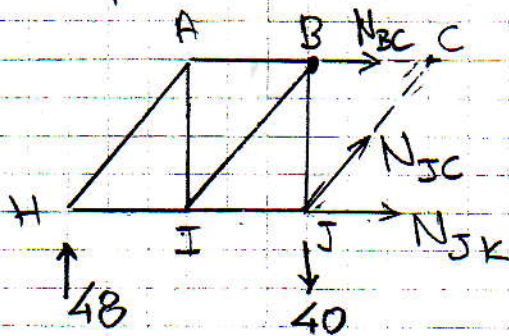
$$\cos \varphi = 0,6$$

$$\sin \varphi = 0,8$$

$$\sum M_M = 0 \Rightarrow H_y \cdot 4,5 - 40 \cdot 2,7 - 80 \cdot 1,8 + 30 \cdot 1,2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_y = 48 \text{ kN}$$

Top R-R



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 48 \cdot 2,7 - 40 \cdot 0,9 - N_{jk} \cdot 1,2 = 0 \Rightarrow$$

$$N_{jk} = 78 \text{ kN}$$

$$\Delta L_{JK} = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} = \frac{78 \cdot 10^3 \cdot 0,9}{200 \cdot 10^9 \cdot 0,05 \cdot 0,05} = 140 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,14 \text{ mm}$$