*ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ*
*ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ*
*ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ*
*ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΉΣ*

# ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

## Ενότητα 4.

Χαράλαμπος Π. Στρουθόπουλος
Καθηγητής



ΙούΛιος 2015

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

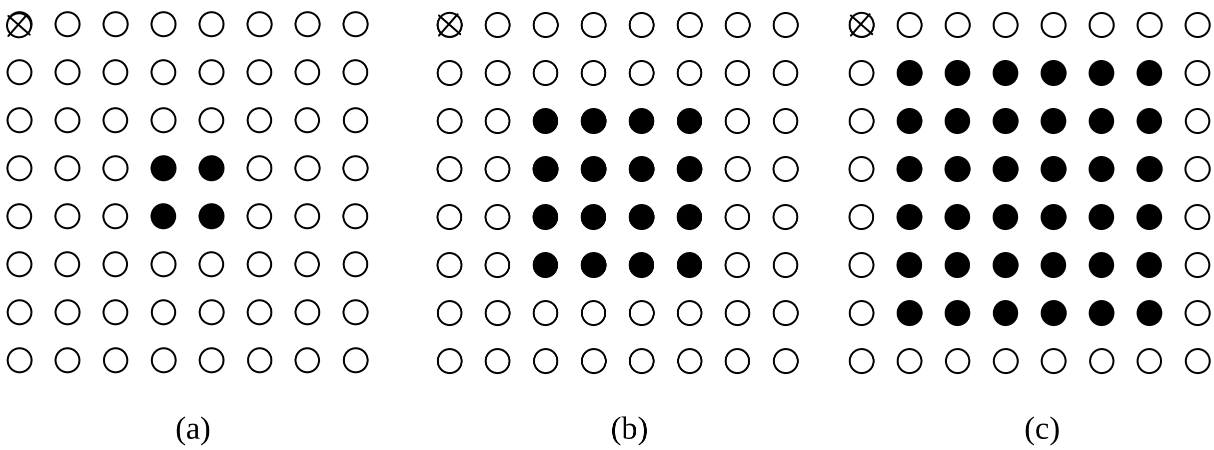
# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΔΥΑΔΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΩΝ

Μία προσπάθεια ακριβούς ερμηνείας του όρου μορφολογία μπορεί να οδηγήσει αρχικά στον ορισμό ότι αυτή ασχολείται με τη μορφή και τη δομή ενός αντικειμένου και τις αλληλοσυσχετίσεις μεταξύ των μερών του. Ειδικά, η ψηφιακή μορφολογία αποσκοπεί στη περιγραφή και την ανάλυση της μορφής ενός ψηφιακού αντικειμένου. Η μορφολογία έχει σχέση με το σχήμα και η ψηφιακή μορφολογία είναι ένας τρόπος να αναλύσουμε το σχήμα ενός ψηφιακού αντικειμένου. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με μορφολογικές πράξεις που αφορούν δυαδικές ψηφιακές εικόνες. Υπενθυμίζουμε στον αναγνώστη ότι μία ψηφιακή δυαδική εικόνα είναι ουσιαστικά ένα δυσδιάστατο διακριτό σήμα που παίρνει μόνο δύο τιμές. Η μετατροπή μιας εικόνας σε ψηφιακή μορφή ουσιαστικά απαιτεί την μετατροπή ενός δυσδιάστατου αναλογικού σήματος σε ψηφιακό και απαιτεί τις διαδικασίες της δειγματοληψίας και του κβαντισμού. Σ' αυτήν την περίπτωση, κάθε εικονοστοιχείο (picture element, pixel) μπορεί να χρωματιστεί με ένα από δύο χρώματα (συνήθως άσπρο ή μαύρο). Για κάθε εικονοστοιχείο απαιτείται ένα bit πληροφορίας, π.χ. με τιμή μηδέν (0) για το μαύρο και ένα (1) για λευκό. Οι εικόνες των εγγράφων που αποτελούνται μόνο από το χρώμα του χαρτιού και της μελάνης αναπαρίστανται σε δυαδική ψηφιακή μορφή.

Η επιστήμη της ψηφιακής μορφολογίας είναι σχετικά πρόσφατη και ξεκινά από τότε που οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έκαναν εφικτή μια τέτοια προσπάθεια. Από την άλλη τα μαθηματικά που απαιτούνται είναι μόνο η θεωρία συνόλων που είναι μια γνωστή επιστημονικοί περιοχή. Η βασική ιδέα που «κρύβεται» κάτω από την ψηφιακή μορφολογία είναι ότι οι εικόνες αποτελούνται από εικονοστοιχεία ( pixels, picture-elements ) σε ομάδες των οποίων συγκεκριμένες μορφολογικές πράξεις μπορούν να οδηγήσουν στην αναγνώριση και στην καταμέτρηση των σχημάτων στα οποία ανήκουν.

Οι δυαδικές μορφολογικές λειτουργίες ορίζονται σε εικόνες δύο αποχρώσεων, (bi-level, δυαδικές) δηλαδή εικόνες που αποτελούνται από μαύρα ή άσπρα pixel μόνο. Για παράδειγμα στην εικόνα (a) του σχήματος 1.. το σύνολο των μαύρων pixel διαμορφώνει ένα τετραγωνικό αντικείμενο. Το αντικείμενο στο σχήμα (b) είναι επίσης τετραγωνικό, αλλά είναι μεγαλύτερο προς όλες τις κατευθύνσεις κατά ένα pixel. Προέκυψε από το τετράγωνο (α) μαυρίζοντας κάθε λευκό pixel του που έχει ένα τουλάχιστον γειτονικό με μαύρο χρώμα.. Αυτό με όρους ψηφιακής μορφολογίας ισοδυναμεί με μια απλή ψηφιακή διαστολή και ονομάζεται έτσι επειδή αναγκάζει το αρχικό αντικείμενο να γίνει μεγαλύτερο. Το σχήμα (c) δείχνει το αποτέλεσμα της διαστολής του σχήματος (b) κατά ένα ακόμη pixel, το οποίο είναι το ίδιο διαστέλλοντας την (a) κατά δύο pixels.




**Σχήμα 1.**

Προβλήματα όπως η εξαγωγή μαύρων ή λευκών ανεπιθύμητων στιγμάτων λόγω θορύβου, ο εντοπισμός συγκεκριμένων μορφών στην εικόνα, ο έλεγχος ύπαρξης συγκεκριμένης υφής και η αποκατάσταση ατελειών σε περιγράμματα και μορφές βρίσκουν ικανοποιητικές λύσεις με την εφαρμογή μορφολογικών τεχνικών.

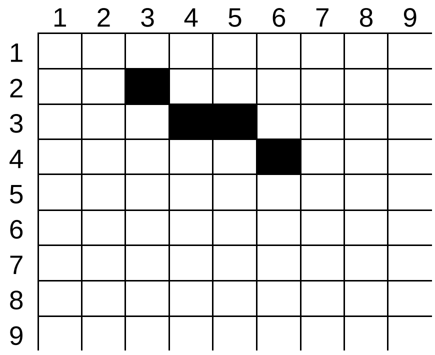
Οι βασικότερες μορφολογικές πράξεις που θα αναλύσουμε παρακάτω είναι οι:

- Μεταφορά (Translation)
- Ανάκλαση (Reflection)
- Συμπλήρωμα (Complement)
- Τομή (Intersection)
- Ένωση (Union)
- Διαφορά (Difference)

- Διαστολή (Dilation)
- Διάβρωση (Erosion)
- Άνοιγμα (Opening)
- Κλείσιμο (Closing)

Πριν περάσουμε στην αναλυτική περιγραφή των επόμενων κεφαλαίων θα αναφέρουμε εδώ βασικές μαθηματικές έννποιες και σημειογραφία που θα χρησιμοποιηθούν. Οι ορισμοί των μορφολογικών πράξεων βασίζονται στην θεωρία συνόλων [ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β]. Για την μαθηματική περιγραφή των ανωτέρω μορφολογικών πράξεων, θα χρησιμοποιήσουμε βασικές έννοιες της θεωρίας συνόλων. Το διατεταγμένο ζεύγος (k,j), $k, j \in Z$ των συντεταγμένων ενός εικονοστοιχείου μιας ψηφιακής, δυαδικής εικόνας θα αποτελεί στοιχείο του συνόλου στα οποία θα αναφερθούμε. Το διατεταγμένο αυτό ζεύγος θα απεικονίζεται με ένα έντονο πεζό γράμμα

Για παράδειγμα το σύνολο **A** των εικονοστοιχείων που αποτελούν την μορφή M του παρακάτω σχήματος




**Σχήμα 2.**

είναι:

**A**={(3,2),(4,3),(5,3),(6,4,} (αναγραφή)

ή

$\mathbf{A} = \{c | c \in M\}$ (περιγραφή).

## 4.1 Μεταφορά (Translation)

Η μεταφορά του συνόλου **A** στο σημείο **x** ορίζεται ως:

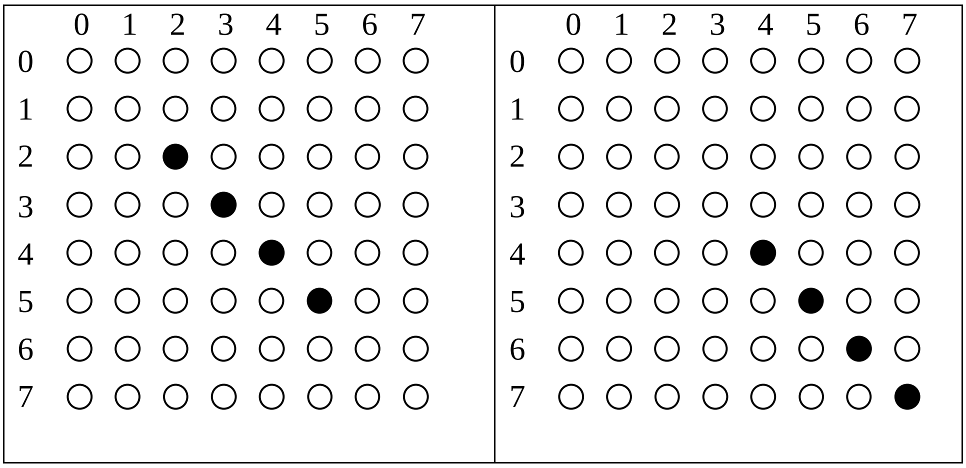
$$(\mathbf{A})_{\mathbf{X}} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} = a + x,\ a \in \mathbf{A}\} \qquad (1)$$

Για παράδειγμα, εάν το x είναι (2,2), τότε το πρώτο (πάνω αριστερά) pixel του $\mathbf{A}_{\mathbf{x}}$ θα ήταν (2,2) + (2,2) = (4,4). Σ' αυτήν την περίπτωση όλα τα εικονοστοιχεία μετατοπίζονται κατά δύο (2) σειρές και κατά δύο (2) στήλες. Στο ακόλουθο Σχήμα 3 φαίνεται η εφαρμογή της προηγούμενης πράξης μεταφοράς κατά (2,2), μιας μορφής που περιγράφεται από το σύνολο:

**A**={ (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) }

και το αποτέλεσμά της

$(\mathbf{A})_{(2,2)}$= { (4,4), (5,5), (6,6), (7,7) }.




**A** $(\mathbf{A})_{(2,2)}$

Σχήμα 3.

## 4.2 Ανάκλαση (Reflection)

Η ανάκλαση του συνόλου **A** ορίζεται ως:

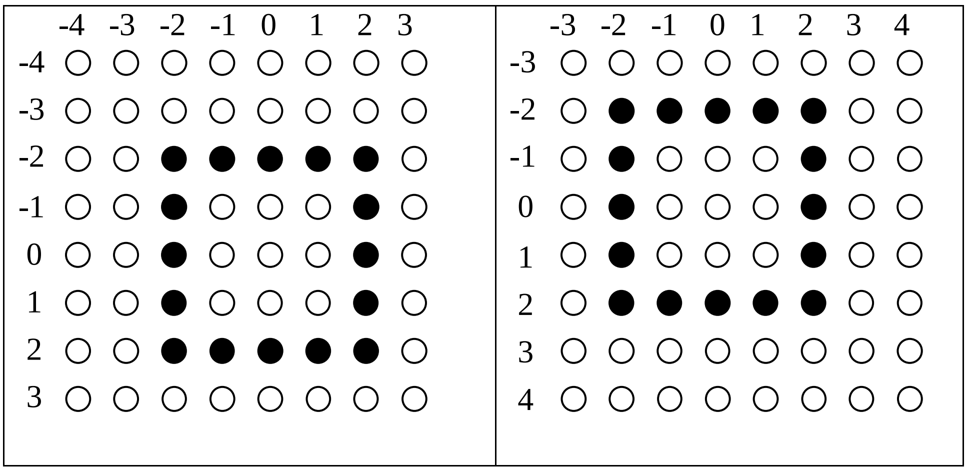
$$\hat{\mathbf{A}} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} = -a,\ a \in \mathbf{A}\} \tag{2}$$

Η ανάκλαση έχει ως αποτέλεσμα την περιστροφή του αντικειμένου **A** κατά 180° γύρω από την αρχή των αξόνων. Με τον τρόπο αυτό παράγεται μια κατοπτρική εικόνα της αρχικής. Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε την μορφή του Σχήματος 4 τότε:

**A** = { (2,2), (2,1), (2,0), (2,-1), (2,-2), (1,2), (1,-2), (0,2), (0,-2), (-1,2), (-1,-2), (-2,2), (-2,1), (-2,0), (-2,-1), (-2,-2) }

και

$\hat{\mathbf{A}}$ = { (-2,-2), (-2,-1), (-2,0), (-2,1), (-2,2), (-1,-2), (-1,2), (0,-2), (0,2), (1,-2), (1,2), (2,-2), (2,-1), (2,0), (2,1), (2,2) }




**A** $\hat{\mathbf{A}}$

Σχήμα 4.

## 4.3 Συμπλήρωμα (Complement)

Το συμπλήρωμα του συνόλου **A** είναι το σύνολο των pixel που δεν ανήκουν στο **A** και ορίζεται ως:

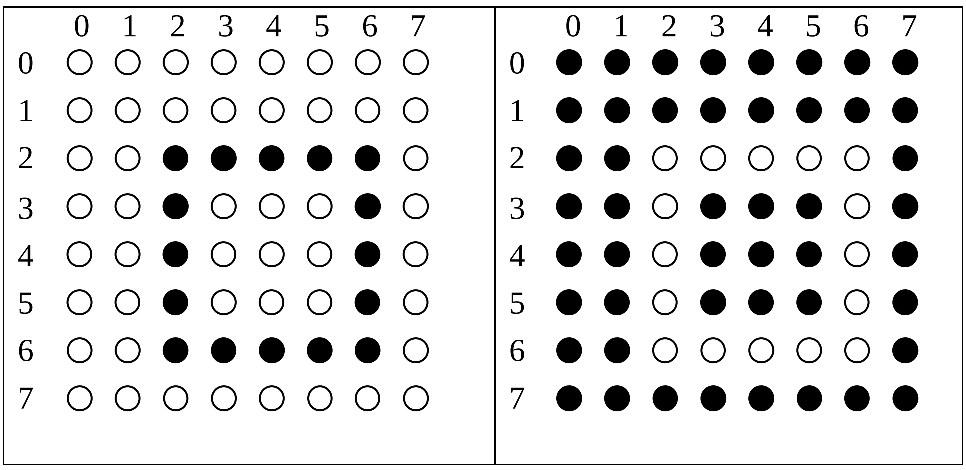
$$\mathbf{A}^c = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} \notin \mathbf{A}\} \qquad (3)$$

Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε την μορφή του Σχήματος 5 τότε

**A**={ (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6), (3,6), (4,6), (5,6) }

και

$\mathbf{A}^c$ ={ (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (0,6), (0,7), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (2,0), (2,1), (2,7), (3,0), (3,1), (3,3), (3,4), (3,5), (3,7), (4,0), (4,1), (4,3), (4,4), (4,5), (4,7), (5,0), (5,1), (5,3), (5,4), (5,5), (5,7), (6,0), (6,1), (6,7), (7,0), (7,1), (7,2), (7,3), (7,4), (7,5), (7,6), (7,7) }




**A** $\qquad$ $\mathbf{A}^c$

Σχήμα 5

## 4.4 Τομή (Intersection)

Η τομή των δύο συνόλων **A** και **B** είναι το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν και στα δύο, (στο A και στο B) και ορίζεται ως:

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} \quad ((c \in \mathbf{A}) \wedge (c \in \mathbf{B}))\} \qquad (4)$$

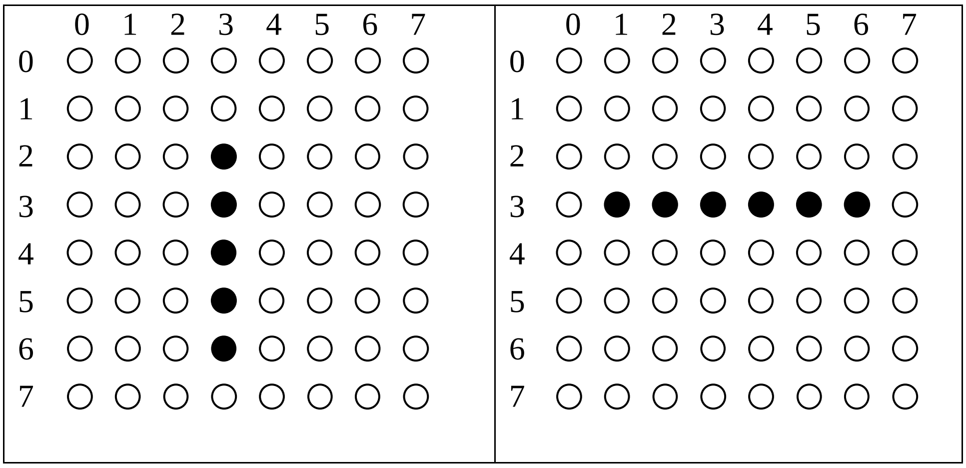
Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε το Σχήμα 6 τότε:

**A**={ (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3) }

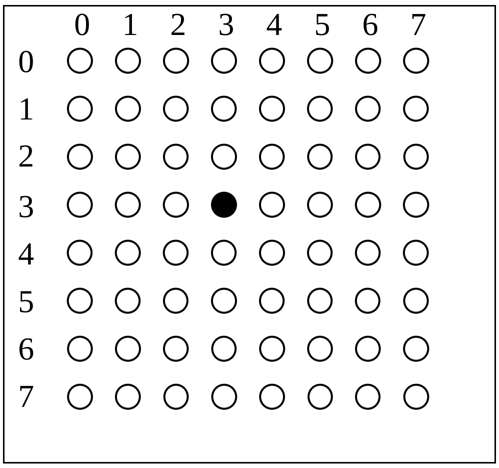
**B=**{ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) }

και το αποτέλεσμά της

**A** $\cap$ **B** ={ (3,3) }




**A** **B**




**A** $\cap$ **B**

Σχήμα 6.

## 4.5 Ένωση (Union)

Η ένωση δύο συνόλων **A** και **B** είναι το σύνολο των pixel που ανήκουν ή στο **A** ή στο **B** ή και στα δύο και ορίζεται ως:

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \left\{ \mathbf{c} \,\middle|\, \mathbf{c} \quad \left( \left( \mathbf{c} \in \mathbf{A} \right) \vee \left( \mathbf{c} \in \mathbf{B} \right) \right) \right\} \qquad (5)$$

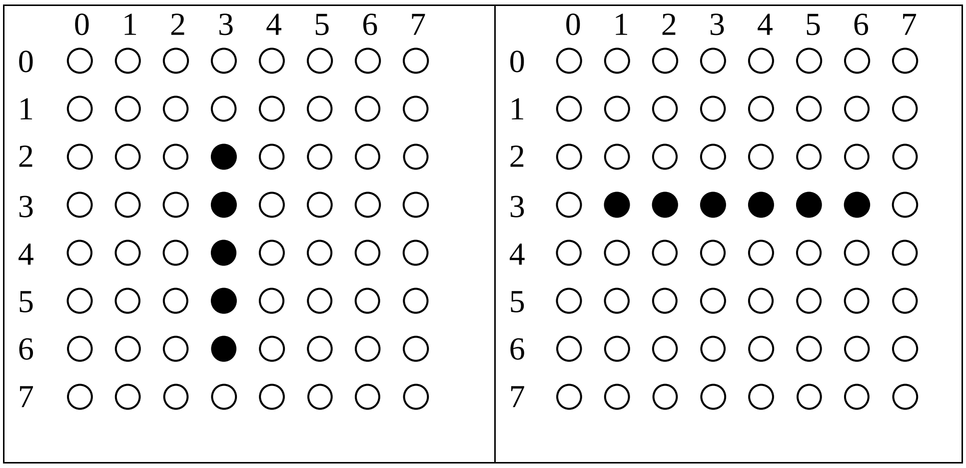
Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε τις εικόνες του Σχήματος 7 τότε:

**A**={ (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3) }

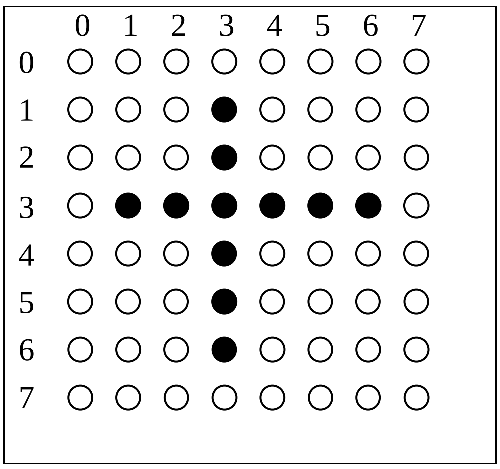
**B=**{ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) }

και το αποτέλεσμά της

**$\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ =**{ (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3)  (3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6) }



**A** **B**



**$\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$**

Σχήμα 7

## 4.6 Διαφορά (Difference)

Η διαφορά μεταξύ του συνόλου **A** και **B** είναι:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} \ ((\mathbf{c} \in \mathbf{A}) \wedge (\mathbf{c} \notin \mathbf{B}))\} \tag{6}$$

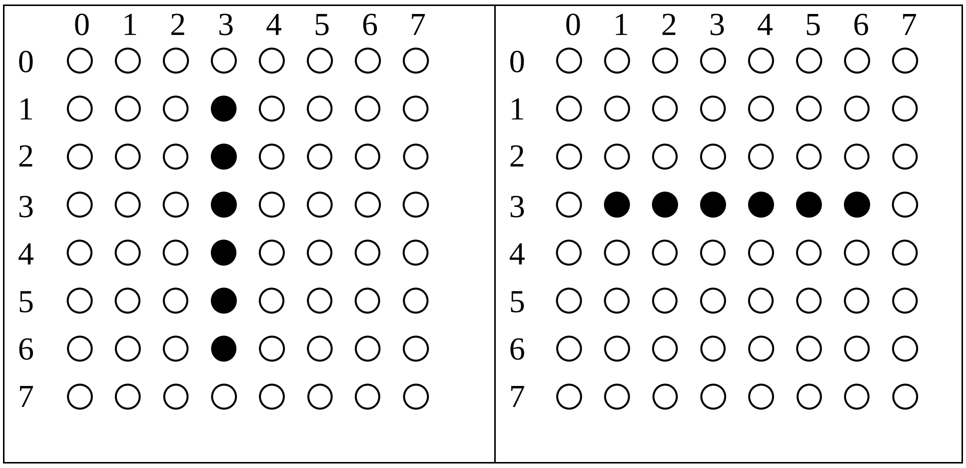
η οποία είναι το σύνολο των pixel που ανήκουν στο **A** αλλά όχι και στο **B**. Αυτό είναι ακριβώς η τομή του **A** με το συμπλήρωμα του **B** ή $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}^{\mathbf{c}}$. Αν για παράδειγμα θεωρήσουμε τις εικόνες του Σχήματος 8 τότε :

**A**={ (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3) }

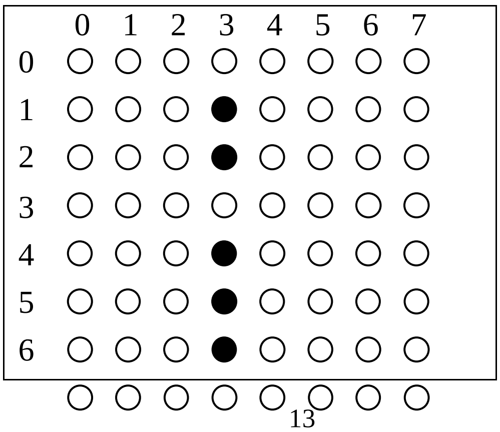
**B=**{ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) }

και το αποτέλεσμά της

**A – B =**{ (2,3), (4,3), (5,3), (6,3) }



**A** **B**



7

**A – B**

Σχήμα 8.

## 4.7 Διαστολή (Dilation)

Η διαστολή ορίζεται ως:

$$\mathbf{A} \oplus \mathbf{B} = \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} = a + b,\ \ a \in \mathbf{A},\ b \in \mathbf{B}\} \qquad (7)$$

όπου το **A** περιγράφει την αρχική εικόνα και το **B** είναι ένα δεύτερο σύνολο pixels που επενεργεί επί του **A** για να παράγει το τελικό αποτέλεσμα. Το σύνολο **B** ονομάζεται στοιχείο δόμησης (Σ.Δ., SE: Structuring Element) ή δομικό στοιχείο ή πυρήνας (kernel) και καθορίζει την επίδραση της διαστολής στην αρχική εικόνα. Όσο πιο μεγάλο είναι το Δ., τόσο πιο «έντονη» θα είναι η επίδρασή του.

Για να γίνει πιο κατανοητό, υποθέτουμε ότι το **A** είναι το σύνολο του σχήματος 9(a) και το **B** είναι το σύνολο { (0,0) (0,1) }.

Το αποτέλεσμα είναι: $\mathbf{A}_{(0,0)}$

(3,3) + (0,0) = (3,3) (3,4) + (0,0) = (3,4)

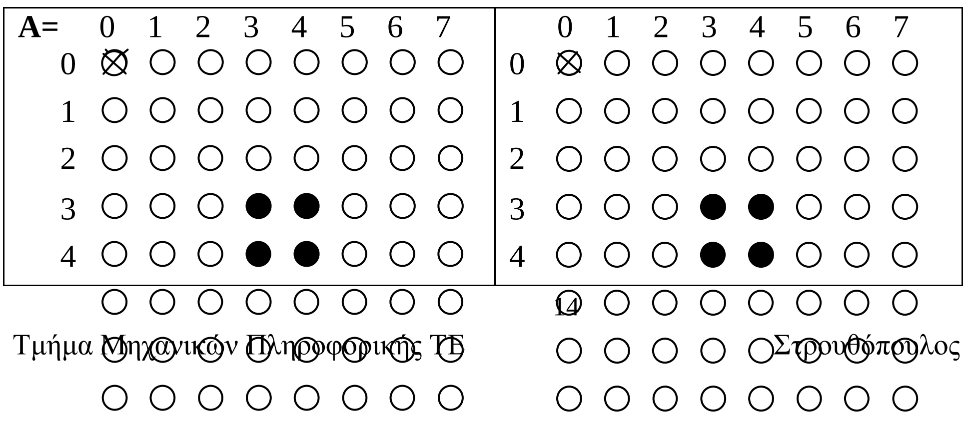
(4,3) + (0,0) = (4,3) (4,4) + (0,0) = (4,4)

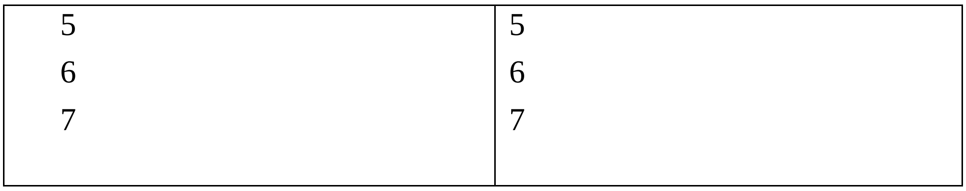
Το αποτέλεσμα του $\mathbf{A}_{(0,1)}$ είναι:

(3,3) + (0,1) = (3,4) (3,4) + (0,1) = (3,5)

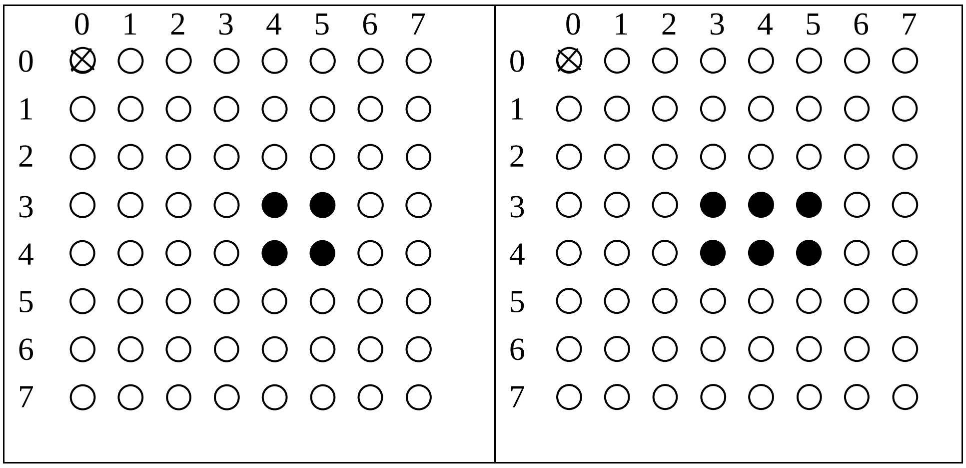
(4,3) + (0,1) = (4,4) (4,4) + (0,1) = (4,5)

Το σύνολο (c) είναι το αποτέλεσμα της διαστολής του συνόλου **A**, χρησιμοποιώντας το Δ. **B**. Το Σχήμα 9 επεξηγεί αυτήν τη λειτουργία, την επίδραση της διαστολής.






(a) (b)




(c) (d)

B= ⊗ ● δομικό στοιχείο (ΔΣ)

**Σχήμα 9** Διαστολή του συνόλου **A** από το σύνολο **B**

(a) Σύνολο **A** (εικόνα εισαγωγής)

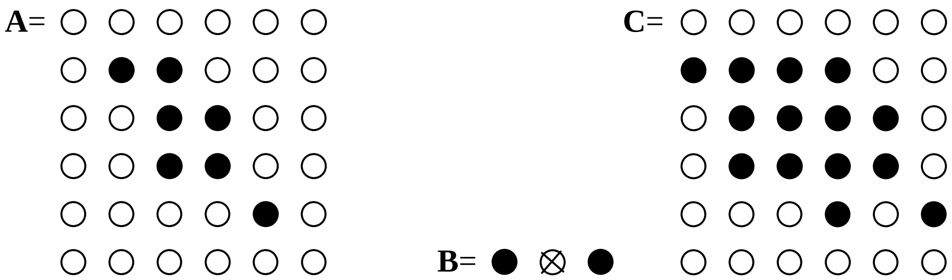
(b) Το αποτέλεσμα $\mathbf{A}_{(0,0)}$

(c) Το αποτέλεσμα $\mathbf{A}_{(0,1)}$

(d) Η ένωση των δύο συνόλων (Σχήμα 9(b) και 9(c)) είναι το αποτέλεσμα της διαστολής (εικόνα εξαγωγής)

Τα pixel που μαρκάρονται με ένα “X”, είτε άσπρο είτε μαύρο, αντιπροσωπεύουν το όρισμα της κάθε εικόνας. Η θέση του ορίσματος είναι σημαντική. Στο παραπάνω παράδειγμα, εάν το όρισμα του **B** ήταν δεξιά των δύο pixel, τότε το **B** θα ήταν { (0,-1) (0,0)}.

Στο επόμενο παράδειγμα, εξετάζουμε το αντικείμενο και το Σ.Δ. που παρουσιάζεται στο Σχήμα 10. Σ’ αυτήν την περίπτωση, το όρισμα του ΣΔ **B** είναι ένα άσπρο pixel, που υπονοεί ότι το όρισμα δεν συμπεριλαμβάνεται στο σύνολο **B**.




Σχήμα 10 Διαστολή από ένα Σ.Δ. στο οποίο δεν περιλαμβάνεται το όρισμα.

Το σύνολο **A** ισούται με { (1,1) (1,2) (2,2) (2,3) (3,2) (3,3) (4,4) }
και το Σ.Δ **B** ισούται με { (0,-1) (0,1) }

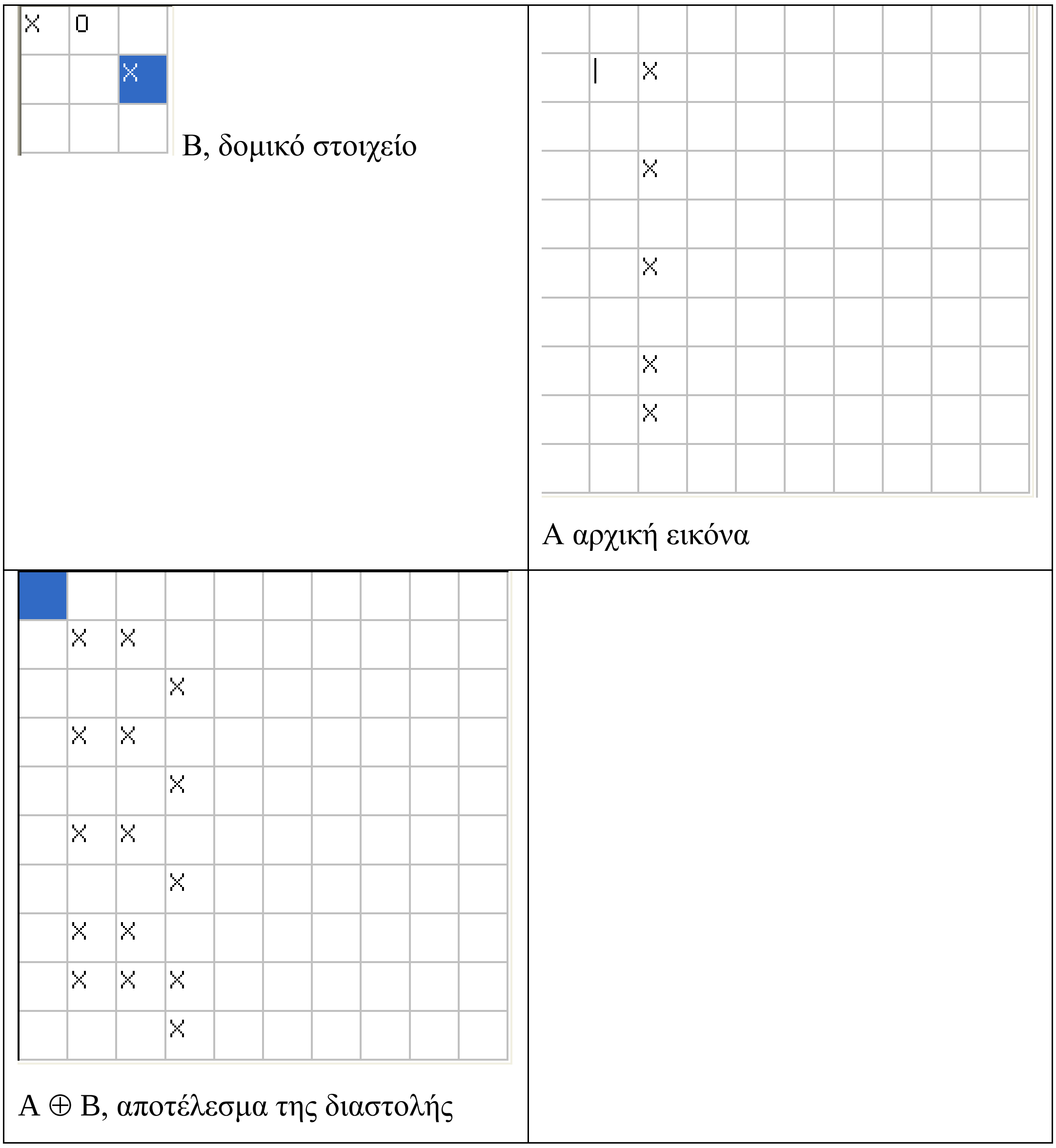
Το αποτέλεσμα του $\mathbf{A}_{(0,-1)}$ είναι:

(1,1) + (0,-1) = (1,0)
(1,2) + (0,-1) = (1,1)
(2,2) + (0,-1) = (2,1)
(2,3) + (0,-1) = (2,2)
(3,2) + (0,-1) = (3,1)
(3,3) + (0,-1) = (3,2)
(4,4) + (0,-1) = (4,3)

Το αποτέλεσμα του $A_{(0,1)}$ είναι:

(1,1) + (0,1) = (1,2)
(1,2) + (0,1) = (1,3)
(2,2) + (0,1) = (2,3)
(2,3) + (0,1) = (2,4)
(3,2) + (0,1) = (3,3)
(3,3) + (0,1) = (3,4)
(4,4) + (0,1) = (4,5)

Επειδή ισχύει ότι **α**+**b** = **b**+**a** συμπεραίνουμε ότι η διαστολή είναι αντιμεταθετική πράξη. Με βάση αυτό μπορούμε να την ερμηνεύσουμε λέγοντας ότι το δομικό στοιχείο μεταφέρεται «κρατώντας» το από το όρισμα σε κάθε θέση που ορίζουν τα εικονοστοιχεία της αρχικής εικόνας. Στο παράδειγμα του Σχήματος11 φαίνεται η ερμηνεία αυτή.




Σχήμα 11.

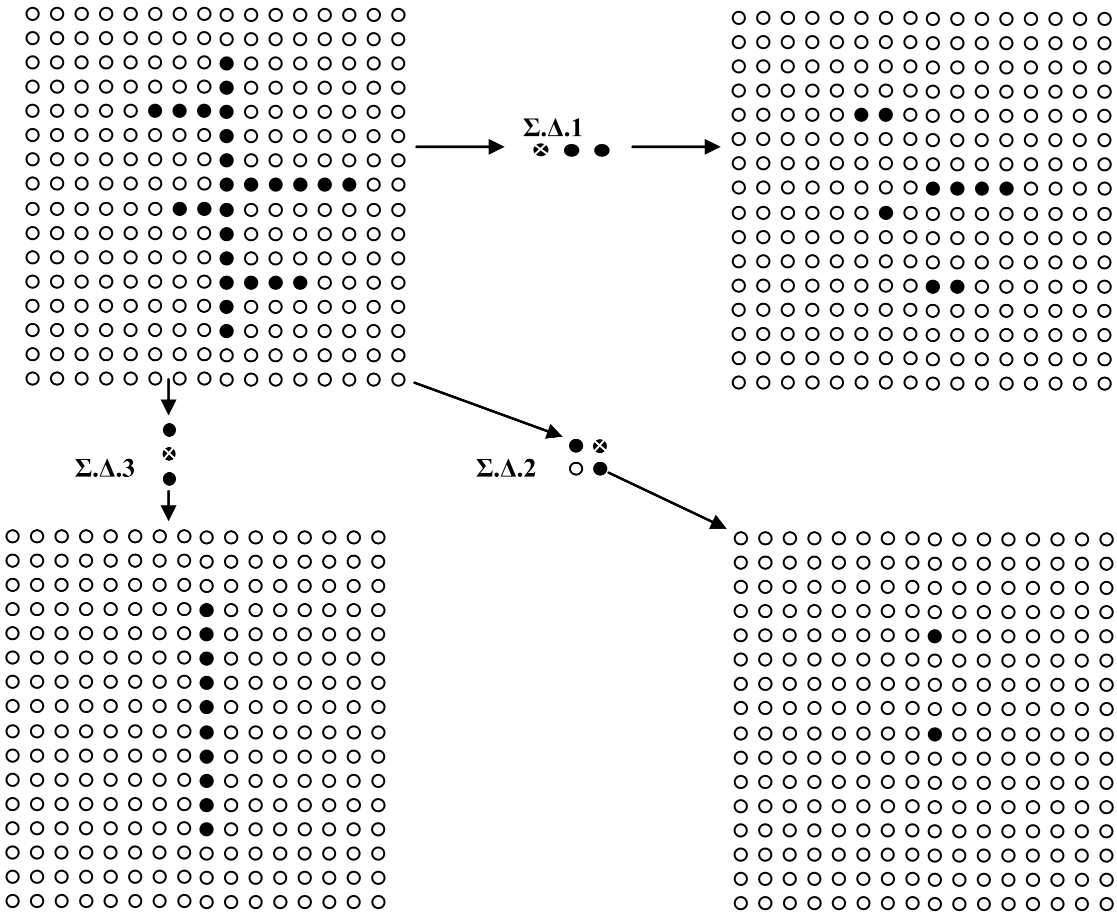
## 4.8 Διάβρωση (Erosion)

Εάν η διαστολή προσθέτει pixel σ’ ένα αντικείμενο ή το καταστεί μεγαλύτερο, τότε η διάβρωση θα το καταστήσει μικρότερο.

Η διάβρωση ορίζεται ως:

$$\mathbf{A}\Theta\mathbf{B} = \left\{\mathbf{c} \mid (\mathbf{B})_c \subseteq \mathbf{A}\right\} \qquad (8)$$

Συνεπώς, είναι το σύνολο όλων των pixel στα οποία αν μεταφερθεί το στοιχείο δόμησης **B** τα εικονοστοιχεία της μεταφοράς είναι στοιχεία του **A**. Οποιαδήποτε pixels του συνόλου **A** που δεν ταιριάζουν με το σχέδιο (πατρόν) το οποίο καθορίζεται από τα μαύρα pixel του Σ.Δ., δεν θα ανήκουν στο αποτέλεσμα. Δηλαδή, τα μαύρα pixel του Σ.Δ. πρέπει να αντιστοιχούν στα μαύρα pixel της εικόνας εισαγωγής, προκειμένου να εμφανιστεί το όρισμα στο αποτέλεσμα (εικόνα εξαγωγής). Όσο πιο μεγάλο είναι το Σ.Δ., τόσο πιο ακραία είναι η επίδρασή του. Το παρακάτω παράδειγμα θα μας βοηθήσει να γίνει πιο κατανοητή η παράξη της διάβρωσης.




Σχήμα 12: Παραδείγματα διάβρωσης από 3 διαφορετικά στοιχεία δόμησης (Σ.Δ.).

Το πρώτο ΣΔ αποτελείται από 3 μαύρα pixels. Το όρισμα μόλις «πατήσει» στο πρώτο μαύρο pixel που θα βρει (π.χ. j=2, k=8), θα ελέγξει αν το «πατρόν» του «ταιριάζει», δηλαδή αν από τα δεξιά του έχει άλλα 2 μαύρα pixel. Αν δεν έχει, τότε το pixel που ταυτίζεται με το όρισμα δεν θα εμφανιστεί στο αποτέλεσμα, όπως στο παράδειγμα. Στην αντίθετη περίπτωση, το πατρόν ταιριάζει και το pixel θα εμφανιστεί στην αντίστοιχη θέση της εικόνας εξαγωγής. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι το pixel της γραμμής j= 4 και στήλης k=5.

Το δεύτερο ΣΔ. αποτελείται από 4 pixels, από τα οποία το ένα είναι άσπρο. Το όρισμα μόλις 'πατήσει' στο μαύρο pixel της θέσης j=4 και k=8, θα ελέγξει αν υπάρχουν μαύρα pixel από αριστερά και από κάτω. Διαγωνίως δεν μας ενδιαφέρει γιατί το pixel είναι άσπρο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το πατρόν ταιριάζει, συνεπώς το αντίστοιχο pixel της θέσης του ορίσματος θα εμφανιστεί στην αντίστοιχη θέση στην εικόνα εξαγωγής.

Το τρίτο ΣΔ ενεργεί με ανάλογο τρόπο με το πρώτο ΣΔ αλλά κατά την κάθετη διεύθυνση

## 4.9 Άνοιγμα (Opening)

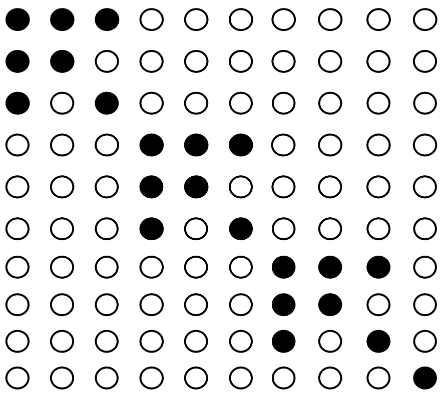
Όπως έχουμε δει, η διαστολή επεκτείνει τα στοιχεία μιας εικόνας και η διάβρωση τα συρρικνώνει. Η εφαρμογή μιας διάβρωσης πάνω σε μια εικόνα, ακολουθούμενη αμέσως από μια διαστολή χρησιμοποιώντας  το ίδιο δομικό στοιχείο αναφέρεται ως λειτουργία *Opening*. Ο όρος *Opening* είναι περιγραφικός και τείνει "να ανοίξει" τα μικρά χάσματα ή τα διαστήματα μεταξύ αντικειμένων που αγγίζονται σε μια εικόνα. .Το *Opening* γενικά λειαίνει το περίγραμμα ενός αντικειμένου, σπάει τους στενούς ισθμούς, και αποβάλλει τις λεπτές προεξοχές. Αυτή η επίδραση παρατηρείται ευκολότερα όταν χρησιμοποιείται ένα απλό στοιχείο δόμησης

Το *opening* του συνόλου **A** με δομικό στοιχείου το **B**, συμβολίζεται $\mathbf{A} \circ \mathbf{B}$, και ορίζεται ως

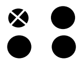
$$\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = \{(\mathbf{A} \Theta \mathbf{B}) \oplus \mathbf{B}\} \qquad (9)$$

Κατά συνέπεια, το *opening* του **A** από το **B** είναι η διάβρωση του **A** από **B**, ακολουθούμενη από μια διαστολή χρησιμοποιώντας  το ίδιο στοιχείο δόμησης **B**.

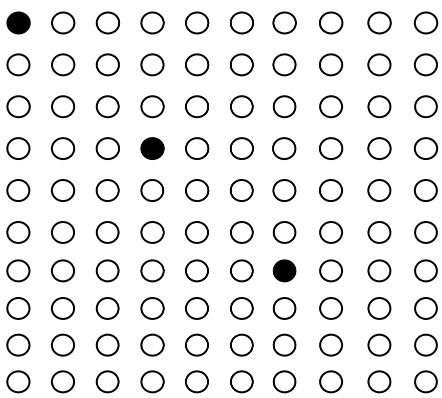
Για παράδειγμα ας εξετάζουμε το αντικείμενο και το Σ.Δ. που παρουσιάζεται στο Σχήμα 13.

**A**=


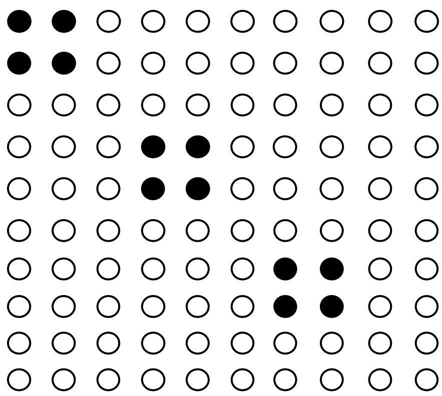
(a)

**B**=


(b)

**C**=


(c)

**D**=


(d)

Σχήμα 13

Σχήμα 13. Opening του συνόλου **A** από το σύνολο **B**

(a) Σύνολο **A** (εικόνα εισαγωγής)

(b) Στοιχείο δόμησης **B** (ΣΔ)

(c) Διάβρωση του συνόλου **A** από το ΣΔ **B**

(d) Διαστολή του συνόλου **C** από το ΣΔ **B**(εικόνα εξαγωγής)

Η λειτουργία ***opening*** ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

**(a)** $A \circ B$ είναι ένα υποσύνολο (υποεικόνα) του A

**(b)** Εάν C είναι ένα υποσύνολο του D, τότε $C \circ B$ είναι ένα υποσύνολο του $D \circ B$

**(c)** $(A \circ B) \circ B = A \circ B$ .

## 4.10 Κλείσιμο (Closing)

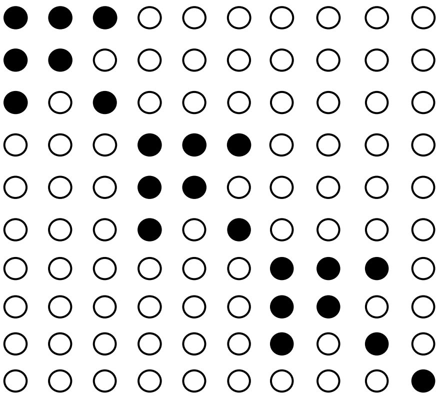
Η λειτουργία *closing* είναι παρόμοια με την *Opening* εκτός από ότι η διαστολή εκτελείται πρώτα, ακολουθούμενη από μια διάβρωση χρησιμοποιώντας το ίδιο δομικό στοιχείο. Εάν ένα *Opening* δημιουργεί μικρά κενά στην εικόνα, ένα C*losing* γεμίζει, ή ”κλείνει” τα κενά. Το *closing* γενικά τείνει να λειάνει τα τμήματα των περιγραμμάτων αλλά, σε αντιδιαστολή με το *Opening*, απαλείφει τα λεπτά σπασίματα και τους μακριούς λεπτούς κόλπους, αποβάλλει τις μικρές τρύπες, και γεμίζει τα κενά στο περίγραμμα.

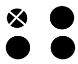
Το *closing* του συνόλου **A** με δομικό στοιχείου το **B**, συμβολίζεται **A•B**, και ορίζεται ως

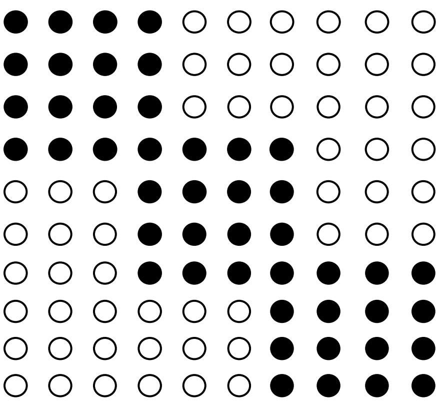
$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = \{(\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}) \Theta \mathbf{B}\} \qquad (10)$$

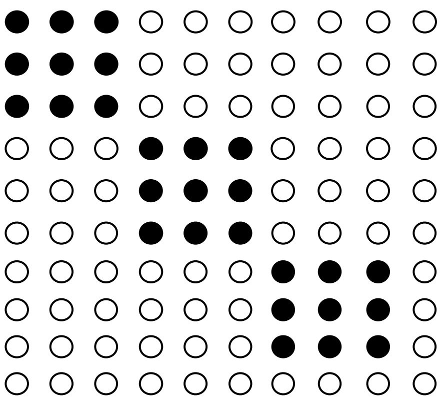
Δηλαδή, το *closing* του συνόλου **A** από το δομικό στοιχείο **B** είναι απλά η διαστολή του **A** από το **B**, ακολουθούμενη από τη διάβρωση του αποτελέσματος κατά **B**.

Για παράδειγμα ας εξετάζουμε το αντικείμενο και το Σ.Δ. που παρουσιάζεται στο Σχήμα 14.

**A=**

(a)

**B=**

(b)

**C=**

(c)

**D=**

(d)

Σχήμα 14.

Σχήμα 14. Closing του συνόλου **A** από το σύνολο **B**

(a) Σύνολο **A** (εικόνα εισαγωγής)

(b) Στοιχείο δόμησης **B** (ΣΔ)

(c) Διαστολή του συνόλου **A** από το ΣΔ **B**

(d) Διάβρωση του συνόλου **C** από το ΣΔ **B**(εικόνα εξαγωγής)

Η λειτουργία ***closing*** ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

**(a)** $A$ είναι ένα υποσύνολο του (υποεικόνα) of $A \bullet B$

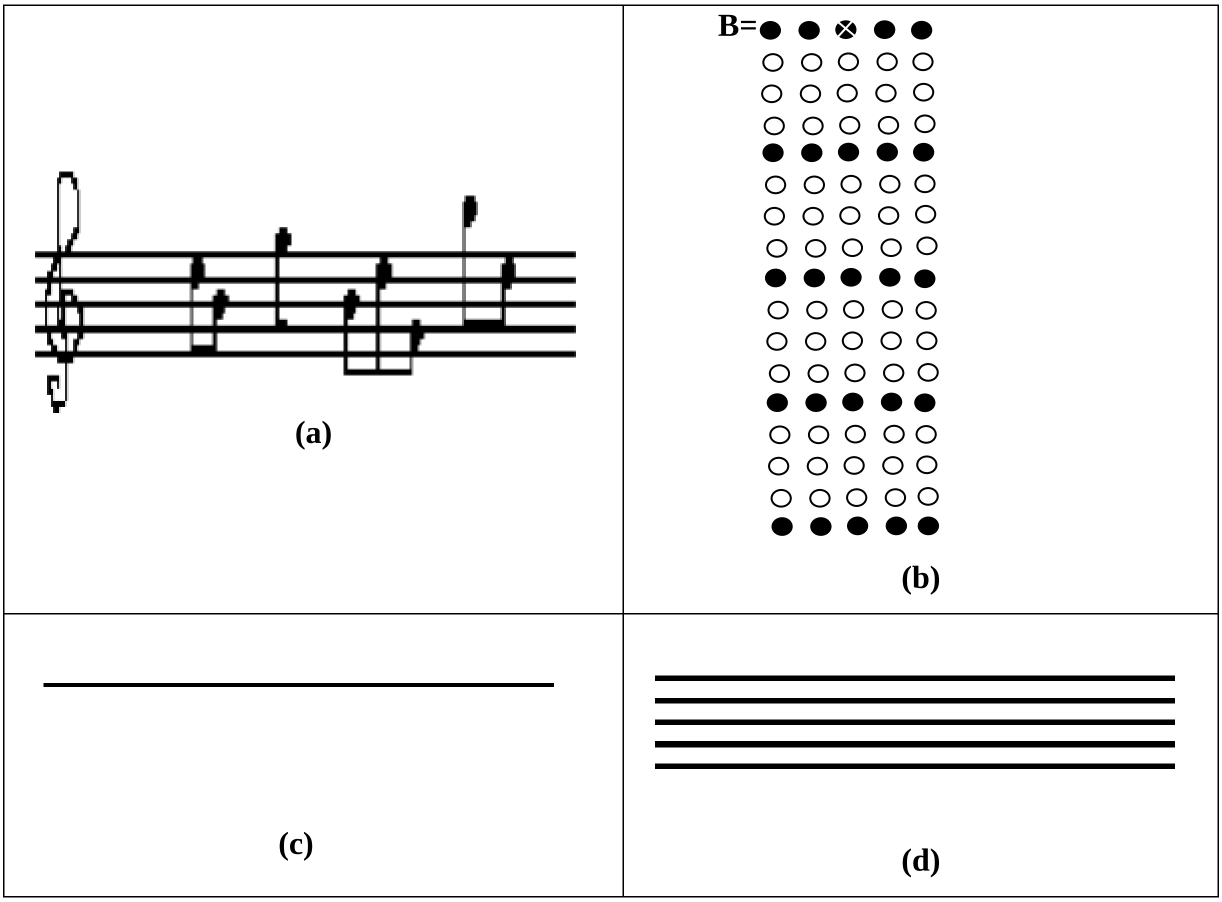
**(b)** Εάν $C$ είναι ένα υποσύνολο του $D$, τότε $C \bullet B$ είναι ένα υποσύνολο του $D \bullet B$

**(c)** $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$

Οι πρώτες 6 μέθοδοι βρίσκουν εφαρμογή στην απλή επεξεργασία εικόνων, ενώ οι 4 τελευταίες (Dilation , Erosion, Opening, Closing) αποτελούν τη βάση για την μορφολογική επεξεργασία εικόνων.

## 4.11 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ –ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

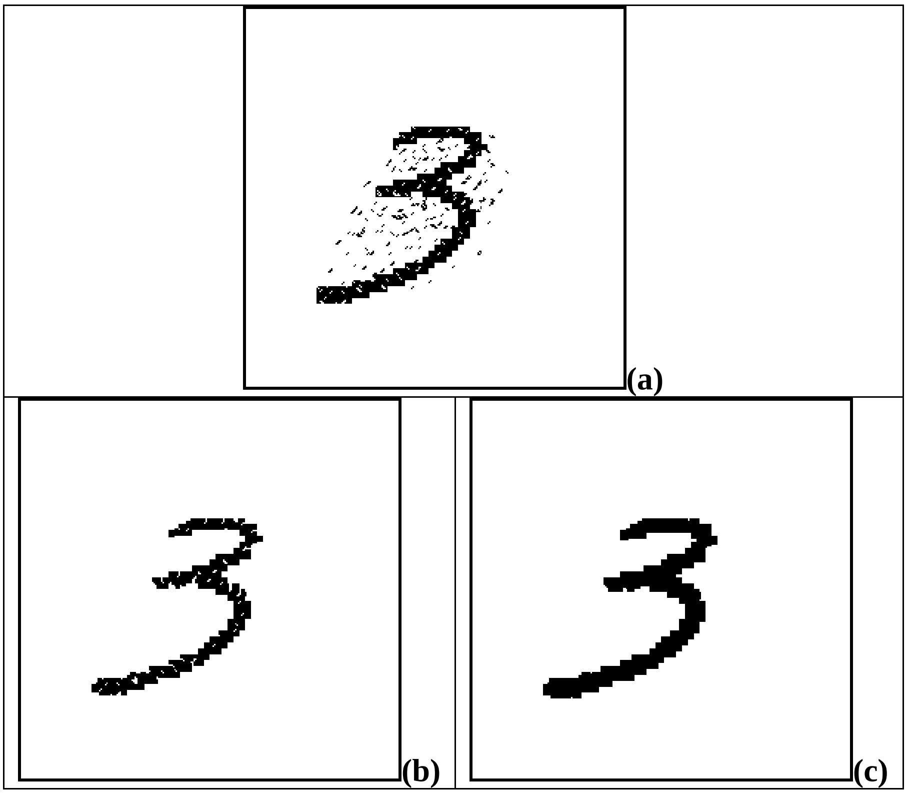
Το παράδειγμα [1] είναι ένα πραγματικό παράδειγμα opening με ένα σύνθετο στοιχείο δόμησης. Η εικόνα διαβρώθηκε (αφήνοντας μόνο μια οριζόντια γραμμή), και έπειτα υπεστει διαστολή από το ίδιο στοιχείο δόμησης. Αυτό που διαβρώθηκε σε αυτήν την περίπτωση είναι όλα τα τμήματα της εικόνας που δεν είναι ίσιες γραμμές, τα οποία μετέπειτα η διαστολή τα αποκαθιστά. Το οποίο, βεβαίως όπως γνωρίζουμε, είναι η λειτουργία του opening.




Παράδειγμα 1. (a) Εικόνα εισαγωγής (b) Στοιχείο δόμησης (c) Αποτέλεσμα διάβρωσης της εικόνας (a) από το ΣΔ Β (d) Αποτέλεσμα διαστολής της εικόνας (c) από το ίδιο Σ.Δ.

Το παράδειγμα 2 επεξηγεί μια αρκετά κοινή χρήση της λειτουργίας του *opening* που είναι η αφαίρεση θορύβου. Στο στάδιο της *διάβρωσης* της λειτουργίας του *opening* θα αφαιρεθούν τα απομονωμένα pixels στα όρια των αντικειμένων και στο στάδιο της *διαστολής* θα αποκατασταθούν τα περισσότερα από τα pixels χωρίς να επανέλθουν εικονοστοιχεία του θορύβου. Η διαδικασία φαίνεται να είναι επιτυχής στην αφαίρεση των μαύρων pixels θορύβου, αλλά δεν αφαιρεί τα άσπρα. Αυτό που παράγεται από το opening της εικόνα 2(a) είναι μια εικόνα απαλλαγμένης από θόρυβο της οποίας το αποτέλεσμά φαίνεται στην εικόνα 2(b)

Στο ίδιο παράδειγμα παρουσιάζεται μια εφαρμογή του *closing* για να αποκαταστήσει τα σπασίματα της μορφής. Κάνοντας closing την εικόνα 2.(b) αποκαθίστανται πολλά από τα σπασίματα, όχι όμως όλα. Αξίζει να τονίσουμε ότι στις πραγματικές εικόνες είναι σπάνιο η οποιαδήποτε τεχνική να παρέχει το τέλειο αποτέλεσμα..

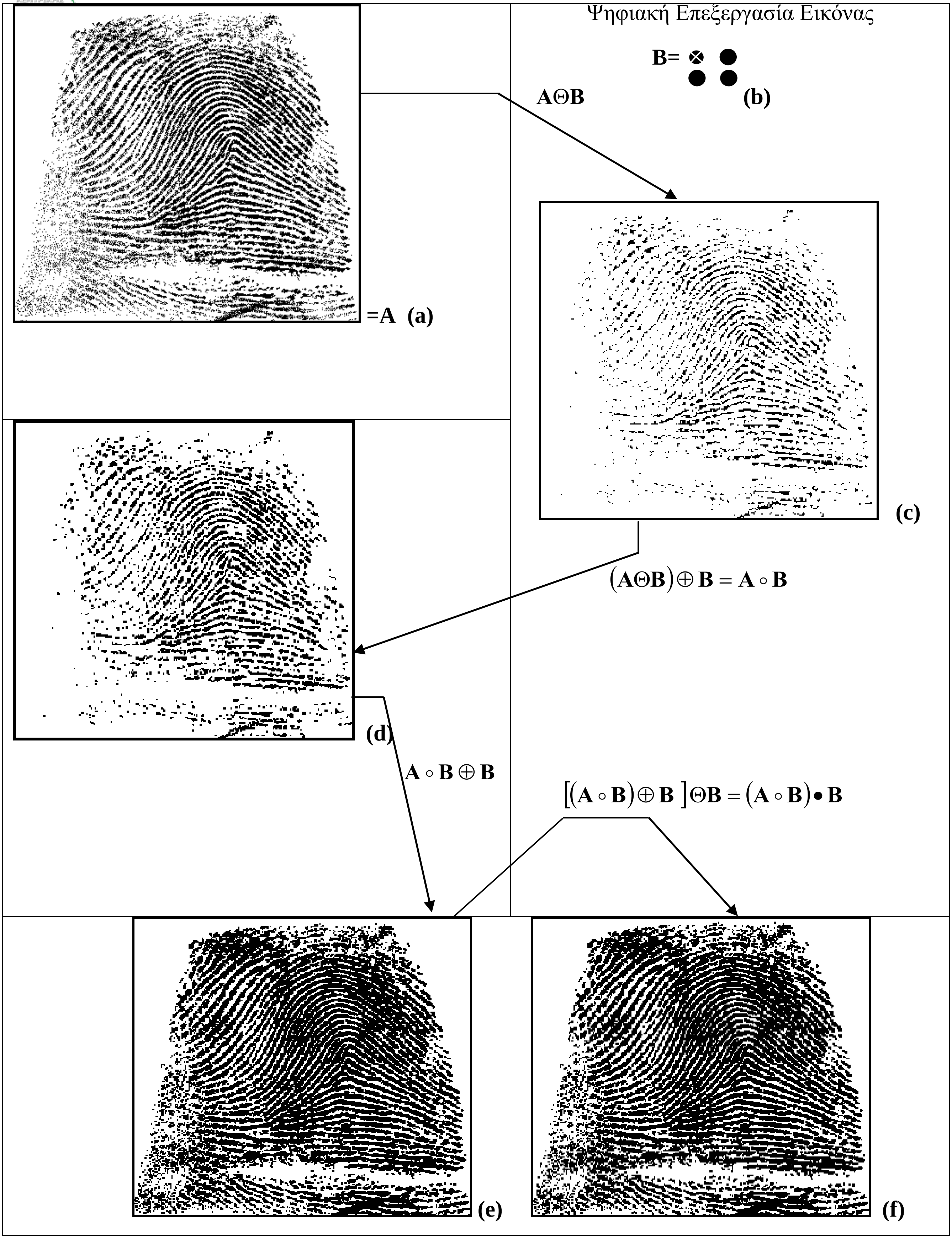



Παράδειγμα 2. (a) Εικόνα εισαγωγής (b) Opening στο A (c) Closing του Opening

Οι μορφολογικές λειτουργίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να κατασκευάσουν φίλτρα παρόμοια με τα χωρικά φίλτρα. Η δυαδική εικόνα (a) του παραδείγματος 3 παρουσιάζει ένα τμήμα ενός δακτυλικού αποτυπώματος που αλλοιώνεται από θόρυβο μαύρων ή λευκών pixels. Η μορφή αυτή θορύβου ονομάζεται συχνά θόρυβος αλάτι-πιπέρι. Ο θόρυβος αυτός εμφανίζεται με σκοτεινά στοιχεία στο φωτεινό υπόβαθρο και και φωτεινά στοιχεία στα σκοτεινά μέρη του δακτυλικού αποτυπώματος. Ο στόχος είναι να αποβληθεί ο θόρυβος με όσο το δυνατόν λιγότερη παραμόρφωση. Ένα μορφολογικό φίλτρο που αποτελείται από ένα *opening* ακολουθούμενο από ένα *closing* μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επιτευχθεί αυτός ο στόχος.

Στην εικόνα 3(b) παρουσιάζεται το δομικό στοιχείο που χρησιμοποιούμε. Στη συνέχεια του παραδείγματος παρουσιάζονται βήμα προς βήμα τα στάδια του φιλτραρίσματος. Στην εικόνα 3(c) φαίνεται το αποτέλεσμα της *διάβρωσης* του **A** από το στοιχείο δόμησης. Ο θόρυβος πιπέρι αποβλήθηκε πλήρως στο στάδιο της *διάβρωσης* του *opening* επειδή σε αυτήν την περίπτωση όλα τα στοιχεία του θορύβου είναι μικρότερα από το στοιχείο δόμησης. Το μέγεθος των λευκών εικονοστοιχείων του θορύβου (αλάτι) που περιέχονται μέσα στο δακτυλικό αποτύπωμα συχνά αυξάνονται σε μέγεθος. Ο λόγος είναι ότι αυτά τα στοιχεία είναι στα εσωτερικά όρια των καμπυλών και μεγαλώνουνν καθώς το αντικείμενο διαβρώνεται. Αυτή η μεγέθυνση αντιμετωπίζεται με την εκτέλεση μιας *διαστολής* στην εικόνα 3(c). Στην εικόνα 3(d) παρουσιάζεται το τελικό αποτέλεσμα. Τα τμήματα θορύβου που περιλήφθηκαν στο δακτυλικό αποτύπωμα μειώθηκαν στο μέγεθος ή διαγράφηκαν εντελώς.

Στην εικόνα 3(d) η καθαρή επίδραση του *opening* είναι να αποβάλει ουσιαστικά όλα τα τμήματα θορύβου και στο υπόβαθρο και στο ίδιο το δακτυλικό αποτύπωμα. Εντούτοις, νέα κενά μεταξύ των κορυφογραμμών του δακτυλικού αποτυπώματος δημιουργούνται. Για να αντιμετωπιστεί αυτή η ανεπιθύμητη επίδραση, εκτελούμε μια *διαστολή* πάνω στο *opening*, όπως φαίνεται στην εικόνα 3(e). Τα περισσότερα από τα σπασίματα αποκαταστάθηκαν, αλλά οι κορυφογραμμές πυκνώθηκαν. Η κατάσταση μπορεί να θεραπευθεί ικανοποιητικά από μια *διάβρωση*. Το αποτέλεσμα παρουσιάζεται στην εικόνα 3(f) που αποτελεί το *closing* του *opening* της εικόνα 3(d). Αυτό το τελικό αποτέλεσμα είναι εντυπωσιακά καθαρό από θορύβους, αλλά έχει το μειονέκτημα ότι μερικές από τις κορυφογραμμές δεν αποκαταστάθηκαν πλήρως διότι περιέχουν σπασίματα.




**Παράδειγμα [3] (a)** Εικόνα εισαγωγής **(b)** Δομικό στοιχείο **(c)** Διαβρωμένη εικόνα **(d)** Opening στο **A** **(e)** Διαστολή του Opening **(f)** Closing του Opening