Δυναμική των Κατασκευών

Ασκήσεις Πράξης

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

ΤΕΙ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΟΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΣΕΡΡΩΝ ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

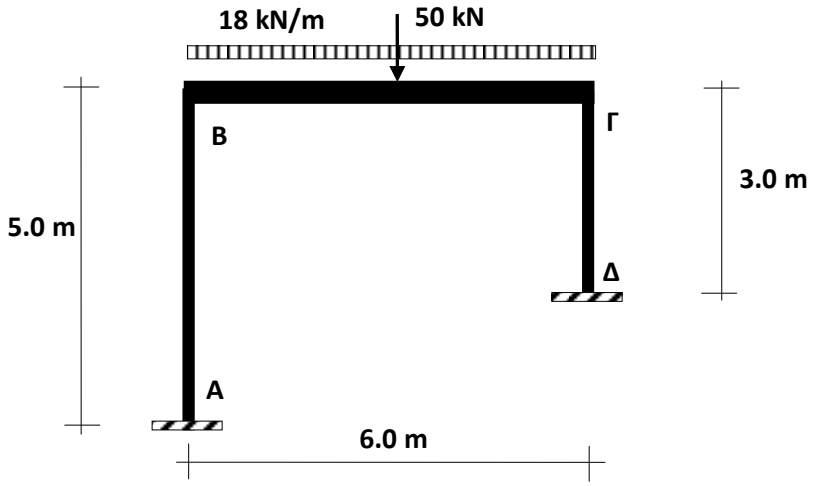
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

Διδάσκων: Κολιόπουλος Παναγιώτης
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΑΞΗΣ

Άσκηση 5

Αμφίπακτο πλαίσιο με τελείως άκαμπτο ζύγωμα, φέρει αβαρή υποστυλώματα κοινής τετραγωνικής διατομής (40/40 cm). Τα συνολικά φορτία του φορέα δίνονται στο σχήμα, ενώ το ποσοστό κρίσιμης απόσβεσης είναι ξ = 5% και το μέτρο ελαστικότητας E = 2.1·107 kN/m^2.



(α) Στο ζύγωμα εγκαθίσταται μηχάνημα η λειτουργία του οποίου επιβάλει οριζόντιο δυναμικό φορτίο P(t) = Po·sin(30·t).

(α.1) Θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες, να υπολογισθεί η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του Po (σε kN) έτσι ώστε η ταχύτητα της παραμένουσας ταλάντωσης του φορέα να μην υπερβεί την τιμή των 10 cm/sec.

(α.2) Λαμβάνοντας αυτή την οριακή τιμή για το Po, να υπολογιστούν οι μέγιστες τέμνουσες και ροπές των υποστυλωμάτων.

(α.3) Να σχολιάσετε τις διαφοροποιήσεις στους υπολογισμούς του ερωτήματος (α.1), αν αγνοηθεί η απόσβεση.

(β) Το πλαίσιο με το μηχάνημα εκτός λειτουργίας (δηλ. σε ηρεμία), υπόκειται σε αρμονικό εδαφικό κραδασμό μέγιστης εδαφικής επιτάχυνσης A_G = 4m/sec^2. Να προσδιορισθεί η απαιτούμενη συχνότητα της εδαφικής κίνησης ω_G(rad/sec), ώστε να προκληθούν τα εντατικά μεγέθη του ερωτήματος (α.2).

Λύση

m = (18*6+50)/9,81 = 16.106 tn,

$k = k_{AB}+k_{\Delta\Gamma} = 12\cdot 2.1\cdot 10^7\cdot 0.4^4/12\cdot(1/5^3+1/3^3) = 4300,8+19911,11 = 24211.91$ kN/m

$\omega_o = (24211,91/16,106)^{1/2} = 38.772$ rad/sec και $T_0 = 2\cdot\pi/38.772 = 0.162$ sec

(α)

(α1) u(t) = uc(t) + up(t). Για ξ = 5% > 0 → uc(t) = μεταβατική, ενώ η up(t) = παραμένουσα

<u>Τυπολόγιο</u> → up(t) = (S1 sin $\tilde{\omega}$t + S2 cos $\tilde{\omega}$t) όπου $S1 = ust\cdot(1-\beta^2)\cdot D^2$, $S2 = ust\cdot(-2\xi\beta)\cdot D^2$

Από την ταυτότητα $\sin(\tilde{\omega}t+\theta) = \sin(\tilde{\omega}t)\cdot\cos\theta + \cos(\tilde{\omega}t)\cdot\sin\theta$, προκύπτει ότι αν $S1 = \rho\cdot\cos\theta$ & $S2 = \rho\cdot\sin\theta$ → up(t) = (S1 sin$\tilde{\omega}$t + S2 cos$\tilde{\omega}$t) = $\rho\cdot\sin(\tilde{\omega}t+\theta)$, όπου $\rho = (S1^2+S2^2)^{1/2} = ust\cdot D$, $\sin\theta = S2/\rho$, $\cos\theta = S1/\rho$

Σύμφωνα με την εκφώνηση λαμβάνουμε υπόψη <u>μόνο την παραμένουσα</u> ταλάντωση με περιορισμό στην πρώτη παράγωγο (ταχύτητα): $u'p(t) = \tilde{\omega}\cdot\rho\cdot\cos(\tilde{\omega}t+\theta)$, με μέγιστο → $\max[u'p(t)] = \tilde{\omega}\cdot\rho = \tilde{\omega}\cdot ust\cdot D$

Εδώ, $\tilde{\omega}$ = 30 rad/sec, β = 30/38.772 = 0.774, ust = Po/k = Po/24211.91,

$D = \{(1-0,774^2)^2 + (2\cdot 0,774\cdot 0,05)^2\}^{-1/2} = 2.447$

Οπότε, $\max[u'p(t)] = \tilde{\omega}\cdot ust\cdot D = 30\cdot(Po/24211.91)\cdot 2.447 = (3.032\cdot 10^{-3})\cdot Po$

Σύμφωνα με τον περιορισμό $\max[u'p(t)] \le 10cm/sec = 0.1m/sec$ → $(3.032\cdot 10^{-3})\cdot Po \le 0.1$ →

Po ≤ 32.98kN

(α2) Η τιμή φορτίου Po = 32.98 kN προκαλεί $\max[u'p(t)]= 0.1$ m/sec = $\tilde{\omega}\cdot\rho$ και συνεπώς το εύρος (μέγιστο) της παραμένουσας ταλάντωσης είναι $\rho = 0.1/30 = 3.33\cdot 10^{-3}$ m.

$V_{AB} = 4300,8\cdot 3.33\cdot 10^{-3}$ = **14,32kN** → $M_{AB} = 14,32\cdot 5/2$ = **35.8kNm**

$V_{\Delta\Gamma} = 19911,11\cdot 3.33\cdot 10^{-3}$ = **66,30kN** → $M_{\Delta\Gamma} = 66,30\cdot 3/2$ = **99.5kNm**

(α3) Η απουσία απόσβεσης επιφέρει σημαντικές διαφορές καθώς τώρα πια <u>δεν υπάρχει μεταβατική συνιστώσα</u>, αλλά και οι δύο είναι <u>παραμένουσες</u>. Οπότε θα πρέπει να λάβουμε υπόψη <u>την πλήρη λύση</u> u(t) = uc(t) + up(t), όπου

$uc(t) = e^{-\xi\omega 0t}(A\cos\omega dt + B\sin\omega dt)$ → (για ξ =0), uc(t) = A cosωot + B sinωot και

u'c(t) = -ωo·A sinωot + ωo·B cosωot

up(t) = (S1 sin $\tilde{\omega}$t + S2 cos $\tilde{\omega}$t) όπου $S1 = ust\cdot(1-\beta^2)\cdot D^2$, $S2 = ust\cdot(-2\xi\beta)\cdot D^2$ →

(για ξ =0), up(t) = S1 sin $\tilde{\omega}$t, με u'p(t) = $\tilde{\omega}$·S1 cos $\tilde{\omega}$t

Για u(0) = u'(0) = 0 και δεδομένου ότι uc(0) = A, u'c(0) = ωo· B, up(0) = 0, u'p(0) = $\tilde{\omega}$·S1 →

u(0) = uc(0) + up(0) →0 = A + 0 → A = 0,

$u'(0) = u'c(0) + u'p(0) \rightarrow 0 = \omega o \cdot B + S1 \rightarrow B = -\tilde{\omega} \cdot S1/\omega o$

Άρα $u'c(t) = \omega o \cdot B \cos\omega ot = \omega o\,(-\tilde{\omega} \cdot S1/\omega o) \cos\omega ot = -\tilde{\omega} \cdot S1 \cos\omega ot$

Επομένως, εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης είναι: $u'(t) = u'c(t) + u'p(t) = -\tilde{\omega} \cdot S1 \cos\omega ot + -\tilde{\omega} \cdot S1 \cos \tilde{\omega} t = S1 (\cos \tilde{\omega} t - \cos\omega ot) \leq \tilde{\omega} \cdot S1\,(1+1) = 2 \cdot \tilde{\omega} \cdot S1 = \max[u'(t)]$

[Πράγματι, για $t = 0.405$sec, $\cos(30t) = 0.916$, $\cos(38.772t) = -1$]

$S1 = ust \cdot (1-\beta^2)*D^2 \rightarrow$ (για $\xi = 0$), $S1 = (Po/k)/(1-\beta^2)$

Θέτοντας $k = 24211.91$, $\beta = 0.774 \rightarrow S1 = Po \cdot 1.03 \cdot 10^{-4} \rightarrow \max[u'(t)] = 2 \cdot \tilde{\omega} \cdot S1 = 2 \cdot 30 \cdot Po \cdot 1.03 \cdot 10^{-4} = Po \cdot 6.18 \cdot 10^{-3} \leq 0.1$m/sec $\rightarrow (6.18 \cdot 10^{-3}) \cdot Po \leq 0.1 \rightarrow$ **$Po \leq 16.18$kN**

(β)

Η εδαφική επιτάχυνση προκαλεί δρώσα δύναμη: $P_{ef} = - m \cdot A_G \cdot \sin(\omega_G \cdot t) = -16{,}106 \cdot 4 \cdot \sin(\omega_G \cdot t) = -64{,}42 \cdot \sin(\omega_G \cdot t) \rightarrow$ (κατ' απόλυτη τιμή) $u_{st} = 64.42/24211.91 = 2.66 \cdot 10^{-3}$m

Για να προκύψουν τα ίδια εντατικά μεγέθη (ανάλογα δυσκαμψίας & μετατόπισης) με το ερώτημα (α.2) πρέπει και εδώ το εύρος παραμένουσας ταλάντωσης να είναι $\rho = 3.33 \cdot 10^{-3}$ m.

Άρα η τιμή – στόχος για $D = \rho/u_{st} = 3.33/2.66 = 1.252 \rightarrow 1/D^2 = 0.638 = (1-\beta^2)^2 + (2 \cdot 0{,}05 \cdot \beta)^2 \rightarrow$ (για $x = \beta^2$), $x^2 - 1.99x + 0.362 = 0 \rightarrow x_{1,2} = 0.20, 1.79 \rightarrow \beta_{1,2} = 0.447, 1.337 \rightarrow$

$\omega_{G1,2}$ (rad/sec)= 17.33, 51.84 → (2 αποδεκτές λύσεις – αναμενόμενο?