ΤΕΙ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Ενότητα : Συνθετική ΑΠ

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

CC BY SA

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.

- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ενότητα : Συνθετική ΑΠ

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης

Περιεχόμενα ενότητας

1. **Συνθετική Α.Π.**

Σκοποί ενότητας

Συνθετική Α.Π.

<u>Ερώτημα 1.1.</u>

Για ίδιο k, μεγαλύτερη μάζα → μικρότερο ω

Σχήμα 1.β → $T_{d,1}$ = (1.526-0.416)/2 = 0.555 sec,

$\omega_{d,1}$ = 11.32 rad/sec

Σχήμα 1.γ (συντονισμός + μικρό ξ) → ω_2 = 5.07rad/sec

Άρα: Σχήμα 1.β → άδεια δεξαμενή &

Σχήμα 1.γ → γεμάτη δεξαμενή

Ερώτημα 1.2. (Σχήμα 1.β)

$T_{d,1} = 0.555$ sec, $\omega_{d,1} = 11.32$ rad/sec

$\xi_1 = \ln(0.139/0.074)/(2 \cdot 2\pi) =$

$\ln(0.139/0.039)/(4 \cdot 2\pi) = 0.05 = 5\%$

(πράγματι μικρή απόσβεση).

$\omega_1 = 11.32/(1-0.05^2)^{1/2} = 11.34$ rad/sec,

$T_1 = 0.554$ sec

Η εξίσωση αποσβεσμένης ελεύθερης ταλάντωσης για $u_0 = 0$, είναι:

$$u(t) = \exp(-\xi\omega t)\cdot(u'_0/\omega_d)\cdot\sin(\omega_d t)$$

Από μετρήσεις προσδιορίζουμε την αρχική ταχύτητα u'_0

Π.χ. $u(0.416) =$

$\exp(-0.05\cdot 11.34\cdot 0.416)\cdot(u'_0/11.32)$

$\cdot\sin(11.32\cdot 0.416) = 0.79\cdot(u'_0/11.32)\cdot(-1) = 0.139\text{m}$

$\rightarrow u'_0 = -2\text{m/sec.}$

Ερώτημα 1.3. (Σχήμα 1.γ)

Από προηγουμένως $\omega_2 = 5.07$ rad/sec, $T_2 = 1.24$ sec

Εκτίμηση ξ, με 2 τρόπους:

(α) Συντονισμός → $R_{d,max}$ (για $\omega/\omega_o = 1$) = $1/2\xi_2 = 22.3$

(β) Εύρος ζώνης ημιισχύος → $R_{d,max}/2^{1/2} = 15.77$ αντιστοιχεί (Σχήμα 1.γ) σε $\omega_a \sim 4.95$ rad/sec και $\omega_b \sim 5.18$ rad/sec, οπότε

$$\xi_2 \sim (5.18 - 4.95)/(2 \cdot 5.07) = 0.023.$$

Πολύ μικρό ξ → οι αποσβεσμένες τιμές $T_{d,2}$, $\omega_{d,2}$, πρακτικά συμπίπτουν με τις αναπόσβεστες.

Ερώτημα 1.4.

Άδεια δεξαμενή → $\omega_1 = (k/m_1)^{1/2} = 11.34$ rad/sec

Γεμάτης δεξαμενή → $\omega_2 = (k/m_2)^{1/2} = 5.07$ rad/sec

Διαιρώντας κατά μέλη και υψώνοντας εις το τετράγωνο

$$m_2/m_1 = (11.35/5.07)^2 = 5.$$

Αλλά $m_2 = m_1 + 527.78$ tn →

$$m_1 = 527.78/4 = 131.95 \text{ tn}, \quad m_2 = 659.73 \text{ tn}.$$

Συντελεστές απόσβεσης:

$c_1 = (2 \cdot 11.34 \cdot 131.95) \cdot 0.05 = 149.6$ kN·sec/m,

$c_2 = (2 \cdot 5.07 \cdot 659.73) \cdot 0.022 = 147.2$ kN·sec/m.

(Η απόσβεση πρακτικά παραμένει αμετάβλητη ~ 150 kN·sec/m).

Ερώτημα 1.5.

Η δυσκαμψία του φορέα $k = m_1 \cdot \omega_1^2 = m_2 \cdot \omega_2^2 \sim 16959$ kN/m

$k = 3EI/h^3 = 3 \cdot 3*10^7 \cdot I/20^3 = 16959$ kN/m →

Διατομή δακτυλίου → $I = (\pi/64) \cdot (D^4 - d^4) =$

$(\pi/64) \cdot (2.5^4 - d^4) = 1.507$ → $d = 1.7$ m $= 2.5 - 2 \cdot s$ →

$s = 0.40$m $= 40$ cm.

Εμβαδό διατομής στύλου $A = (\pi/4) \cdot (2.5^2 - 1.7^2) =$

2.64 m^2

Μισό βάρος στύλου $Wc/2 = 25 \cdot (20 \cdot 2.64)/2 = 660$ kN

Συνολικό βάρος <u>άδειας</u> δεξαμενής

$$W_1 = m_1 \cdot g + Wc/2 = 131.95 \cdot 10 + 660 = 1979.5 \text{ kN}$$

Ορθή τάση στη διατομή Α λόγω ίδιου βάρους

$$\sigma_{1,w} = 1979.5/2.64 = 749.8 \text{ kN/m}^2.$$

Συνολικό βάρος <u>γεμάτης</u> δεξαμενής

$$W_2 = m_2 \cdot g + Wc/2 = 659.73 \cdot 10 + 660 = 7257.3 \text{ kN}$$

Ορθή τάση στη διατομή Α λόγω ίδιου βάρους

$$\sigma_{2,w} = 7257.3/2.64 = 2749 \text{ kN/m}^2.$$

Ερώτημα 1.6.

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t).$$

Για συχνότητα διέγερσης ω_g → ταχύτητα απόκρισης

$u'(t) = u'_c(t) + u'_p(t) =$

$[-\xi\omega \cdot u_c(t) + \exp(-\xi\omega t) \cdot \{-A\omega_d \cdot \sin(\omega_d t) + B\omega_d \cdot \cos(\omega_d t)\}] + S_1 \cdot \omega_g \cdot \cos(\omega_g t) - S_2 \cdot \omega_g \cdot \sin(\omega_g t)]$

Αρχικές συνθήκες → $u(0) = u_c(0) + u_p(0) = A + S_2$ και

$$u'(0) = u'_c(0) + u'_p(0) = [-\xi\omega \cdot A + B\omega_d] + S_1 \cdot \omega_g$$

Για εξ' αρχής απάλειψη της $u_c(t)$ πρέπει $A = B = 0$. →

$$u(0) = S_2 \text{ και } u'(0) = S_1 \cdot \omega_g$$

(Διαφέρουν τα S_1 & S_2 στις περιπτώσεις άδειας / γεμάτης δεξαμενής → διαφέρουν οι απαραίτητες αρχικές συνθήκες)

(α) Άδεια δεξαμενή

(m_1 = 131.95 tn, ω_1 = 11.34 rad/sec, ξ_1 = 5%)

Σεισμικό φορτίο $p_{eff}(t) = -131.95 \cdot 0.24 \cdot 10 \cdot \sin(15t) =$

$-316.67 \cdot \sin(15t)$

$u_{st} = -316.67/16959 = -18.7 \cdot 10^{-3}$ m,

$\omega_g/\omega = 15/\ 11.34 = 1.323$

$S_1 = -18.7 \cdot 10^{-3} \cdot (1-1.323^2)/[(1-1.323^2)^2 +$

$(2 \cdot 0.05 \cdot 1.323)^2] = 24.1 \cdot 10^{-3}$m

$S_2 = -18.7 \cdot 10^{-3} \cdot (-2 \cdot 0.05 \cdot 1.323)/[(1-1.323^2)^2 +$

$(2 \cdot 0.05 \cdot 1.323)^2] = 4.26 \cdot 10^{-3}$m

Οπότε, $u(0) = 4.26 \cdot 10^{-3}$ m και $u'(0) = (24.1 \cdot 10^{-3}) \cdot 15$

$= 0.362$ m/sec

Μέγιστη απόκριση (απόλυτη τιμή)

$u_{max} = u_{p,max} = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2} = 24.5 \cdot 10^{-3}$ m

$V_b = k \cdot u_{max} = 16959 \cdot 24.5 \cdot 10^{-3} = 415.5$ kN,

$M_b = V_b \cdot h = 415.5 \cdot 20 = 8310$ kNm

Ροπή αντίστασης δακτυλίου

$W = 2I/D = 2 \cdot 1.507/2.5 = 1.206$ m^3

Ορθή τάση λόγω ροπής = $\sigma_{1,w} = 8310/1.206 =$

6890.5 kN/m^2

Συνολική τάση $\sigma_1 = 749.8 + 6890.5 = 7640.3$ kN/m^2

(β) Γεμάτη δεξαμενή

$(m_2 = 659.73tn,\ \omega_2 = 5.07rad/sec,\ \xi_2 = 2,2\%)$

Σεισμικό φορτίο $p_{eff}(t) = -659.73 \cdot 0.24 \cdot 10 \cdot \sin(15t) =$

$-1583.35 \cdot \sin(15t)$

$u_{st} = -1583.35/16959 = -93.4 \cdot 10^{-3}\ m,$

$\omega_g/\omega = 15/5.07 = 2.96$

$S_1 = -93.4 \cdot 10^{-3} \cdot (1-2.96^2)/$

$[(1-2.96^2)^2 + (2 \cdot 0.022 \cdot 2.96)^2] = 12 \cdot 10^{-3}\ m$

$S_2 = -93.4 \cdot 10^{-3} \cdot (-2 \cdot 0.022 \cdot 2.96)/$

$[(1-2.96^2)^2 + (2 \cdot 0.022 \cdot 2.96)^2] = 2 \cdot 10^{-4}\ m$

Οπότε, $u(0) = 2 \cdot 10^{-4}\ m$ και

$u'(0) = (12 \cdot 10^{-3}) \cdot 15 = 0.18\ m/sec$

Μέγιστη απόκριση (απόλυτη τιμή) $u_{max} = u_{p,max} = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2} = 12 \cdot 10^{-3} m$

$V_b = k \cdot u_{max} = 16959 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 204.2$ kN,

$M_b = V_b \cdot h = 204.2 \cdot 20 = 4084$ kNm

Ορθή τάση λόγω ροπής =

$\sigma_{2,w} = 4084/1.206 = 3386.4$ kN/m^2

Συνολική τάση $\sigma_2 = 2749 + 3386.4 = 6135.4$ kN/m^2

Ερώτημα 1.7.

(α) Ορθογωνικό κρουστικό φορτίο – Άδεια δεξαμενή

(ω_1 = 11.34 rad/sec, T_1 = 0.554 sec)

Εύρος φορτίου $p_o = -131.95 \cdot 0.24 \cdot 10 = -316.67$ kN

$\rightarrow u_{st} = 316.67/16959 = 18.7 \cdot 10^{-3}$m.

$t_1/T_1 = 0.5/0.554 = 0.903 > 1/2 \rightarrow$

μέγιστη απόκριση στην Φάση Ι, ίση με

$u_{max} = 2 \cdot u_{st} = 2 \cdot 18.7 \cdot 10^{-3} = 37.4 \cdot 10^{-3}$ m

(β) Κρουστικό φορτίο μισού ημιτόνου – Γεμάτη δεξαμενή

(ω_2 = 5.07 rad/sec, T_2 = 1.24 sec)

Εύρος φορτίου $p_o = -659.73 \cdot 0.24 \cdot 10 = -1583.35$kN

$\rightarrow \quad u_{st} = 1583.35/16959 = 93.4 \cdot 10^{-3}$ m

$t_1/T_2 = 0.5/1.24 = 0.40 < 1/2 \rightarrow$

μέγιστη απόκριση στην Φάση II.

(α΄ τρόπος υπολογισμού)

Φάση Ι → $u(t) = u_c(t) + u_p(t)$

Για $\xi = 0$ →

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega_o t) + B \cdot \sin(\omega_o t) + S_1 \cdot \sin(\omega_g t)$$

Για $u(0) = 0$ → $A = 0$ →

$$u(t) = B \cdot \sin(\omega_o t) + S_1 \cdot \sin(\omega_g t)$$

Για $u'(0) = 0$ → $B \cdot \omega_o + S_1 \cdot \omega_g = 0$ →

$$B = -S_1 \cdot \omega_g / \omega_o = -S_1 \cdot \beta$$

Άρα

$$u(t) = S_1 \cdot \{\sin(\omega_g t) - \beta \cdot \sin(\omega_o t)\}$$

$$u'(t) = S_1 \cdot \omega_g \cdot \{\cos(\omega_g t) - \cos(\omega_o t)\}$$

Εδώ, $\omega_g = 2\pi/T_g = 2\pi/(2t_1) = 2\pi \rightarrow$

$$\beta = 2\pi/5.07 = 1.239,$$

$$S_1 = u_{st} \cdot 1/(1-1,239^2) = 17,45 \cdot 10^{-2}\ m$$

(προσοχή το S_1 έχει πρόσημο, σε αντίθεση με το D)

$u(t=0.5) = -12,3 \cdot 10^{-2} m$, $u'(t=0.5) = -19,6 \cdot 10^{-2} m/s$

Φάση ΙΙ (Αναπόσβεστη – ελεύθερη)

$$u(t) = \{-12,3 \cdot \cos(\omega_o t) + (19,6/5,07) \cdot \sin(\omega_o t)\} \cdot 10^{-2}$$

$$\rightarrow R = 10^{-2} \cdot (12,3^2 + 3,9^2)^{1/2} = 12,9 \cdot 10^{-2}\ m$$

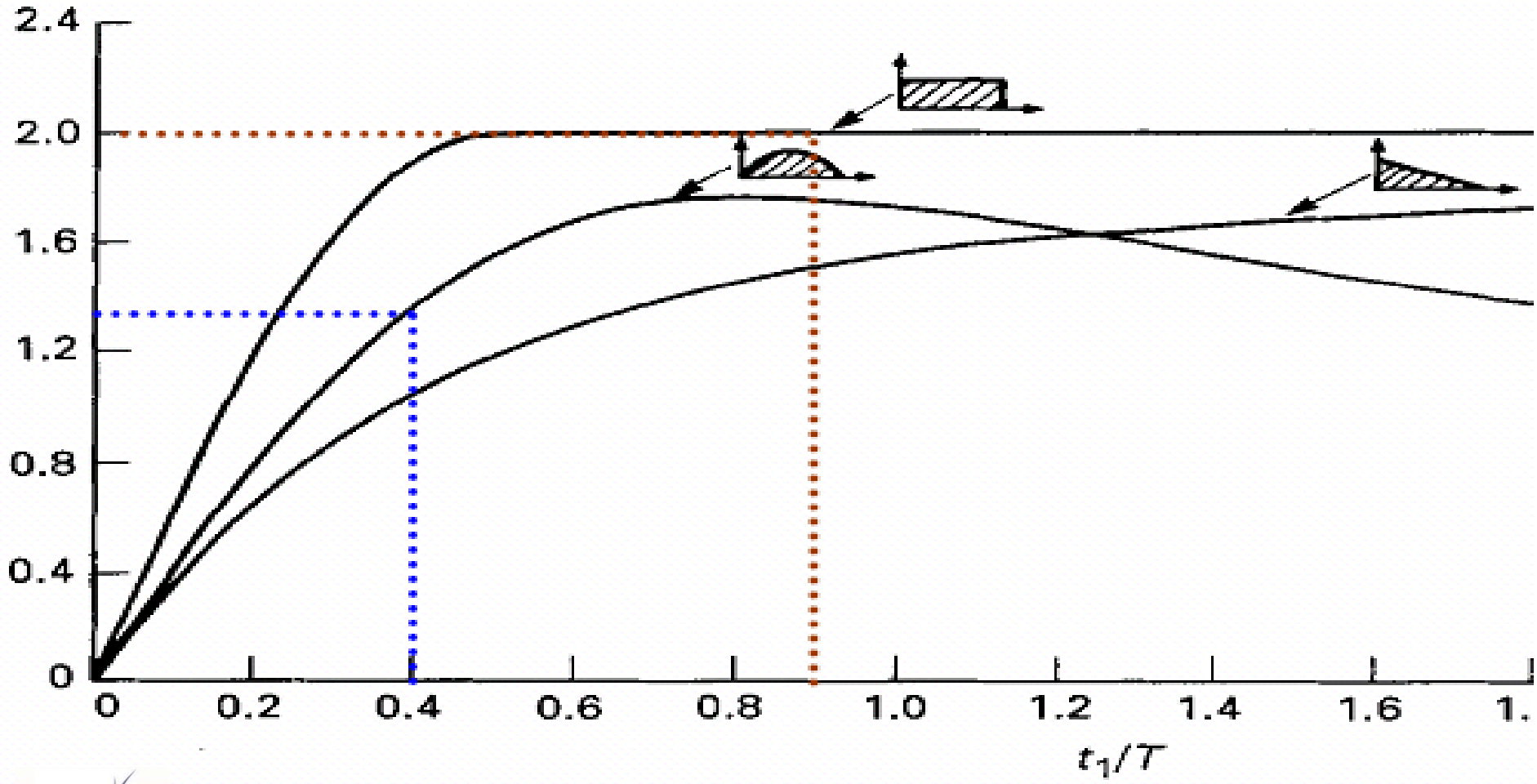
(β' τρόπος υπολογισμού)

Δυναμικός παράγοντας R_d =

$$[2.5 \cdot \cos(\pi \cdot 0.4)] / [(2.5/2)^2 - 1] =$$

$$(2.5 \cdot 0.309)] / 0.5625 = 1.373 \rightarrow$$

$$u_{max} = 1.373 \cdot u_{st} = 1.373 \cdot 93.4 \cdot 10^{-3} = 12.82 \cdot 10^{-2}\ m$$


2.4
2.0
1.6
1.2
0.8
0.4
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.
t_1/T

Τέλος Ενότητας

CC BY SA