



ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ & ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Ενότητα # (3): Αρχές ψηφιακής σχεδίασης

Κύδρος Δημήτρης
Τμήμα Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής

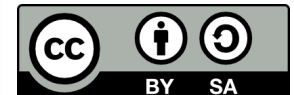


Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΨΗΦΙΑΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

Πύλες, κυκλώματα, άλγεβρα

Περιεχόμενα ενότητας

1. Ψηφιακές πύλες
2. Ψηφιακά κυκλώματα
3. Πίνακες αλήθειας
4. Δημιουργία ψηφιακού κυκλώματος
5. Ανάλυση ψηφιακού κυκλώματος

Σκοποί ενότητας

- Να μάθετε τις ψηφιακές πύλες
- Να αποκτήσετε ευχέρεια στην κατανόηση λειτουργίας ψηφιακών κυκλωμάτων
- Να σχεδιάσετε ένα νέο κύκλωμα
- Να αναλύσετε τη λειτουργία ενός κυκλώματος

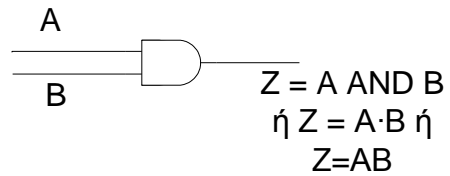
Ψηφιακή Λογική (*binary logic*)

Η Ψηφιακή Λογική (*binary logic*) ασχολείται με μεταβλητές που μπορούν να λάβουν μόνο δύο διαφορετικές τιμές και με λειτουργίες που έχουν λογικό νόημα. Οι τιμές των μεταβλητών μπορούν να έχουν οποιοδήποτε νόημα (αληθής – ψευδής, μαύρο – άσπρο κλπ), ωστόσο συνηθίζουμε να χρησιμοποιούμε τις τιμές 0 και 1 τις οποίες αντιστοιχίζουμε στα παραπάνω ονόματα. Κάθε λογική μεταβλητή λοιπόν έχει μια τιμή (0 ή 1) και μπορεί να έχει ένα όνομα, όπως A, B, C, X, Y, Z, F, κλπ

Υπάρχουν τρεις βασικές λογικές πράξεις που μπορούν να εφαρμοστούν σε λογικές μεταβλητές: η σύζευξη (ΚΑΙ), η διάζευξη (Η) και η άρνηση (ΟΧΙ). Για λόγους ευκολίας, για τις πράξεις αυτές χρησιμοποιούμε συνήθως τον αντίστοιχο αγγλικό όρο (AND, OR και NOT)

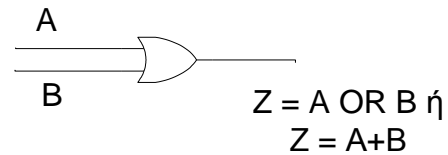
Βασικές Πράξεις

Πράξη AND:



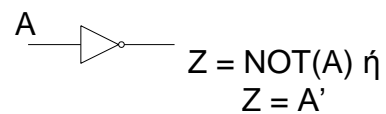
A	B	Z=A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Πράξη OR:



A	B	Z=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Πράξη NOT:



A	Z=A'
0	1
1	0

Ψηφιακό κύκλωμα

Ένα ψηφιακό κύκλωμα (*digital circuit*) αποτελείται από μια συλλογή λογικών πυλών οι οποίες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους έτσι ώστε οι έξοδοι κάποιων πυλών να είναι είσοδοι σε άλλες πύλες. Ο τρόπος διασύνδεσης εξυπηρετεί πάντα ένα συγκεκριμένο στόχο, ο οποίος συσχετίζει τις εισόδους στο κύκλωμα με την/τις εξόδους του κυκλώματος.

Άλγεβρα BOOLE

Μία συνάρτηση boole είναι μια ακολουθία από ψηφιακές μεταβλητές, σύμβολα ψηφιακών πράξεων, τις τιμές 0 ή 1 και ένα σύμβολο '=' (ίσον). Για κάθε συνδυασμό τιμών των λογικών μεταβλητών, η συνάρτηση έχει μία τιμή, η οποία είναι επίσης ψηφιακή (0 ή 1). Στη συζήτηση που ακολουθεί, θεωρούμε ότι η προτεραιότητα των λογικών πράξεων υπακούει στους ακόλουθους κανόνες, εκτός εάν υπάρχουν παρενθέσεις οι οποίες προηγούνται:

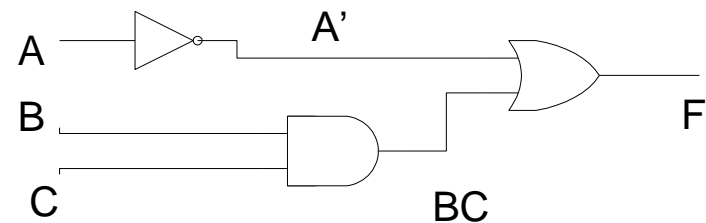
1. Πρώτα γίνονται οι αντιστροφές
2. Ακολουθούν οι πράξεις AND
3. Ακολουθούν οι πράξεις OR
4. Εάν υπάρχουν πράξεις ίδιας προτεραιότητας, ο υπολογισμός τους γίνεται από αριστερά προς τα δεξιά.

Παράδειγμα #1

$$F = A' + BC$$

Οι μεταβλητές A, B και C ονομάζονται και **είσοδοι** (*inputs*) στη συνάρτηση, ενώ η τιμή της F είναι η **έξοδος** (*output*) της συνάρτησης. Ο υπολογισμός της εξόδου της συνάρτησης γίνεται λαμβάνοντας όλους τους διαφορετικούς συνδυασμούς τιμών των μεταβλητών A, B και C και εφαρμόζοντας σε κάθε συνδυασμό τις λογικές πράξεις που συμπεριλαμβάνονται στη συνάρτηση. Η καταγραφή αυτών των συνδυασμών συμπληρώνεται σε έναν πίνακα, τον **πίνακα αλήθειας** (*truth table*) της συνάρτησης.

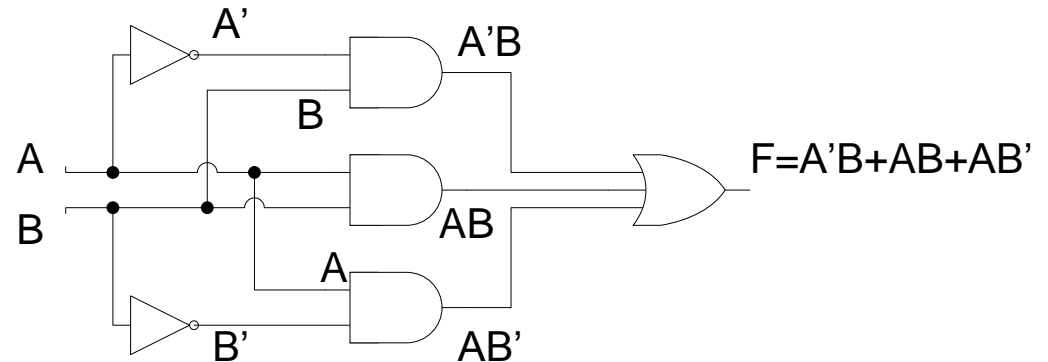
Είσοδοι			Ενδιάμεσα αποτελέσματα		Έξοδος
A	B	C	A' (not A)	BC (B and C)	F = A'+BC
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1



Παράδειγμα #2

$$F = A'B + AB + AB'$$

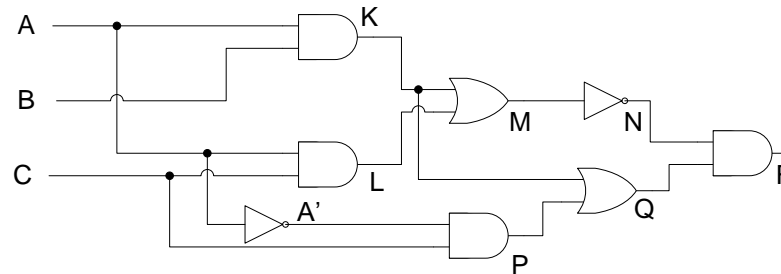
Κατασκευή κυκλώματος
χωρίς πίνακα αλήθειας
(με τη μέθοδο της απλής
παρατήρησης)



Παράδειγμα #3 – τρόπος 1

$$F=(AB+AC)' \cdot (A'C+AB)$$

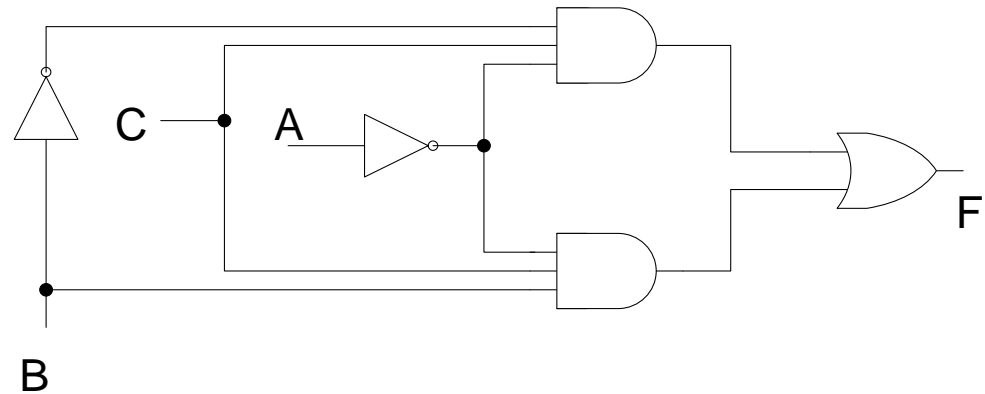
Είσοδοι			Ενδιάμεσα αποτελέσματα							Έξοδος
A	B	C	K=AB	L=AC	M=K+L	N=M'	A'	P=A'C	Q=P+K	F=NQ
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0



Παράδειγμα #3 – τρόπος 2

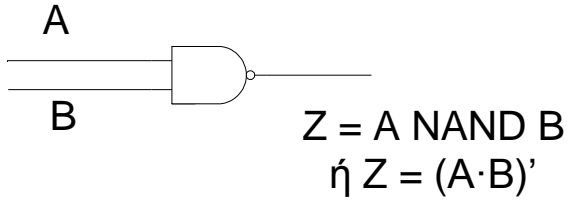
$$F=(AB+AC)' \cdot (A'C+AB)$$

Είσοδοι			Έξοδος
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0



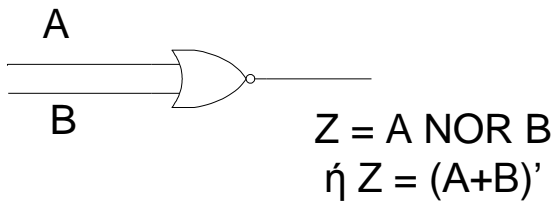
Πύλες NAND, NOR, XOR (και XNOR)

NAND



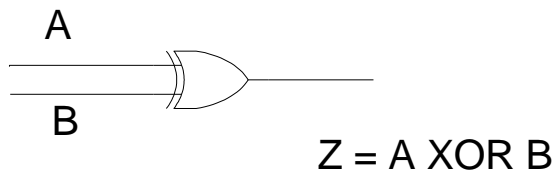
A	B	Z=A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



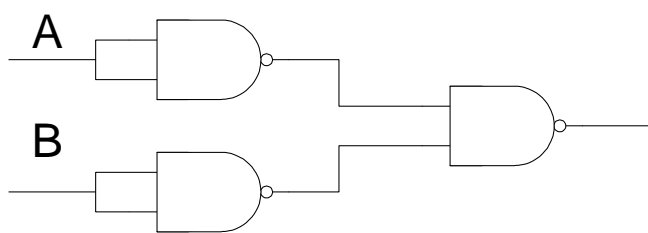
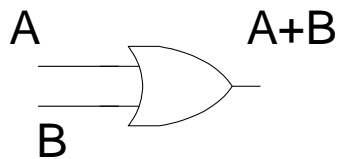
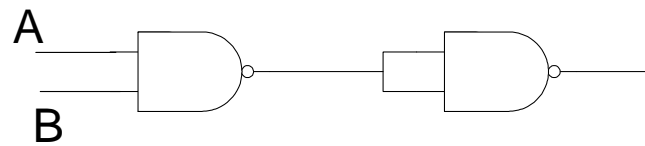
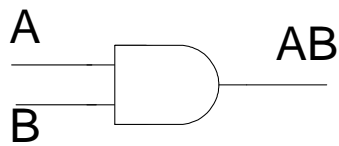
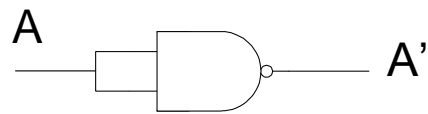
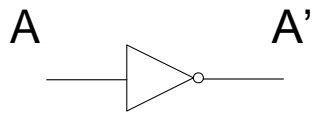
A	B	Z=A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XOR



A	B	Z=A ⊕ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

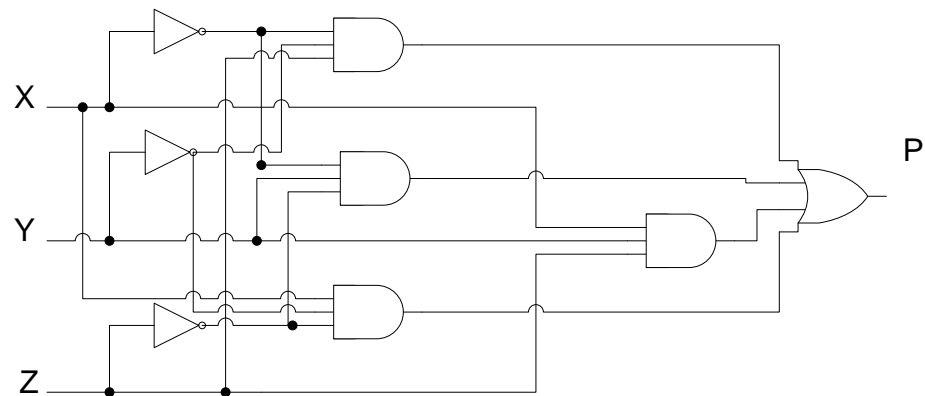
Οικουμενικές πύλες (NAND)



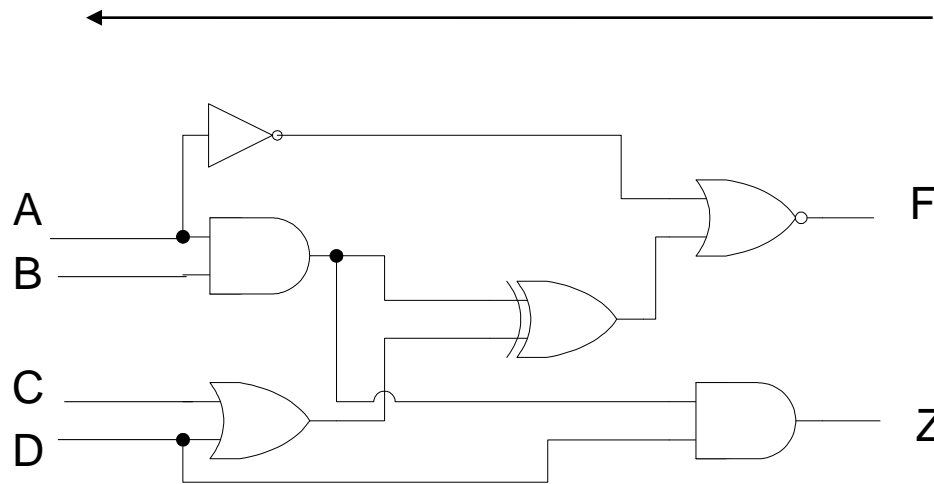
Πλήρες παράδειγμα: Γεννήτρια άρτιας ισοτιμίας για σήμα 3 bits

Μήνυμα			Bit άρτιας ισοτιμίας
X	Y	Z	P
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$P = X'Y'Z + X'YZ' + XY'Z' + XYZ$$



Ανάλυση κυκλωμάτων (η αντίστροφη διαδικασία)



$$\begin{aligned} F &= (K + N)' \\ &= (A' + (L \oplus M))' \\ &= (A' + ((AB) \oplus (C+D)))' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z &= MD \\ &= (C+D)D \\ &= CD+D \\ &= C \end{aligned}$$

Άσκηση: Να κατασκευαστεί ένας συγκριτής αριθμών 2 bits