

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

*ΤΜΗΜΑ Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ και Μηχανικών Τοπογραφίας &
Γεωπληροφορικής ΤΕ*

Δορυφορική Γεωδαισία (GPS)

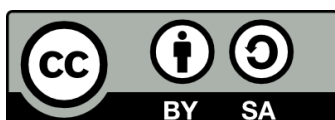
**Δρ. Κατσουγιαννόπουλος
Καθηγητής**

ΣΕΡΡΕΣ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2015



Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Το έργο αυτό αδειοδοτείται από την Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές Άδεια. Για να δείτε ένα αντίγραφο της άδειας αυτής, επισκεφτείτε <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.el>.

Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.

Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΤΕΙ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ και Μηχανικών Τοπογραφίας &
Γεωπληροφορικής ΤΕ

κατεύθυνση Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής ΤΕ

***Εφαρμογές Παγκοσμίου Δορυφορικού Συστήματος Εντοπισμού
Θέσης (GPS)***

Κωδικός Μαθήματος 501

Σημειώσεις Θεωρίας

Ε' Εξάμηνο

Ακαδημαϊκό έτος 2014 – 2015

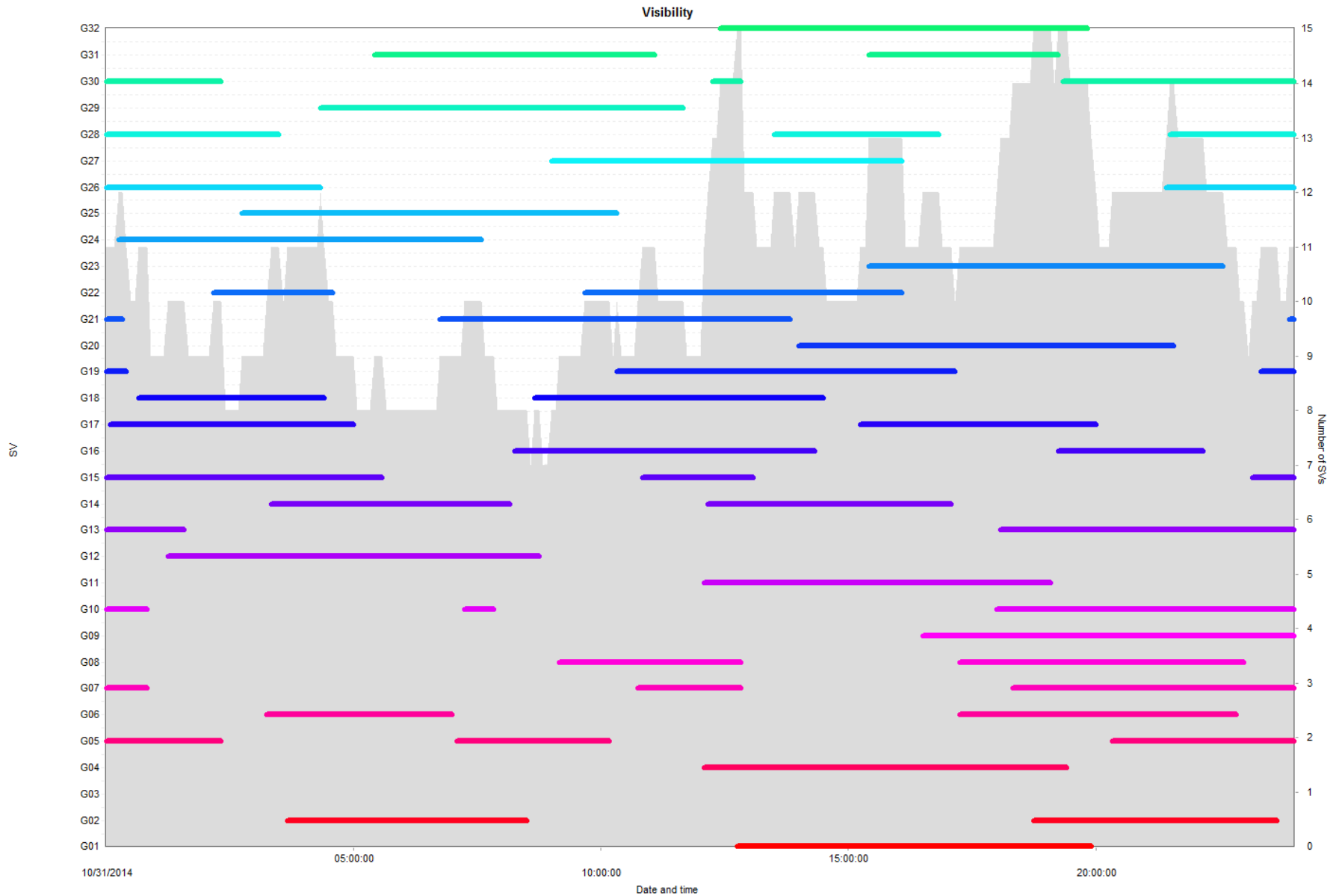
4^ο, 5^ο, 6^ο, 7^ο & 8^ο Μάθημα Θεωρίας (501Θ)

**Απλές, Διπλές και Τριπλές διαφορές
Γραμμικοί συνδυασμοί φορέων
Γεωμετρικά μέτρα ακρίβειας DOP
Βασική Γεωδαισία, συστήματα και πλαίσια
αναφοράς, μετασχηματισμοί συντεταγμένων**

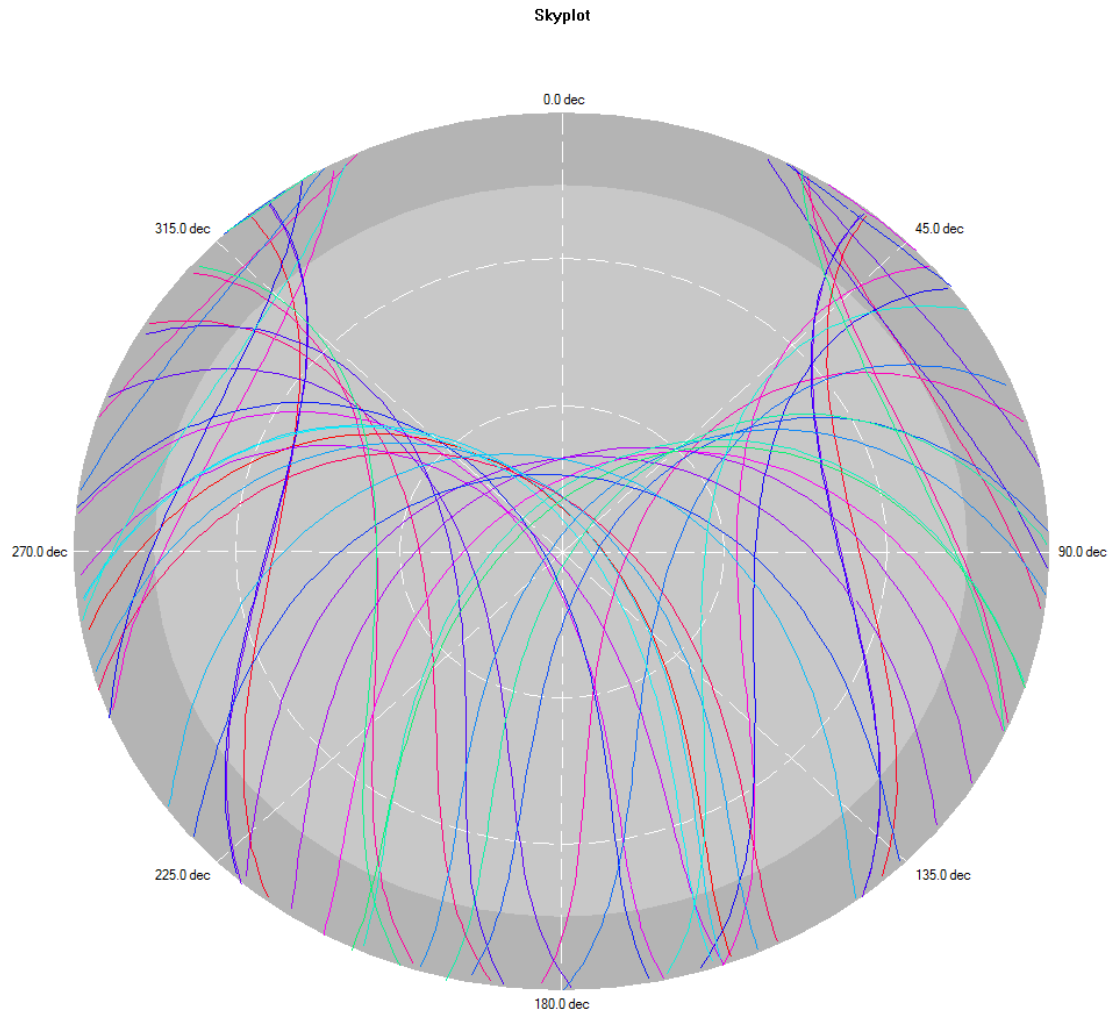
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



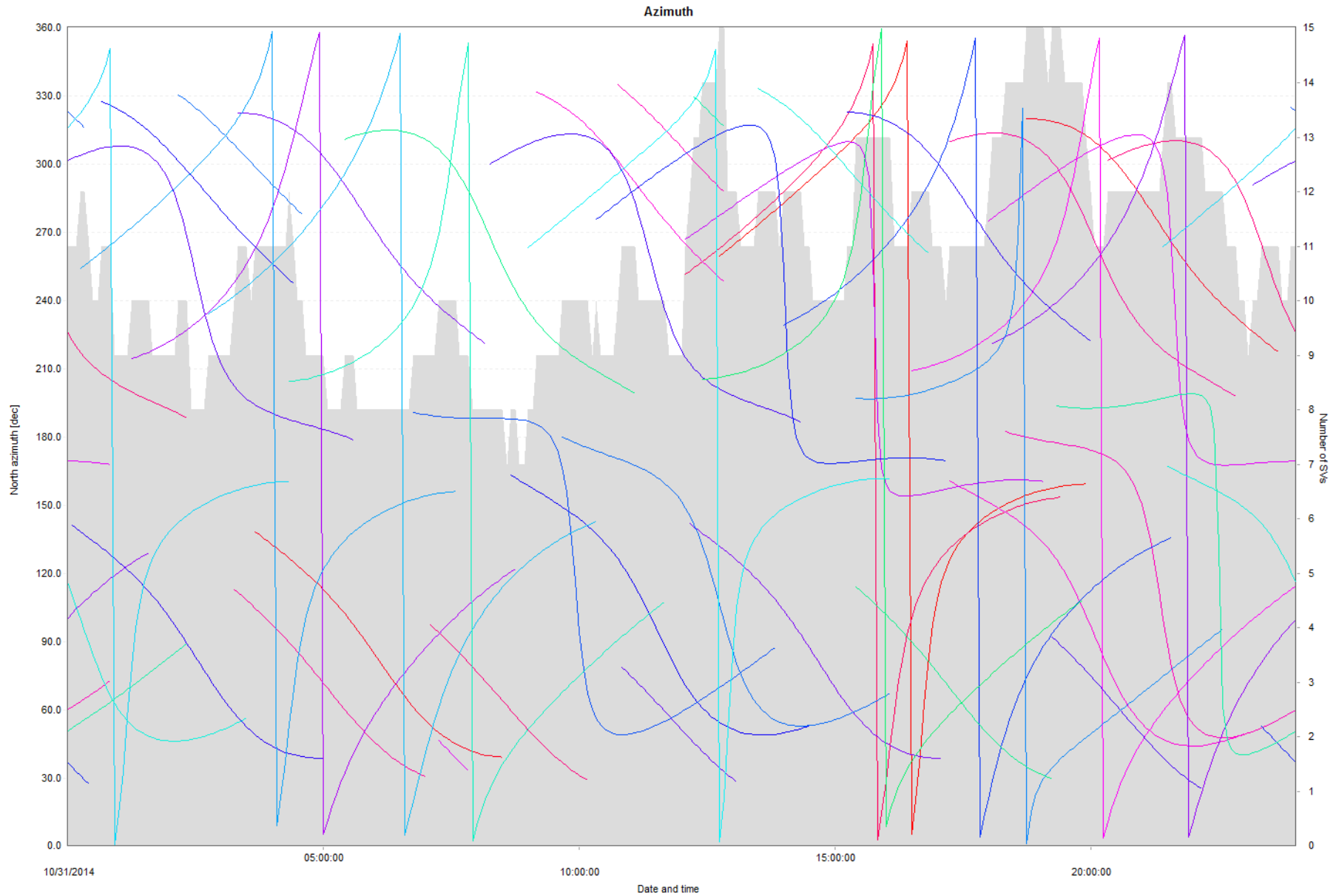
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



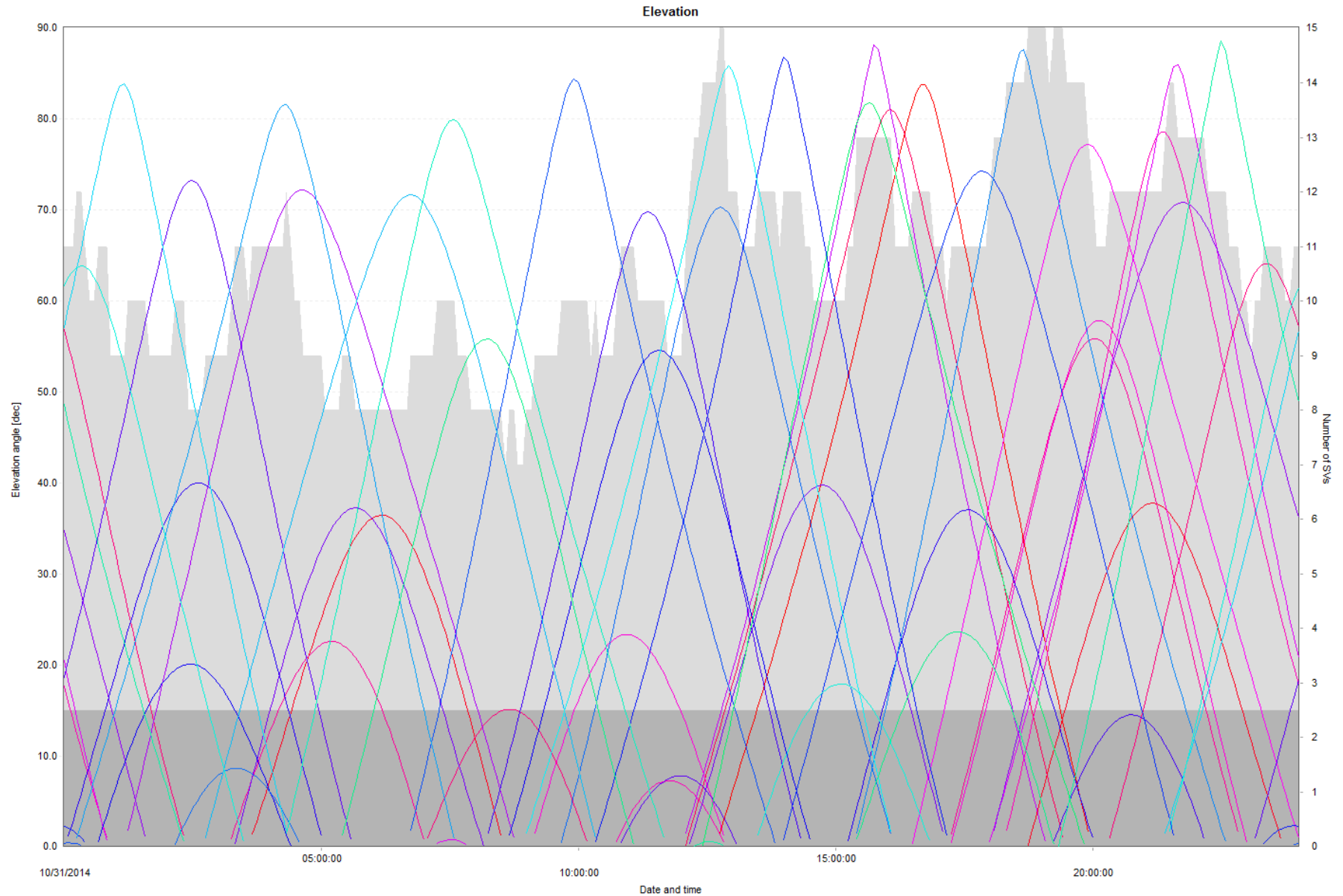
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



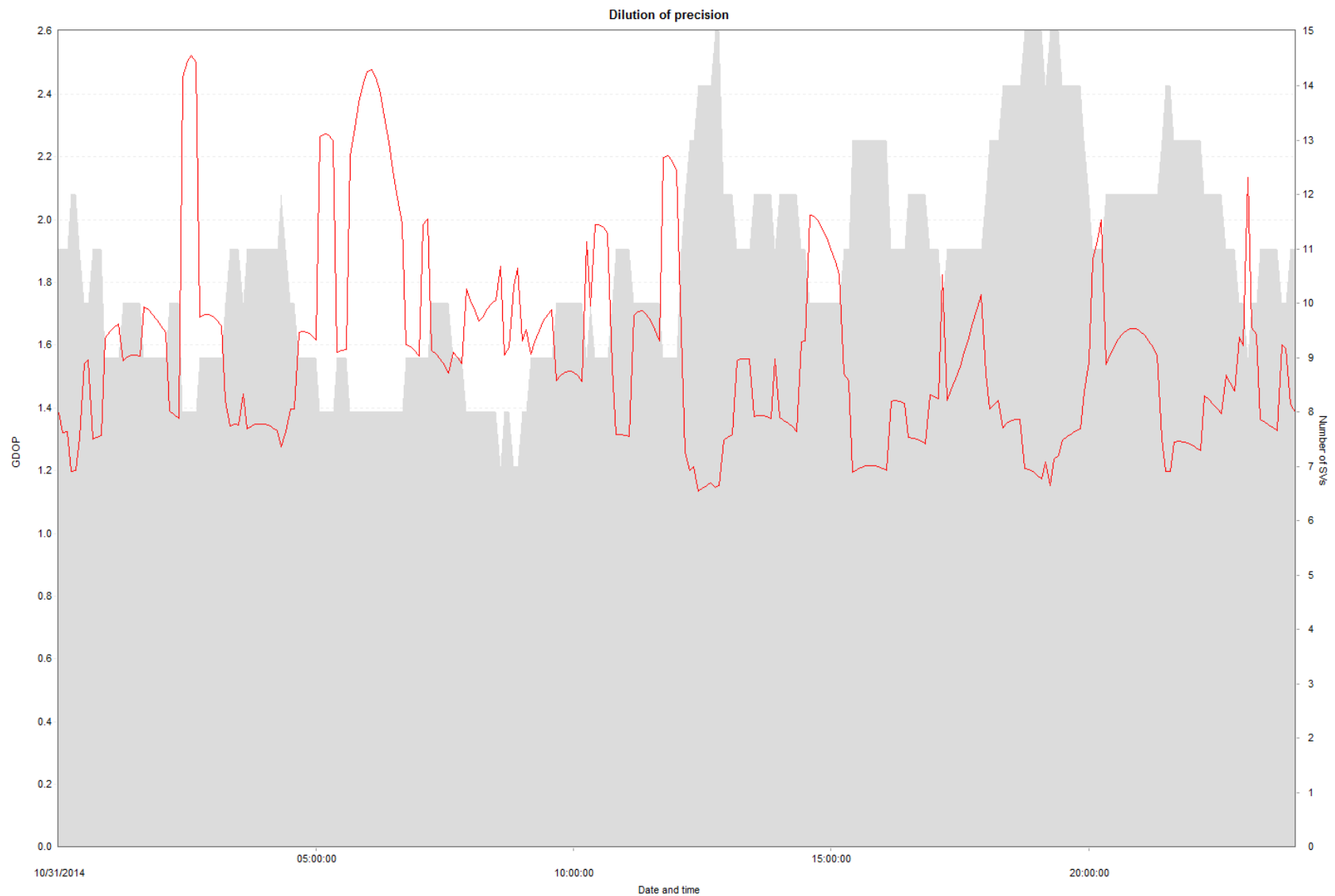
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



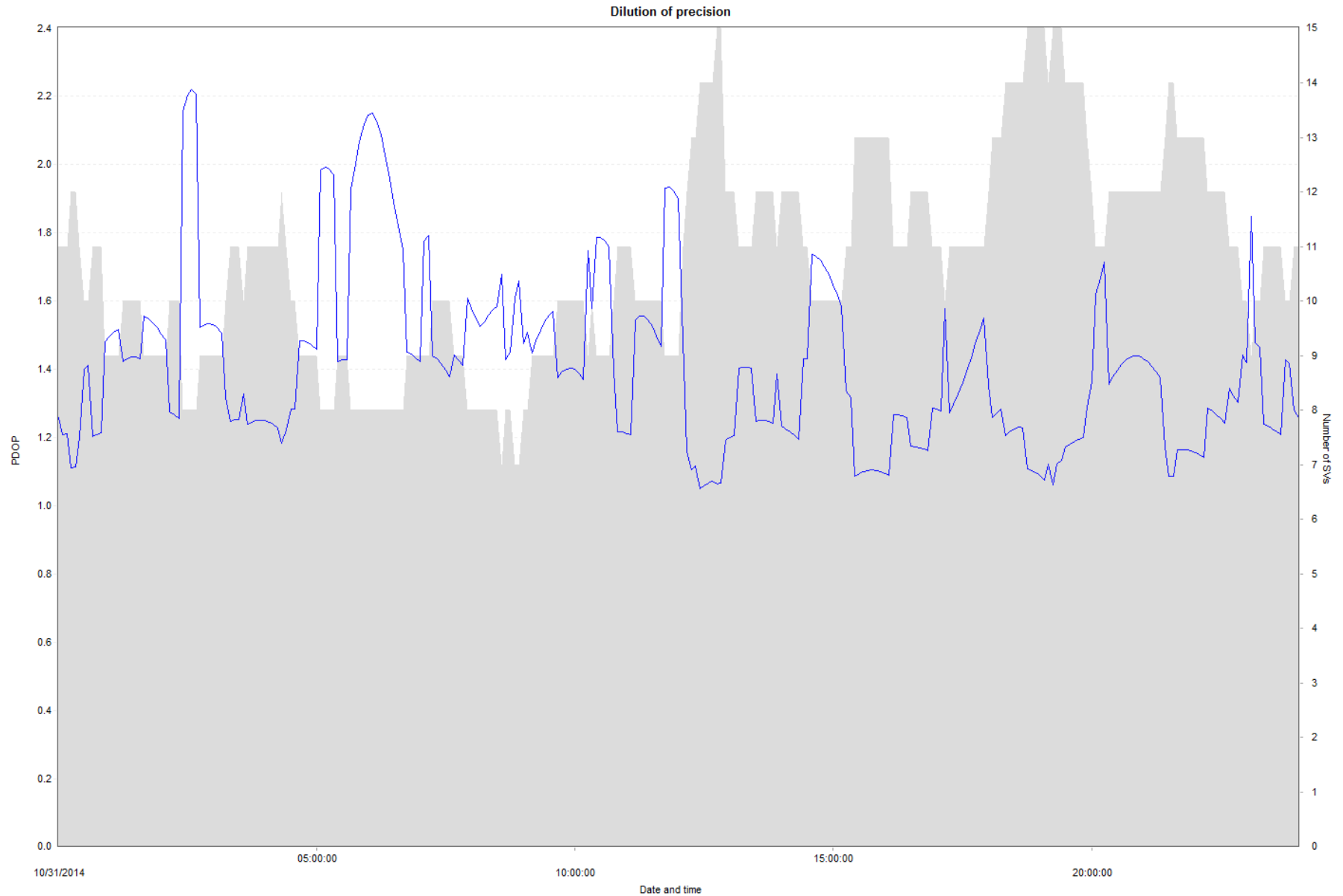
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



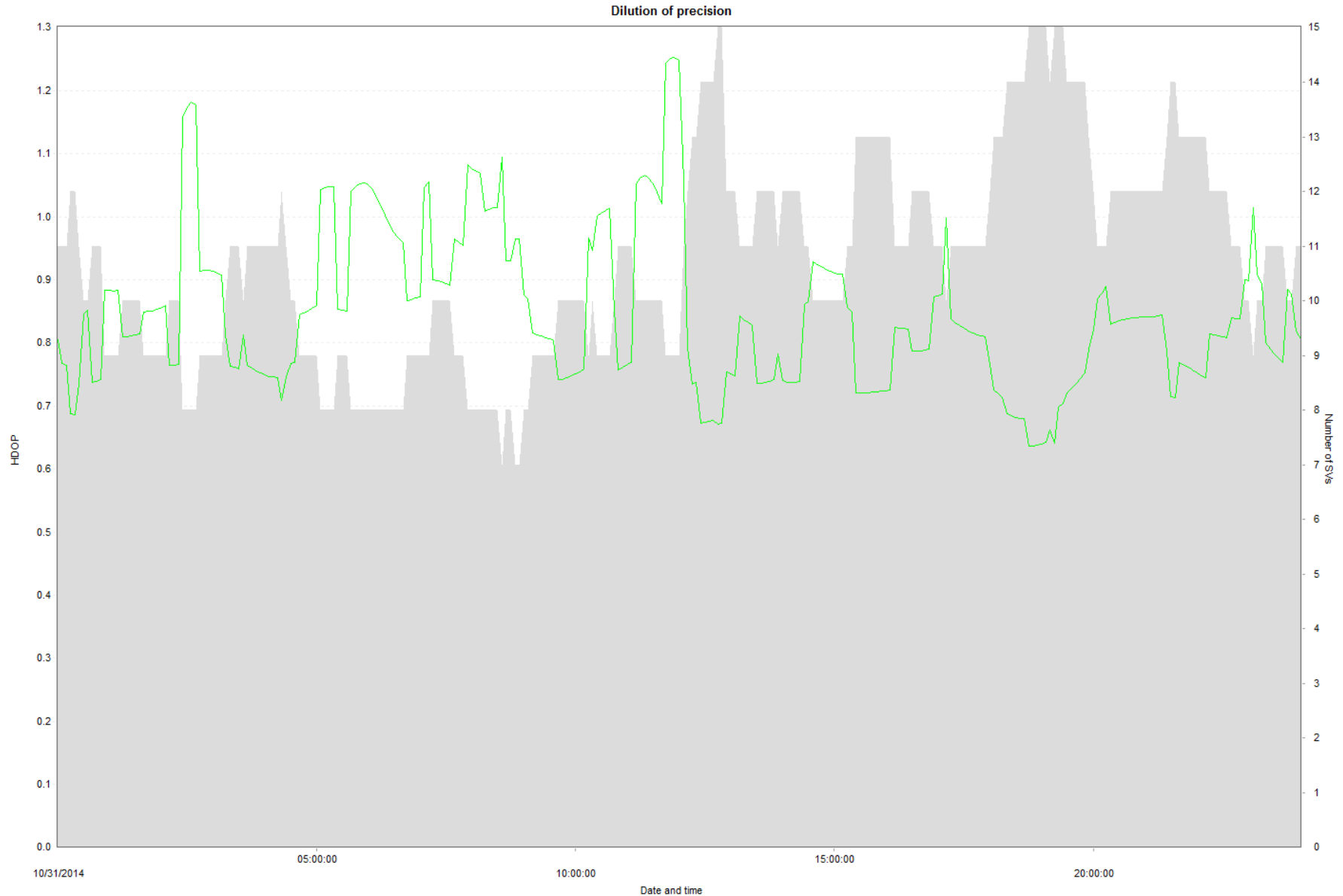
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



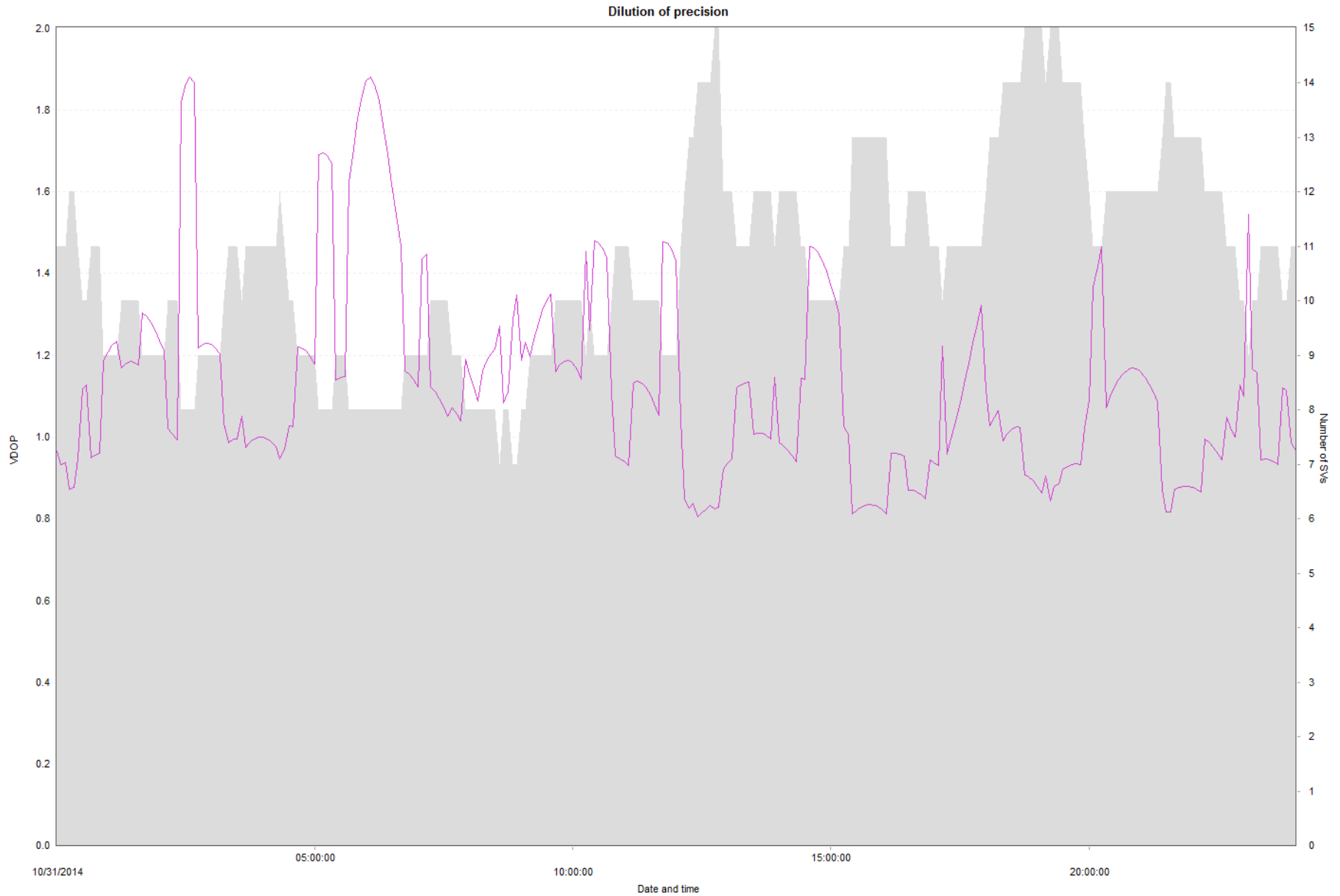
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



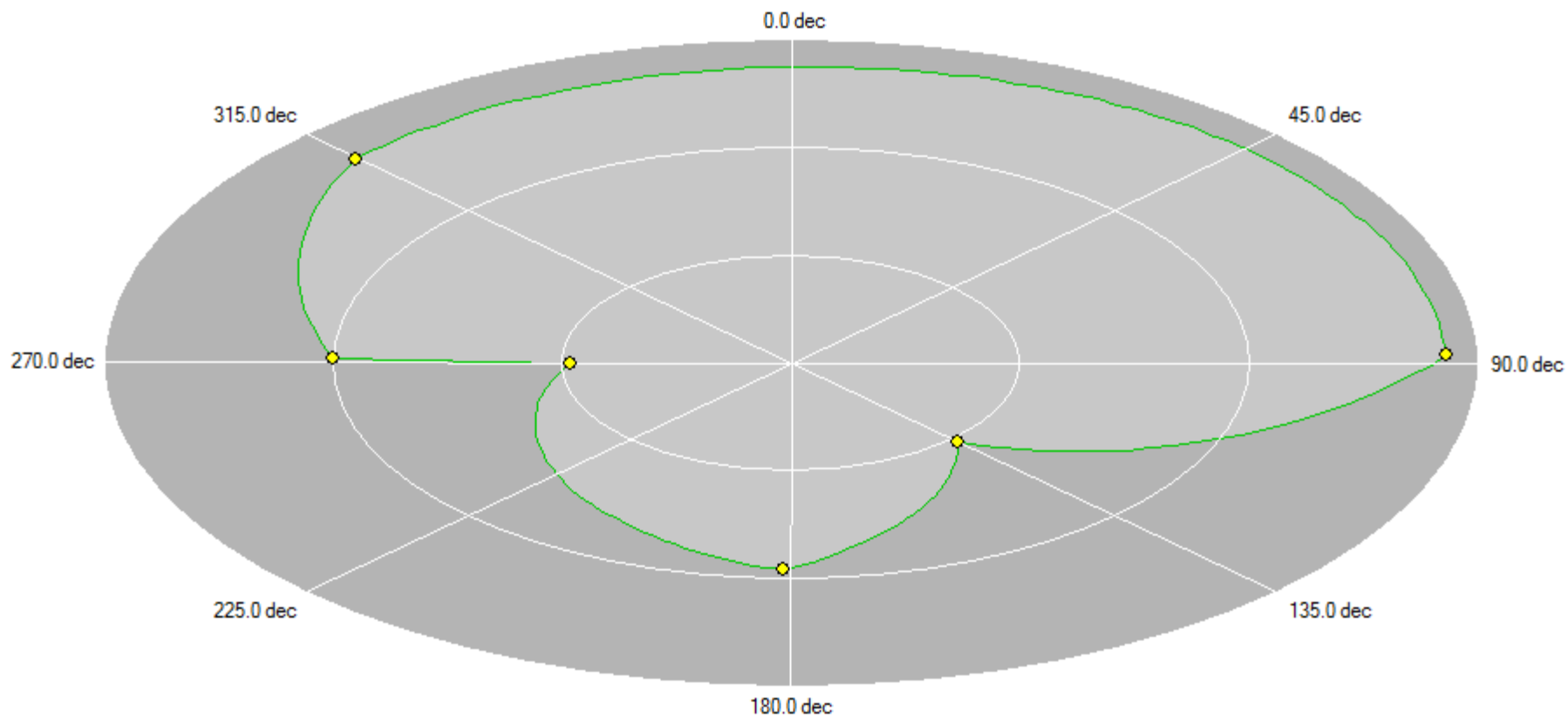
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



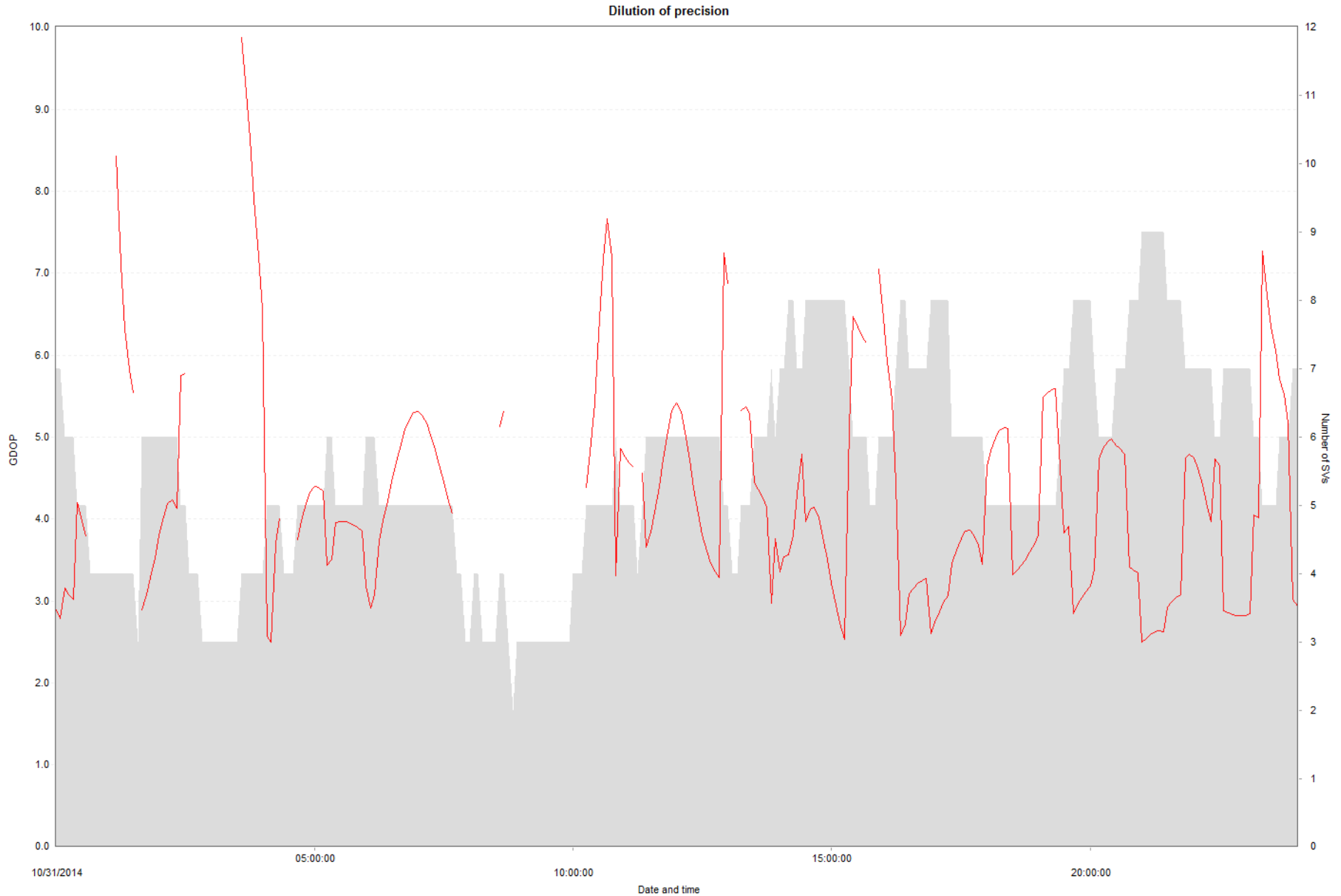
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων

Time	Count	Value	Satellites
10/31/2014 04:30	10	1.4	G02, G06, G12, G14, G15, G17, G22, G24, G25, G29
10/31/2014 04:40	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G15, G17, G24, G25, G29
10/31/2014 04:50	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G15, G17, G24, G25, G29
10/31/2014 05:00	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G15, G17, G24, G25, G29
10/31/2014 05:10	8	2.3	G02, G06, G12, G14, G15, G24, G25, G29
10/31/2014 05:20	8	2.3	G02, G06, G12, G14, G15, G24, G25, G29
10/31/2014 05:30	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G15, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 05:40	8	2.2	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 05:50	8	2.4	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:00	8	2.5	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:10	8	2.5	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:20	8	2.3	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:30	8	2.2	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:40	8	2.0	G02, G06, G12, G14, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 06:50	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G21, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 07:00	9	1.6	G02, G06, G12, G14, G21, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 07:10	9	2.0	G02, G05, G12, G14, G21, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 07:20	10	1.6	G02, G05, G10, G12, G14, G21, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 07:30	10	1.5	G02, G05, G10, G12, G14, G21, G24, G25, G29, G31
10/31/2014 07:40	9	1.6	G02, G05, G10, G12, G14, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 07:50	9	1.5	G02, G05, G10, G12, G14, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:00	8	1.7	G02, G05, G12, G14, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:10	8	1.7	G02, G05, G12, G14, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:20	8	1.7	G02, G05, G12, G16, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:30	8	1.7	G02, G05, G12, G16, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:40	8	1.6	G05, G12, G16, G18, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 08:50	7	1.8	G05, G16, G18, G21, G25, G29, G31
10/31/2014 09:00	8	1.6	G05, G16, G18, G21, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 09:10	9	1.6	G05, G08, G16, G18, G21, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 09:20	9	1.6	G05, G08, G16, G18, G21, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 09:30	9	1.7	G05, G08, G16, G18, G21, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 09:40	10	1.5	G05, G08, G16, G18, G21, G22, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 09:50	10	1.5	G05, G08, G16, G18, G21, G22, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 10:00	10	1.5	G05, G08, G16, G18, G21, G22, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 10:10	10	1.5	G05, G08, G16, G18, G21, G22, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 10:20	10	1.7	G08, G16, G18, G19, G21, G22, G25, G27, G29, G31
10/31/2014 10:30	9	2.0	G08, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29, G31
10/31/2014 10:40	9	2.0	G08, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29, G31
10/31/2014 10:50	11	1.3	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29, G31
10/31/2014 11:00	11	1.3	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29, G31
10/31/2014 11:10	10	1.7	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29
10/31/2014 11:20	10	1.7	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29
10/31/2014 11:30	10	1.7	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29
10/31/2014 11:40	10	1.6	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G29
10/31/2014 11:50	9	2.2	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27
10/31/2014 12:00	9	2.2	G07, G08, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27
10/31/2014 12:10	12	1.3	G04, G07, G08, G11, G14, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27
10/31/2014 12:20	13	1.2	G04, G07, G08, G11, G14, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G30
10/31/2014 12:30	14	1.1	G04, G07, G08, G11, G14, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G30, G32
10/31/2014 12:40	14	1.2	G04, G07, G08, G11, G14, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G30, G32
10/31/2014 12:50	15	1.2	G01, G04, G07, G08, G11, G14, G15, G16, G18, G19, G21, G22, G27, G30, G32

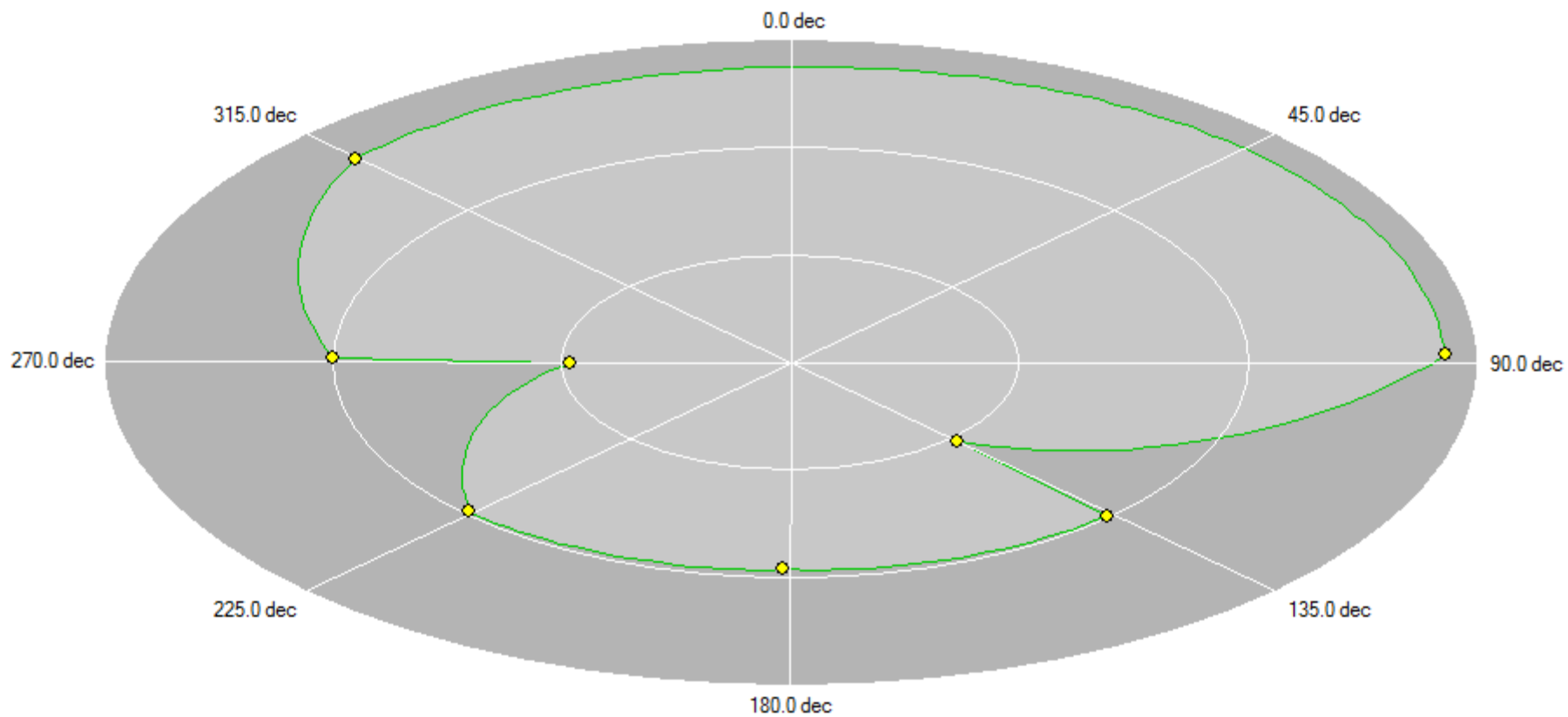
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



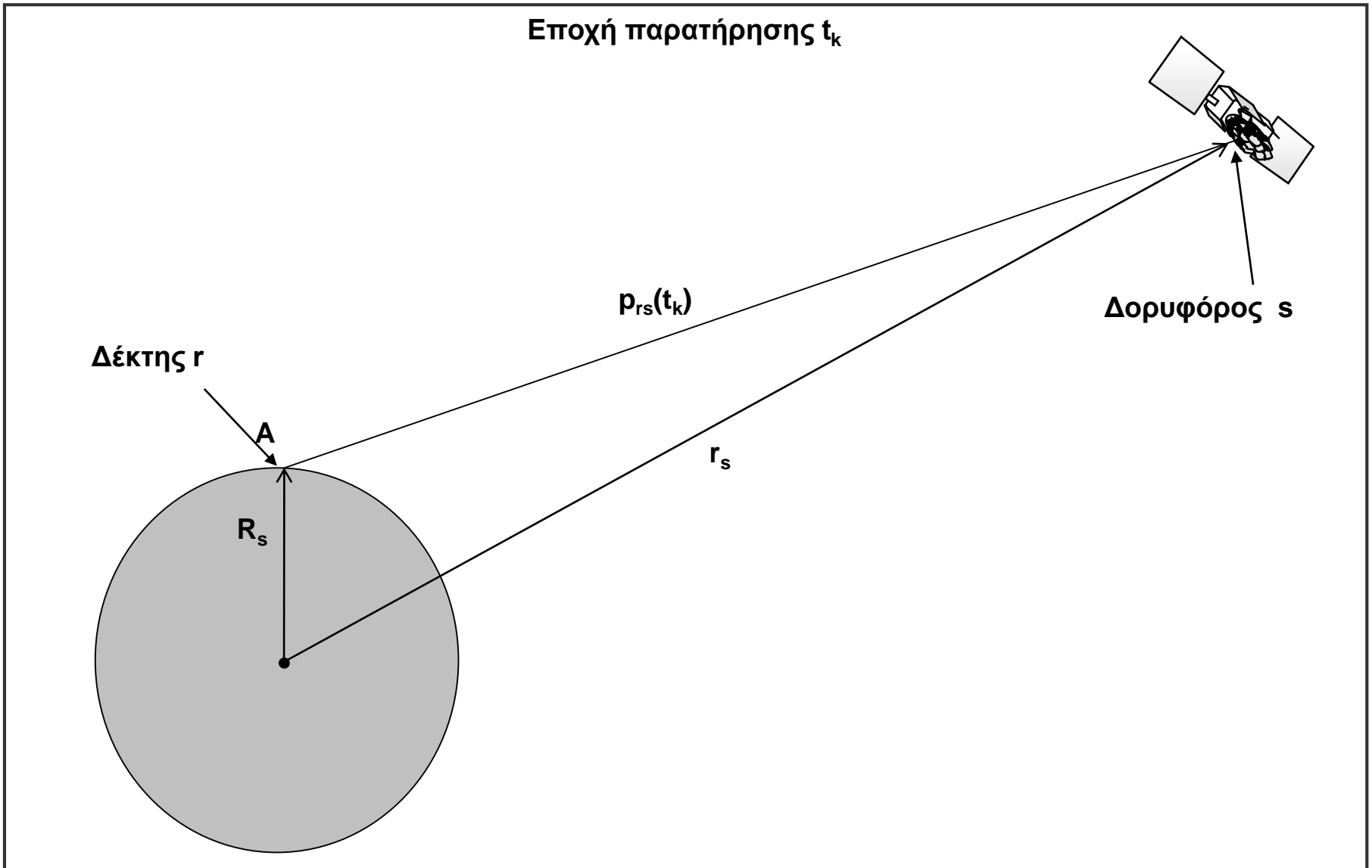
Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



Παράδειγμα ελέγχου διαθεσιμότητας δορυφόρων



Συνόρθωση με το μοντέλο των εξισώσεων παρατηρήσεων



$$\rho_{rs}(t_k) = p_{rs}(t_k) + c(dt - dT) + d_{trop} + d_{ion} + \varepsilon_p$$

$r \rightarrow$ δέκτης (receiver)

$s \rightarrow$ δορυφόρος (satellite)

διανύσματα θέσης δορυφόρου και δέκτη

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{X}_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \qquad \mathbf{R}_r = \mathbf{X}_r = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix}$$

Απλές διαφορές ανάμεσα σε δύο δέκτες (δέκτης r , 4 δορυφόροι s , μετρήσεις σε 8 εποχές) – Μετρήσεις φάσεων

Άγνωστοι = 15, Παρατηρήσεις = 32

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{X}_r} \\ \left[\begin{array}{ccc|cccc} \frac{\partial \Delta\Phi^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^1}{\partial y_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^1}{\partial z_r} & \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3 & \mathbf{N}_4 & d\Delta T \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c \\ \frac{\partial \Delta\Phi^2}{\partial x_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^2}{\partial y_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^2}{\partial z_r} & 0 & 1 & 0 & 0 & -c \\ \frac{\partial \Delta\Phi^3}{\partial x_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^3}{\partial y_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^3}{\partial z_r} & 0 & 0 & 1 & 0 & -c \\ \frac{\partial \Delta\Phi^4}{\partial x_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^4}{\partial y_r} & \frac{\partial \Delta\Phi^4}{\partial z_r} & 0 & 0 & 0 & 1 & -c \end{array} \right]
 \end{array}$$

Παράδειγμα Απλών Διαφορών Ανάμεσα σε δύο Δέκτες

PRN 8

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Φ (reference) (cycles)	Φ (rover) (cycles)	ΔΦ (cycles)
426916	627113.893	622753.863	4360.030
426924	643767.627	638833.948	4933.681
426932	660393.255	654918.473	5474.782
426940	676990.342	671012.888	5977.454

Προσοχή:

$$\frac{\partial \Delta \Phi^i}{\partial X_r} = \frac{\partial \rho^i}{\partial X_r} = - \frac{X_s^i - X_r^o}{\rho_i^o}$$

Απλές διαφορές ανάμεσα σε δύο δορυφόρους (δέκτης r, 4 δορυφόροι, μετρήσεις σε 8 εποχές) – Μετρήσεις φάσεων

Τα σφάλματα των χρονομέτρων των δορυφόρων παραμένουν

Εποχή 1

Εποχή 2

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \frac{\partial \Phi_1^2}{\partial X_r} - \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial X_r} & \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial X_r} & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial \Phi_1^3}{\partial x_r} - \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial x_r} & 0 & 1 & 0 \\
 \frac{\partial \Phi_1^4}{\partial x_r} - \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Phi_1^1}{\partial x_r} & 0 & 0 & 1 \\
 \frac{\partial \Phi_2^2}{\partial X_r} - \frac{\partial \Phi_2^1}{\partial X_r} & \frac{\partial \Phi_2^1}{\partial X_r} & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial \Phi_2^3}{\partial x_r} - \frac{\partial \Phi_2^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Phi_2^1}{\partial x_r} & 0 & 1 & 0 \\
 \frac{\partial \Phi_3^4}{\partial x_r} - \frac{\partial \Phi_3^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Phi_3^1}{\partial x_r} & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}$$

$N_2 - N_1$ $N_4 - N_1$
 $N_3 - N_1$

Το σφάλμα του χρονομέτρου του δέκτη απομακρύνεται

Άγνωστοι = 6

Παρατηρήσεις = 24

Παράδειγμα Απλών Διαφορών Ανάμεσα σε δύο Δορυφόρους

Reference

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	ΔΦ (cycles)
426916	-846502.672	627113.893	-1473616.565
426924	-819350.117	643767.627	-1463117.746
426932	-792211.933	660393.255	-1452605.188
426940	-765088.594	676990.342	-1442078.936

Προσοχή:

$$\frac{\partial \nabla \Phi^{ij}}{\partial \mathbf{x}_r} = \frac{\partial \rho^{ij}}{\partial \mathbf{x}_r} = - \left(\frac{\mathbf{x}_s^j - \mathbf{x}_r^o}{\rho_j^o} - \frac{\mathbf{x}_s^i - \mathbf{x}_r^o}{\rho_i^o} \right)$$

Απλές διαφορές ανάμεσα σε δύο εποχές (δέκτης r, 4 δορυφόροι, μετρήσεις σε 8 εποχές) – Μετρήσεις φάσεων

Άγνωστοι = 10

Παρατηρήσεις = 16

$$\text{Εποχή 12} \left\{ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta\Phi_{12}^1}{\partial x_r} & \frac{\partial \Phi_{12}^1}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^1}{\partial z_r} & \delta T \\ \frac{\partial \delta\Phi_{12}^2}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^2}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^2}{\partial z_r} & -c \\ \frac{\partial \delta\Phi_{12}^3}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^3}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^3}{\partial z_r} & -c \\ \frac{\partial \delta\Phi_{12}^4}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^4}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta\Phi_{12}^4}{\partial z_r} & -c \end{bmatrix} \right.$$

Παράδειγμα Απλών Διαφορών Ανάμεσα σε δύο Εποχές

Reference

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Φ (PRN 9) (cycles)	ΔΦ (cycles)
426916	627113.893	
		16653.736
426924	643767.627	
		16625.626
426932	660393.255	
		16597.087
426940	676990.342	

Προσοχή:

$$\frac{\partial \delta \Phi_{21}^i}{\partial \mathbf{x}_r} = \frac{\partial \rho_{21}^i}{\partial \mathbf{x}_r} = - \left[- \left(\frac{\mathbf{x}_s^i - \mathbf{x}_r^o}{\rho_i^o} \right)_{t_2} - \left(- \left(\frac{\mathbf{x}_s^i - \mathbf{x}_r^o}{\rho_i^o} \right)_{t_1} \right) \right] =$$

$$= \left(\frac{\mathbf{x}_s^i - \mathbf{x}_r^o}{\rho_i^o} \right)_{t_2} - \left(\frac{\mathbf{x}_s^i - \mathbf{x}_r^o}{\rho_i^o} \right)_{t_1}$$

Διπλές διαφορές ανάμεσα σε δορυφόρους και δέκτες

(4 δορυφόροι, μετρήσεις σε 8 εποχές) – Μετρήσεις φάσεων

Άγνωστοι = 6, Παρατηρήσεις = 24

$$\mathbf{A} = \begin{matrix}
 \text{Εποχή 1} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{31}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{41}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial y_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial y_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial z_r}
 \end{array} \right. \\
 \text{Εποχή 2} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial y_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial x_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial y_r} \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial z_r}
 \end{array} \right.
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{21}}{\partial z_r} & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{31}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{31}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{31}}{\partial z_r} & 0 & 1 & 0 \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{41}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{41}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_1^{41}}{\partial z_r} & 0 & 0 & 1 \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial z_r} & 1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial z_r} & 0 & 1 & 0 \\
 \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \nabla \Delta \Phi_2^{21}}{\partial z_r} & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{matrix}
 N_2 - N_1 \\
 N_3 - N_1 \\
 N_3 - N_1
 \end{matrix}$$

Διπλές διαφορές ανάμεσα στους PRN 13 & 9 και στους reference και rover δεκτες

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Reference		Remote		$\nabla\Delta\Phi$ (cycles)
	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	
426916	-846502.672	627113.893	-883957.417	622753.863	33094.715
426924	-819350.117	643767.629	-857378.431	638833.948	33094.633
426932	-792211.933	660393.255	-830781.263	654918.473	33094.548
426940	-765088.594	676990.342	-8041160.483	671012.888	33094.435

Προσοχή:

$$\frac{\partial \nabla\Delta\Phi^{ij}}{\partial x_r} = \frac{\partial \rho^i}{\partial x_r} - \frac{\partial \rho^j}{\partial x_r} = \left(\frac{x_s^j - x_r^o}{\rho_j^o} \right) - \left(\frac{x_s^i - x_r^o}{\rho_i^o} \right)$$

Τριπλές διαφορές ανάμεσα σε δορυφόρους, δέκτες και εποχές (4 δορυφόροι, μετρήσεις σε 8 εποχές) – Μετρήσεις φάσεων

Άγνωστοι = 3, Παρατηρήσεις = 21

$$\mathbf{A} = \begin{matrix}
 \left. \begin{matrix} \text{Εποχή 12} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} & \begin{bmatrix}
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{21}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{31}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{31}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{31}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{41}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{41}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{41}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{21}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{31}}{\partial z_r} \\
 \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial x_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial y_r} & \frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{23}^{41}}{\partial z_r}
 \end{bmatrix} \\
 \left. \begin{matrix} \text{Εποχή 23} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\}
 \end{matrix}$$

Παράδειγμα Τριπλών Διαφορών $\delta \nabla \Delta$

Τριλές διαφορές ανάμεσα στους PRN 13 & 9, στους reference και rover δεκτες και τέσσερις εποχές μέτρήσεων

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Reference		Remote		$\nabla \Delta \Phi$ (cycles)
	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	
426916	-846502.672	627113.893	-883957.417	622753.863	
					-0.082
426924	-819350.117	643767.629	-857378.431	638833.948	
					-0.085
426932	-792211.933	660393.255	-830781.263	654918.473	
					-0.113
426940	-765088.594	676990.342	-8041160.483	671012.888	

Προσοχή:

$$\frac{\partial \delta \nabla \Delta \Phi_{12}^{ij}}{\partial x_r} = \left[\left(\frac{\partial \rho^i}{\partial x_{r1}} - \frac{\partial \rho^j}{\partial x_{r1}} \right) - \left(\frac{\partial \rho^i}{\partial x_{r2}} - \frac{\partial \rho^j}{\partial x_{r2}} \right) \right]_{t_1} - \left[\left(\frac{\partial \rho^i}{\partial x_{r1}} - \frac{\partial \rho^j}{\partial x_{r1}} \right) - \left(\frac{\partial \rho^i}{\partial x_{r2}} - \frac{\partial \rho^j}{\partial x_{r2}} \right) \right]_{t_2}$$

Παράδειγμα Τριπλών Διαφορών $\delta \nabla \Delta$

Τριλές διαφορές ανάμεσα στους PRN 13 & 9, στους reference και rover δεκτες και τέσσερις εποχές μέτρήσεων όταν εμφανίζεται ολίσθηση κύκλων

ΧΡΟΝΟΣ GPS (s)	Reference		Remote		$\nabla \Delta \Phi$ (cycles)
	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	Φ (PRN 13) (cycles)	Φ (PRN 9) (cycles)	
426916	-846502.672	627113.893	-883957.417	622753.863	
					-0.082
426924	-819350.117	643767.629	-857378.431	638833.948	
					4.915
426932	-792211.933	660393.255	-830781.263	654923.473	
					-0.113
426940	-765088.594	676990.342	-804160.483	671017.888	

Ολίσθηση κύκλων στον remote κατά τη μέτρηση του PRN 9

Επηρεάζεται μόνο μία τριπλή διαφορά!!!!

- Μέθοδοι προσδιορισμού θέσης με ένα δέκτη
ακρίβειες: 10 - 100 m
 - Οι ακρίβειες εξαρτώνται από την επιλεκτική διαθεσιμότητα
 - Λύση μιας «εποχής»
- Μεθοδοι διαφορικού προσδιορισμού θέσης με δύο δέκτες, ταυτόχρονη παρατήρηση τουλάχιστον 4 δορυφόρων (βέλτιστο >5)
παρέχει ακρίβειες 0.5 cm έως 5 m ως προς το σύστημα αναφοράς
- ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ
 - Διαφορικές τεχνικές μόνο με χρήση **Κώδικα** προσφέρουν ακρίβεια **μέτρου**
 - Διαφορικές τεχνικές με χρήση **Φάσης** προσφέρουν ακρίβεια **εκατοστού**

A. Ερωτήσεις

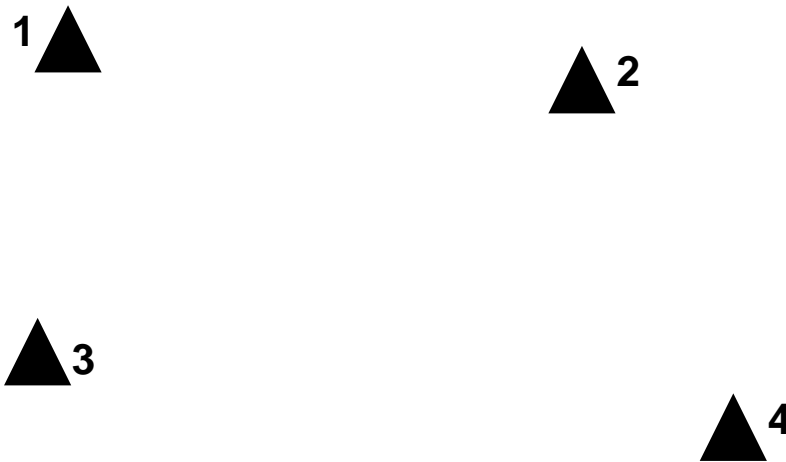
1. Ποια είναι τα σφάλματα που επηρεάζουν τις μετρήσεις με το σύστημα GPS;
2. Να γράψετε τις εξισώσεις παρατηρήσεων για μετρήσεις με κώδικα και φάσεις. Εξηγήστε τον κάθε ένα όρο.
3. Ποιες είναι οι τεχνικές μέτρησης με GPS που γνωρίζετε (ονομαστικά); Σε τι είδους εφαρμογές εφαρμόζεται η κάθε μια εξ αυτών; Ποια τα πλεονεκτήματα του διαφορικού GPS;
4. Τι ακρίβειες επιτυγχάνονται με τις τεχνικές μέτρησης με GPS;
5. Καλείστε να αποτυπώσετε τα όρια ενός αγροτεμαχίου με δέκτες GPS. Ποια μέθοδο παρατήρησης θα χρησιμοποιήσετε; Γιατί;
6. Ποιές οι διαφορές ανάμεσα στις μετρήσεις κώδικα και φάσης;
7. Έχετε πραγματοποιήσει μετρήσεις πεδίου με δέκτες δύο συχνοτήτων. Ποια μέθοδο διαφορικού GPS θα χρησιμοποιούσατε για να ανιχνεύσετε τυχόν ολίσθηση κύκλων;

A. Ερωτήσεις (συνέχεια)

8. Σας ζητείται να αποτυπώσετε ένα οικοδομικό τετράγωνο στην πόλη των Σερρών. Ποια τα προβλήματα που θα αντιμετωπίσετε αν μετρήσετε με GPS;
9. Καλείστε να αποτυπώσετε μία κατοικία στην πόλη των Σερρών. Θα χρησιμοποιήσετε GPS ή κάποιο από τα κλασσικά τοπογραφικά όργανα; Γιατί;
10. Σας ζητείται να δώσετε συντεταγμένες σε κάποια σημεία μιας οικολογικής διαδρομής. Οι ακρίβειες που επιδιώκονται είναι της τάξης των 30 m περίπου. Τί δέκτες GPS θα χρησιμοποιήσετε; Γιατί;

A. Ερωτήσεις (συνέχεια)

11. Θέλετε να μετρήσετε ένα δίκτυο που αποτελείται από τέσσερις κορυφές (βλ. Σχήμα). Ποια βήματα θα ακολουθήσετε για τις μετρήσεις; Οι ακρίβειες που ζητούνται είναι αυτές μιας κλασσικής τοπογραφικής εφαρμογής. (Να σχεδιάσετε τις βάσεις που θα μετρήσετε σε όλα τα βήματα).



B. Ασκήσεις

1. Έχετε πραγματοποιήσει μετρήσεις με GPS σε ένα σημείο με συντεταγμένες

$$X_r = -187663.951 \text{ m}; Y_r = -5212343.108 \text{ m}; Z_r = 3191625.732 \text{ m}$$

προς τους δορυφόρους PRN 2, 6, 9, 13 και 15. Να δώσετε τον πίνακα σχεδιασμού A των κανονικών εξισώσεων για την περίπτωση του απόλυτου προσδιορισμού θέσης.

SV	X_s (m)	Y_s (m)	Z_s (m)
2	836229.761	-16373439.124	20812828.321
15	14345306.312	-14543595.765	16832092.647
6	-4338338.160	17265997.291	19490981.421
13	-16306132.106	-20828936.265	2909954.890
9	-11645476.452	-1703051.998	23397776.661

B. Ασκήσεις (συνέχεια)

2. Έχετε πραγματοποιήσει μετρήσεις με GPS σε ένα σημείο με συντεταγμένες

$$X_r = -187663.951 \text{ m}; Y_r = -5212343.108 \text{ m}; Z_r = 3191625.732 \text{ m}$$

προς τους δορυφόρους PRN 2, 6, 9, 13 και 15. Να δώσετε τον πίνακα σχεδιασμού A των κανονικών εξισώσεων για την περίπτωση του διαφορικού προσδιορισμού θέσης μεταξύ δορυφόρων (∇)

SV	X_s (m)	Y_s (m)	Z_s (m)
2	836229.761	-16373439.124	20812828.321
15	14345306.312	-14543595.765	16832092.647
6	-4338338.160	17265997.291	19490981.421
13	-16306132.106	-20828936.265	2909954.890
9	-11645476.452	-1703051.998	23397776.661

B. Ασκήσεις (συνέχεια)

3. Πραγματοποιούνται μετρήσεις φάσης από δύο δέκτες (reference και rover) προς τέσσερις δορυφόρους (s^1, s^2, s^3, s^4) σε οκτώ εποχές μετρήσεων ($t^1, t^2, t^3, t^4, t^5, t^6, t^7, t^8$).

Να δώσετε αναλυτικά τη μορφή του πίνακα σχεδιασμού A των κανονικών εξισώσεων για την περίπτωση μετρήσεων φάσης και διαφορικού προσδιορισμού θέσης

- a) Διπλές διαφορές δορυφόρων – δεκτών ($\nabla\Delta$)
- b) Διπλές διαφορές εποχών – δορυφόρων ($\delta\nabla$)
- c) Τριπλές διαφορές εποχών – δορυφόρων – δεκτών ($\delta\nabla\Delta$)

A. Ερωτήσεις

1. Τί εκφράζει το γεωμετρικό μέτρο της ακρίβειας (DOP) των μετρήσεων GPS;
2. Ποιά γεωμετρικά μέτρα της ακρίβειας των μετρήσεων GPS γνωρίζετε; Να τα αναφέρετε και να εξηγήσετε τη σημασία του καθενός.
3. Ποιές η μέγιστη αποδεκτή τιμή που μπορεί να λάβει το DOP;
4. Για ποιούς λόγους μπορεί το DOP να λάβει τιμές μεγαλύτερες αυτής της απάντησής σας στο 3^ο ερώτημα;
5. Αν το DOP λάβει τιμές μεγαλύτερες αυτής της απάντησής σας στο 3^ο ερώτημα τότε τί πρέπει να κάνετε;

B. Ασκήσεις

1. Για την 1^η Άσκηση στο Διαφορικό GPS, να βρείτε τις τιμές για τα διάφορα γεωμετρικά μέτρα ακρίβειας. Σας δίνεται ότι ο πίνακας βαρών P είναι ο μοναδιαίος πίνακας I .
2. Για 2^η Άσκηση στο Διαφορικό GPS, να βρείτε τις τιμές για τα διάφορα γεωμετρικά μέτρα ακρίβειας. Σας δίνεται ότι οι ακρίβειες των παρατηρήσεων είναι $5+PRN$ (m).

Βασική Γεωδαισία

Ορισμός

ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ : – Γέα – Γη Δαιτώ – Μελετώ/Μετρώ

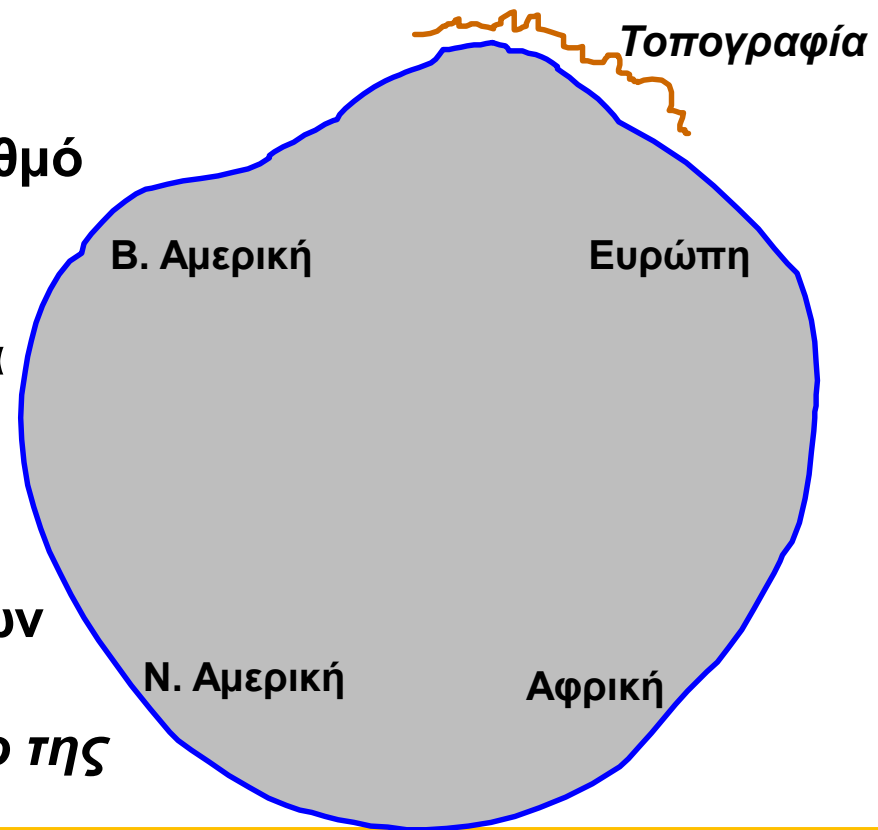
Η Μελέτη και Μέτρηση της Γής

*Η Γεωδαισία είναι η επιστήμη που ασχολείται με
τη μέτρηση και χαρτογράφηση της επιφάνειας
της Γής*

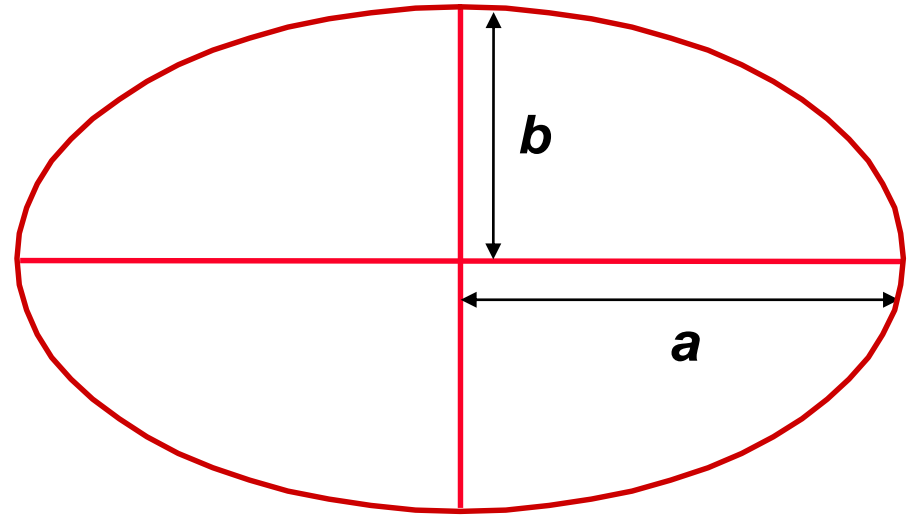
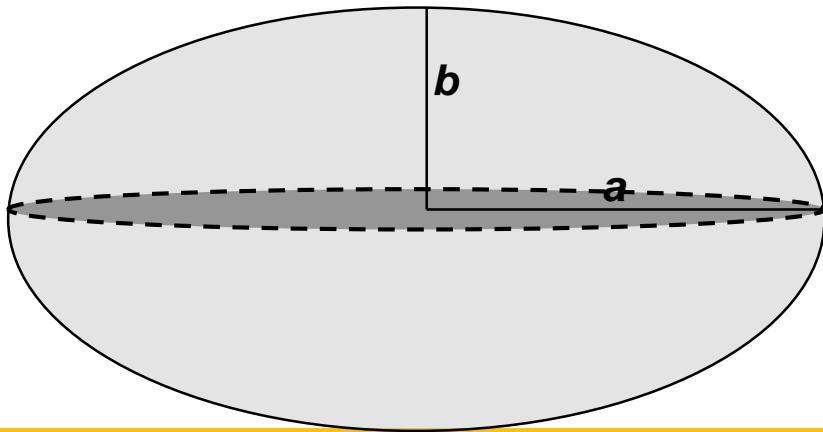
F.R Helmert (1880)

Η πραγματική Γη - Το γεωειδές

- Είναι μια ισοδυναμική επιφάνεια που προσαρμόζεται βέλτιστα στη Μέση Στάθμη της Θάλασσας (ΜΣΘ)
- Είναι μία φυσική επίφανεια προσέγγισης της πραγματικής επιφάνειας της Γής
- Περιγράφεται από έναν άπειρο αριθμό παραμέτρων
- Μπορεί να προσιοριστεί με όργανα (βαρυτημετρία)
- Η περιγραφή και μορφή της είναι περίπλοκη → η αναφορά μετρήσεων στο γεωειδές περιλαμβάνει πολύπλοκες εξισώσεις (αντικείμενο της γεωδαισίας)

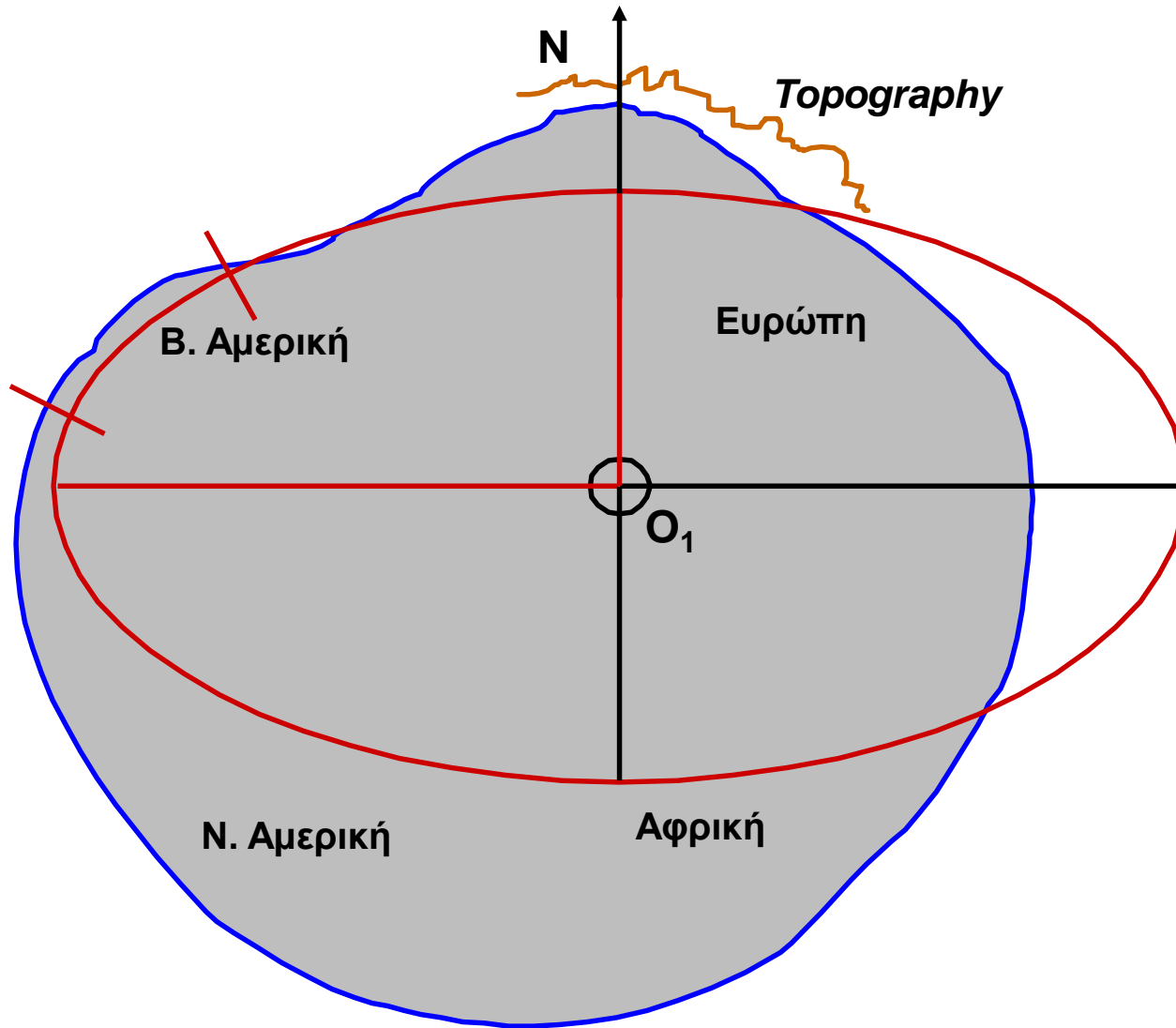


- Η έλλειψη είναι μία μαθηματική επιφάνεια που ορίζεται από
 - Τον μεγάλο ημι-άξονα (a)
 - Τον Μικρό ημι-άξονα (b)
- Είναι μία απλή γεωμετρική επιφάνεια
- Δεν μπορεί να μετρηθεί/προσδιοριστεί με όργανα



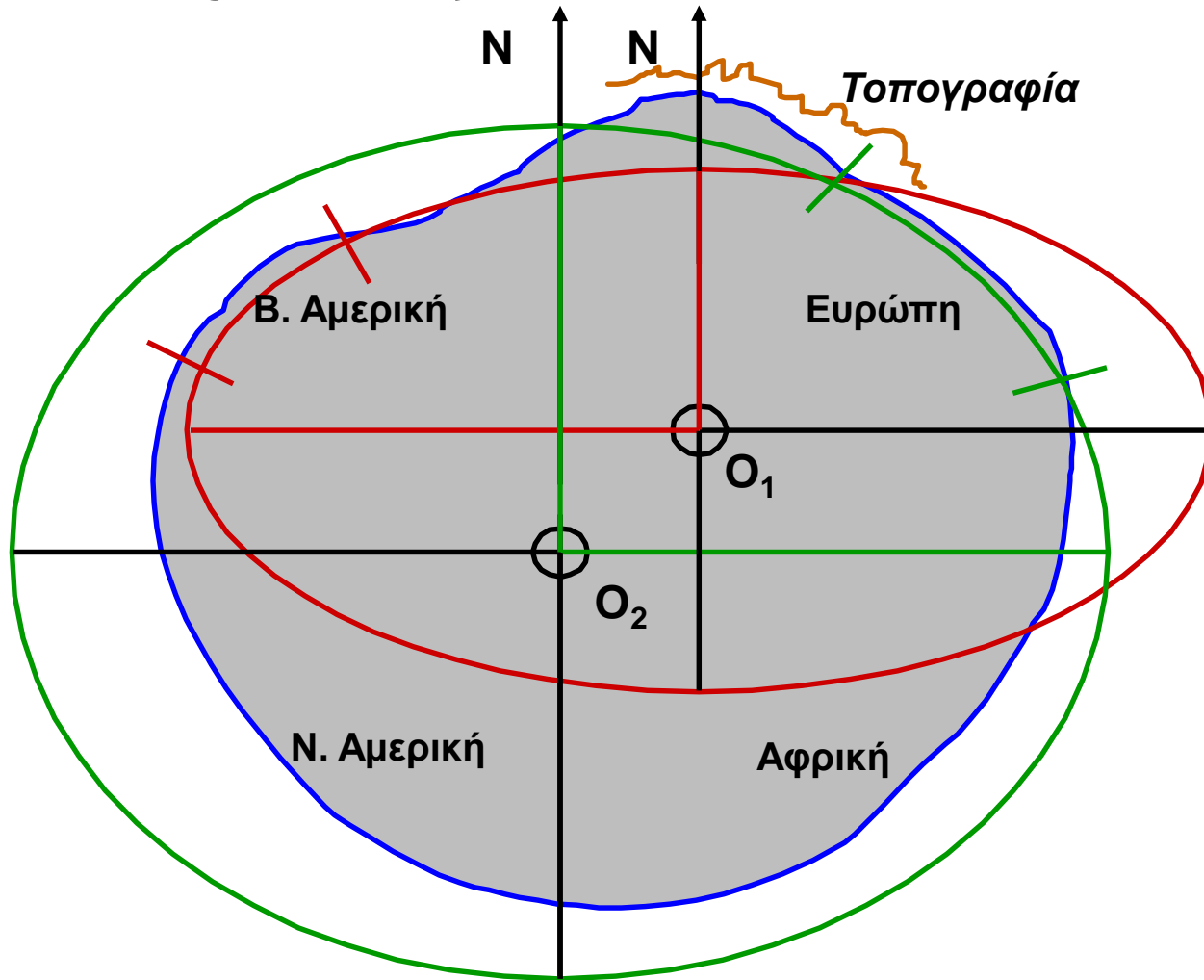
- Είναι μία μαθηματική προσέγγιση της πραγματικής Γής.
- Η απλότητά της επιτρέπει τη χρήση απλών σχέσεων για να περιγραφούν τα διάφορα μεγέθη που αναφέρονται σε αυτή

Το Ελλειψοειδές και το Γεωειδές

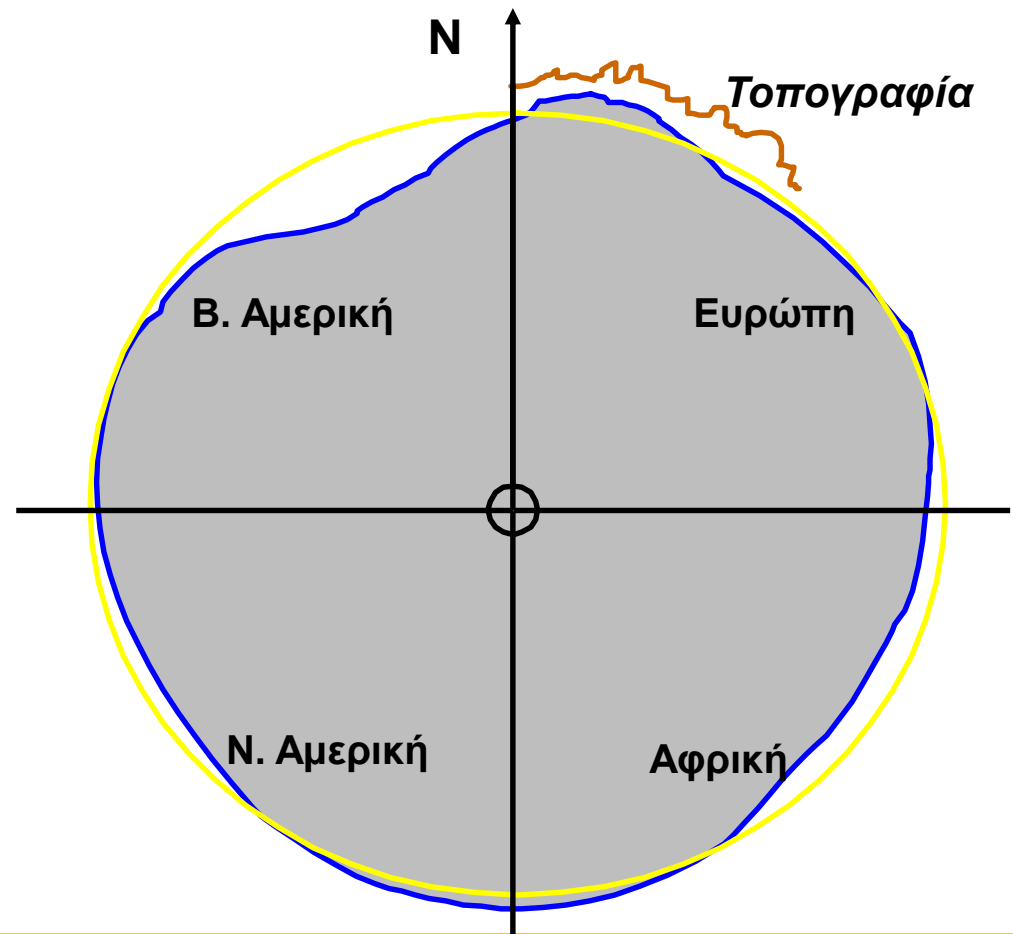


Το Ελλειψοειδές και το Γεωειδές

✓ Ποιο ελλειψοειδές να επιλέξω ;



- Το παγκόσμιο γεωδαιτικό σύστημα
 - WGS 1984
- Βέλτιστη μαθηματική προσέγγιση της γης



Ορισμός:

Ο ορισμός ενός Γεωδαιτικού Συστήματος Αναφοράς (GRS) πρέπει να περιλαμβάνει υποχρεωτικά πληροφορίες σχετικά με:

✓ το κέντρο του

➤ Το κέντρο σχεδόν όλων των ΓΣΑ είναι το γεώκεντρο. Διαφέρει από αυτό μόνο σε ορισμένα τοπικά ΓΣΑ

✓ η διεύθυνση των αξόνων του

➤ Ο άξονας Z έχει διεύθυνση προς τον Συμβατικό Επίγειο Πόλο (Conventional Terrestrial Pole – CTP) του (1984.0) όπως αυτός προσδιορίστηκε από το BIH (Bureau International de l'Heure). Αυτό έγινε προσδιορίζοντας τον CTP ως τη μέση διεύθυνση του άξονα περιστροφής της Γησ μεταξύ 1900 και 1905

➤ Ο άξονας X έχει διεύθυνση προς την τομή της επιφάνειας του μεσημβρινού αναφοράς (μεδενικός μεσημβρινός του BIH που προσδιορίστηκε την εποχή 1984.0) με το επίπεδο του ισημερινού. Διαφέρει από τον μεσημβρινό του Greenwich κατά μερικά μέτρα.

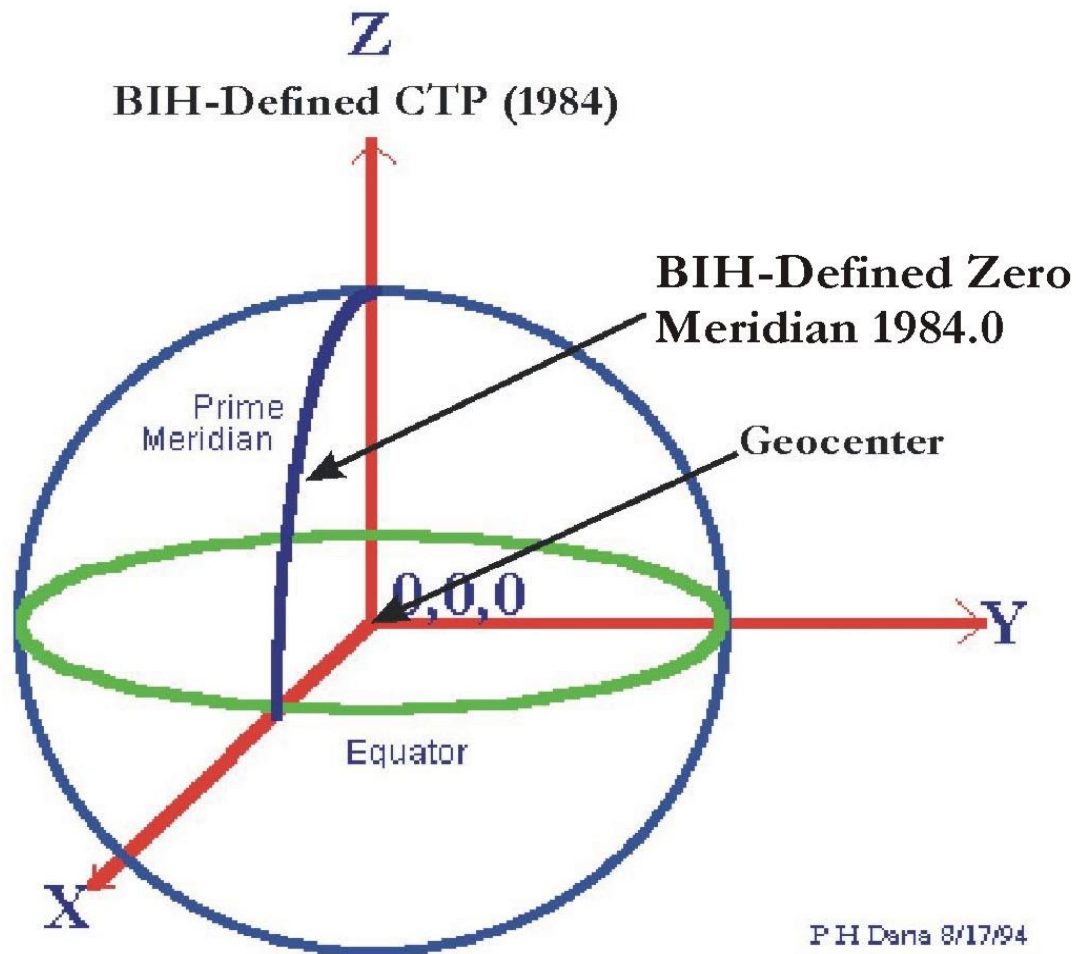
➤ Ο άξονας Y συμπληρώνει τους δύο προηγούμενους ώστε να είναι ορθογωνικός και να σχηματίζει ένα δεξιόστροφο ΓΣΑ.

➤ Ένα τέτοιό σύστημα αποκαλείται Earth Centered, Earth Fixed (ECEF) Conventional Terrestrial System (CTS)

Ορισμός (συνέχεια):

- ✓ το ελλειψοειδές αναφοράς (επιφάνεια στην οποία αναφέρονται τα ελλειψοειδή/γεωμετρικά υψόμετρα h)
 - μεγάλος ημιάξονας (a)
 - μικρός ημιάξονας (b)
 - επιπλάτυνση (f)
 - εκκεντρότητα (e)
 - τιμή της παγκόσμιας βαρυτημετρικής σταθεράς (παγκόσμια σταθερά της βαρύτηταςχμάζα της Γης) (GM)
 - τιμή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της Γης (ω)
 - χρειαζόμαστε τέσσερις από αυτές τις παραμέτρους, συνήθως τις a , GM , ω and e
- ✓ το γεωειδές αναφοράς (επιφάνεια στην οποία αναφέρονται τα ορθομετρικά υψόμετρα H)
 - δεδομένα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί
 - χρησιμοποιηθέν παγκόσμιο Γεωδυναμικό Μοντέλο
 - Διαθεσιμότητα υψομέτρων του γεωεδιού και διακριτική ικανότητα
- ✓ σχέση με άλλα ΓΣΑ
 - παράμετροι μετατροπής σε άλλα ΓΣΑ

Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς (GRS)



Earth Centered, Earth Fixed Geodetic Reference System

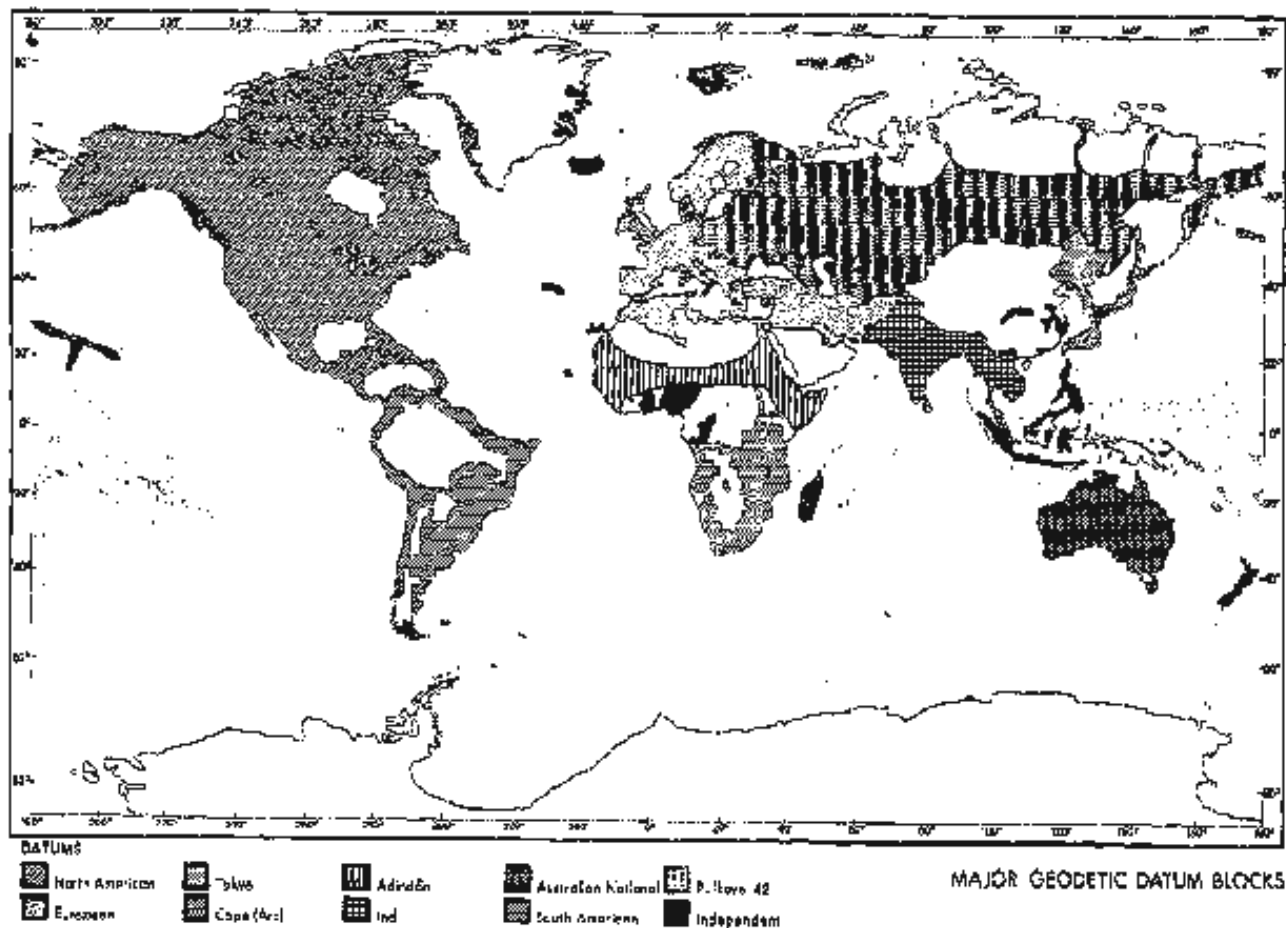
Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς (GRS)

Ιστορία:

Ellipse	Semi-Major Axis (meters)	1/Flattening
Airy 1830	6377563.396	299.3249646
Bessel 1841	6377397.155	299.1528128
Clarke 1866	6378206.4	294.9786982
Clarke 1880	6378249.145	293.465
Everest 1830	6377276.345	300.8017
Fischer 1960 (Mercury)	6378166.0	298.3
Fischer 1968	6378150.0	298.3
G R S 1967	6378160.0	298.247167427
G R S 1975	6378140.0	298.257
G R S 1980	6378137.0	298.257222101
Hough 1956	6378270.0	297.0
International	6378388.0	297.0
Krassovsky 1940	6378245.0	298.3
South American 1969	6378160.0	298.25
WGS 60	6378165.0	298.3
WGS 66	6378145.0	298.25
WGS 72	6378135.0	298.26
WGS 84	6378137.0	298.257223563

Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς και οι παράμετροι των ελλειψοειδών αναφοράς

Ιστορία:



Ιστορικά Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς

Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς (GRS)

Θέλουμε να απαντήσουμε στην ερώτηση. Πού είμαι?

πρέπει να προσδιορίσουμε τη θέση μας

συντεταγμένες

ελλειψοειδείς
(φ, λ, h or H)

καρτεσιανές
(X, Y, Z)

- ✓ Μετασχηματισμός συντεταγμένων από το ένα ΓΣΑ στο άλλο
- ✓ Ένα παγκόσμιο ΓΣΑ δημιουργεί ένα παγκόσμιο πλέγμα αναφοράς, όπως το WGS84, στο οποίο αναφέρονται όλοι οι χρήστες (GPS).
- ✓ Παραγωγή χαρτών για ναυσιπλοΐα, κτηματολόγιο, χρήσεις γής, αναψυχή, λήψη αποφάσεων κ.λπ.
- ✓ Παρακολούθηση των μετακινήσεων του φλοιού της Γης, μετρήσεις βαρύτητας και παρακολούθηση παλιρροιών
- ✓ Οι οριζόντιες συντεταγμένες προσδιορίζονται από το GPS με πολύ καλή ακρίβεια αλλά το ελλειψοειδές υψόμετρο δεν παρέχει πληροφορία για το ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Για να το πετύχουμε αυτό πρέπει να γνωρίζουμε το ορθομετρικό υψόμετρο

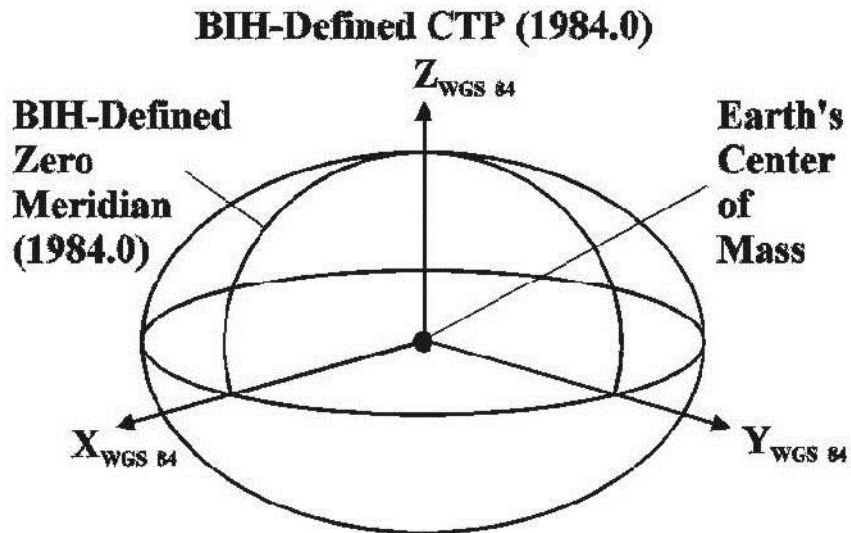
Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς (GRS)

- ✓ Αναπτύχθηκε από το Υπουργείο Εθνικής Άμυνας των ΗΠΑ (U.S. Department of Defense – DoD) και συγκεκριμένα την Υπηρεσία Ψηφιακής Χαρτογραφίας (Digital Mapping Agency – DMA)
- ✓ Το WGS84 δημιουργήθηκε για να υποστηρίξει χαρτογραφικές, γεωδαιτικές, τοπογραφικές και βαρυτημετρικές εφαρμογές καθώς και ψηφιακά προϊόντα του DoD
- ✓ Ένα παγκόσμιο GRS ήταν σημαντικό λόγω της:
 - Ευκολίας χρήσης ενός ΓΣΑ παρά πολλών
 - Ομοιογενούς ακρίβειας
 - Ανάγκη υποστήριξης με το ίδιο ΓΣΑ τόσο παγκόσμιων όσο και τοπικών εφαρμογών
 - Ανάγκη συσχέτισης μιας εργασίας με μία άλλη (π.χ. Τοπογραφία με χαρτογραφία)
 - Ομαλή και εύκολη μεταφορά πληροφορίας από το ένα μέρος της Γης στο άλλο
- ✓ Το WGS84 παρέχει:
 - Βασικό πλαίσιο αναφοράς και γεωμετρική μορφή της Γης
 - Μοντέλο για το πεδίο βαρύτητας της Γης
 - Σύνδεση με άλλα ΓΣΑ

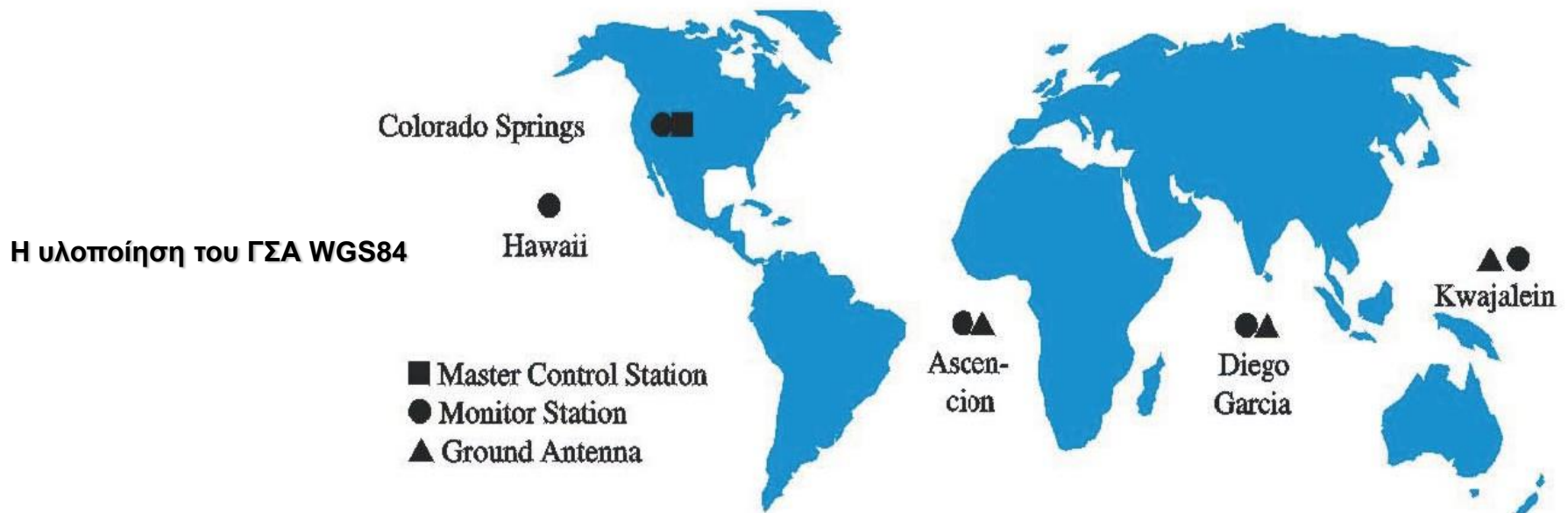
- ✓ Το WGS84 ορίζεται ως εξής
 - κέντρο το γεώκεντρο
 - άξονας Z ο CTP όπως ορίστηκε από το BIH την εποχή 1984.0
 - άξονας X η τομή του μεσημβρινού αναφοράς με τον ισημερινό του CTP
 - άξονας Y ορθογωνικός με τους X και Z και σχηματίζει δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων

- ✓ Η υλοποίηση του πραγματοποιήθηκε μέσω συντεταγμένων πέντε σταθμών παρακολούθησης που μετρήθηκαν με παρατηρήσεις Doppler προς το δορυφορικό σύστημα TRANSIT

Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς WGS84

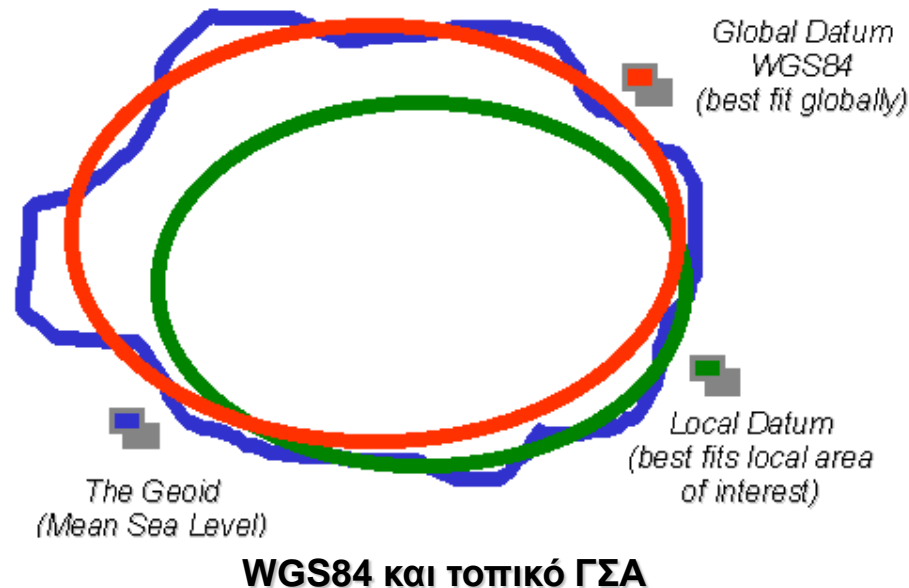


Ο ορισμός του ΓΣΑ WGS84



Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς WGS84

- ✓ Το WGS84 ταιριάζει καλύτερα στο γεωειδές σε παγκόσμια κλίμακα ενώ ένα τοπικό ΓΣΑ ταιριάζει καλύτερα στο γεωειδές σε τοπική κλίμακα

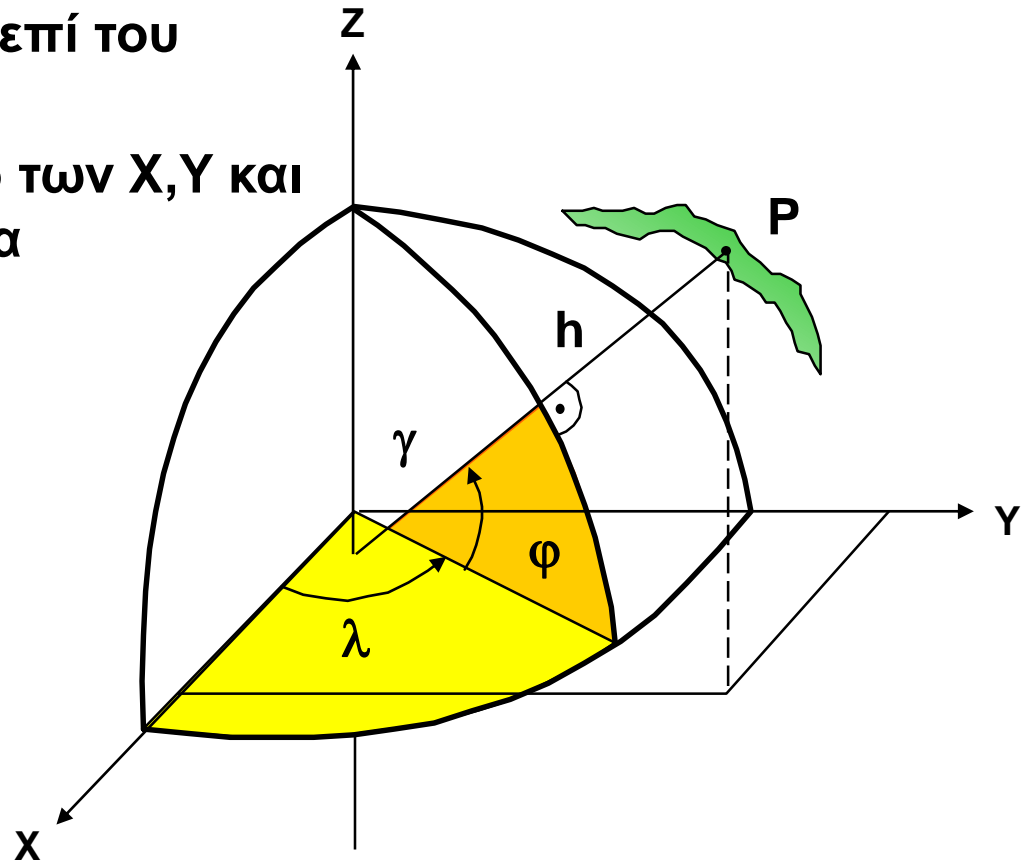


✓ ακρίβεια WGS84

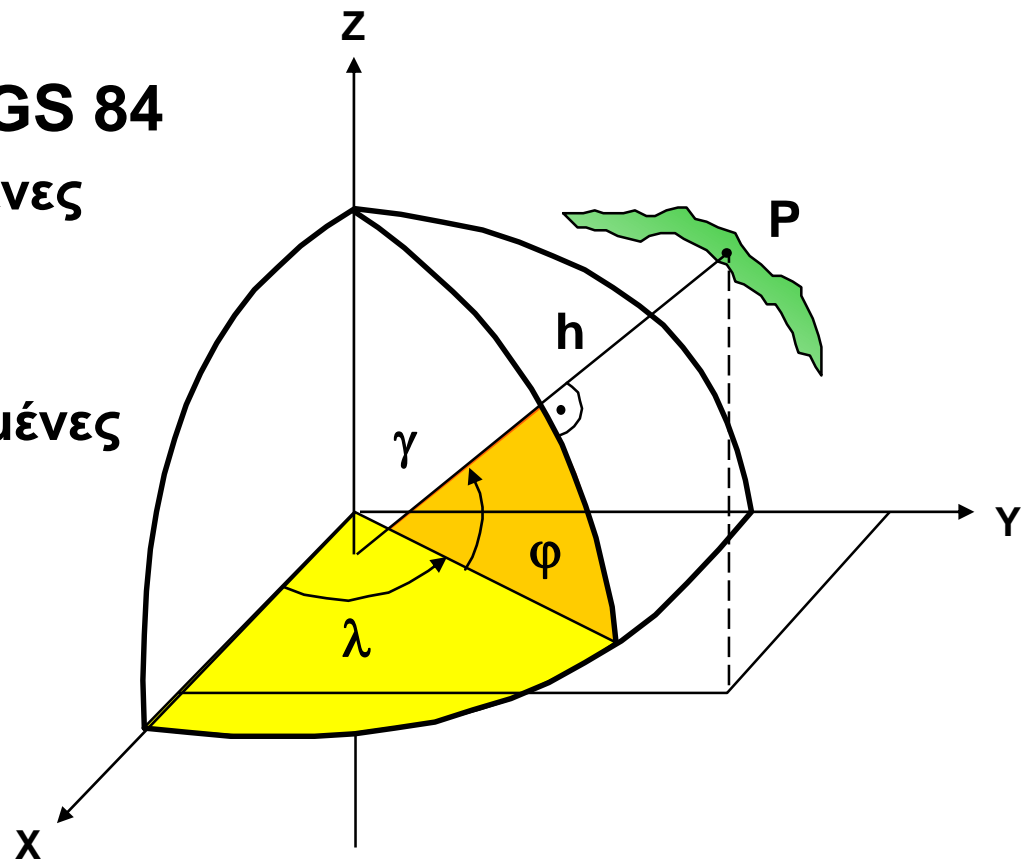
- οριζόντια (1σ) $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\lambda} = \pm 1 \dots \pm 5 \text{ cm}$ ✓
- κατακόρυφη (1σ) $\sigma_h = \pm 10 \dots \pm 20 \text{ cm}$ (ελλειψοειδή υψόμετρα) ✓
- υψόμετρο γεωειδούς (1σ) $\sigma_H = \pm 0.5 \dots \pm 1 \text{ m}$ (ορθομετρικά υψόμετρα) ✓

Παγκόσμιο Γεωδαιτικό Σύστημα (WGS84)

- Η αρχή του συμπίπτει με το κέντρο της γης
- Χ και Υ κάθετοι άξονες επί του ισημερινού επιπέδου
- Ζ κάθετος στο επίπεδο των Χ,Υ και συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής της γης

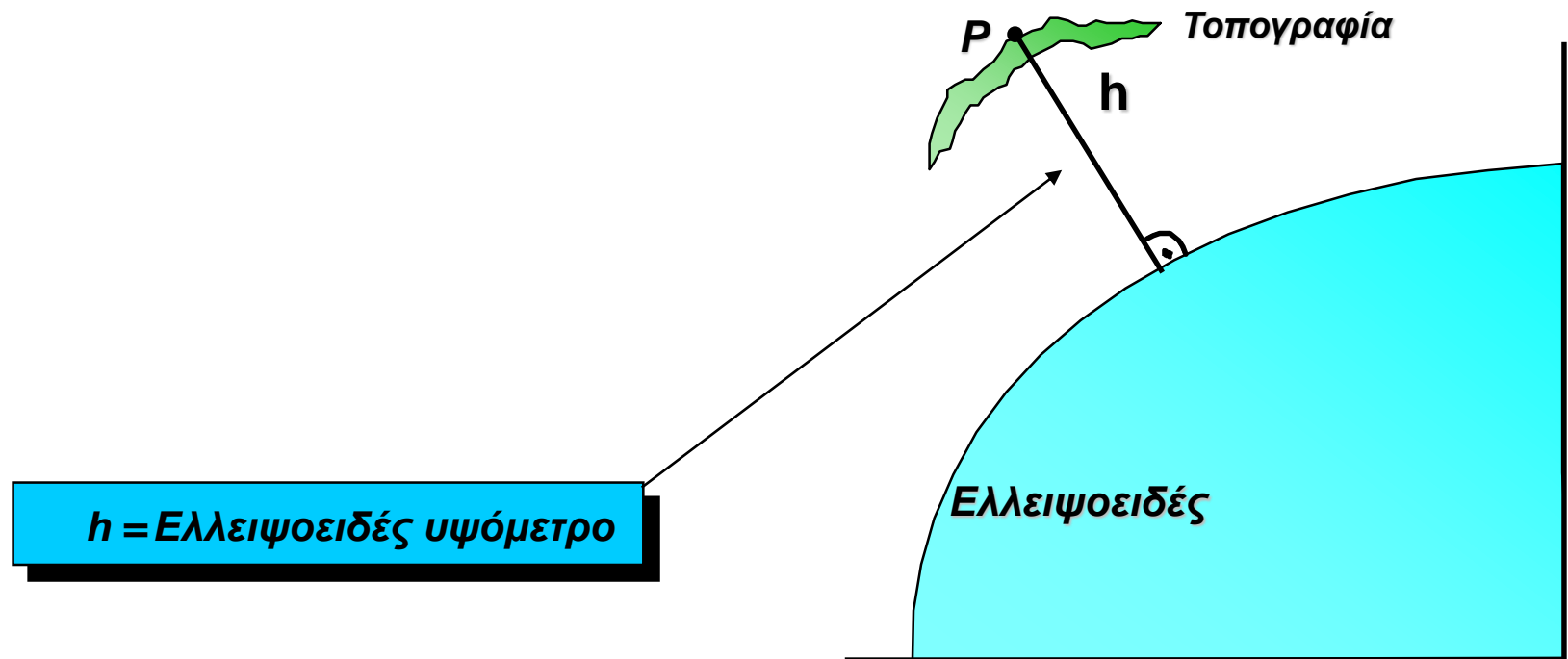


- Ο άξονας (X) επί του μεσημβρινού αναφοράς
- Θέσεις και διαφορές συντεταγμένων στο WGS 84
 - Γεωδαιτικές συντεταγμένες φ, λ, h
 - Γεωκεντρικές συντεταγμένες X, Y, Z



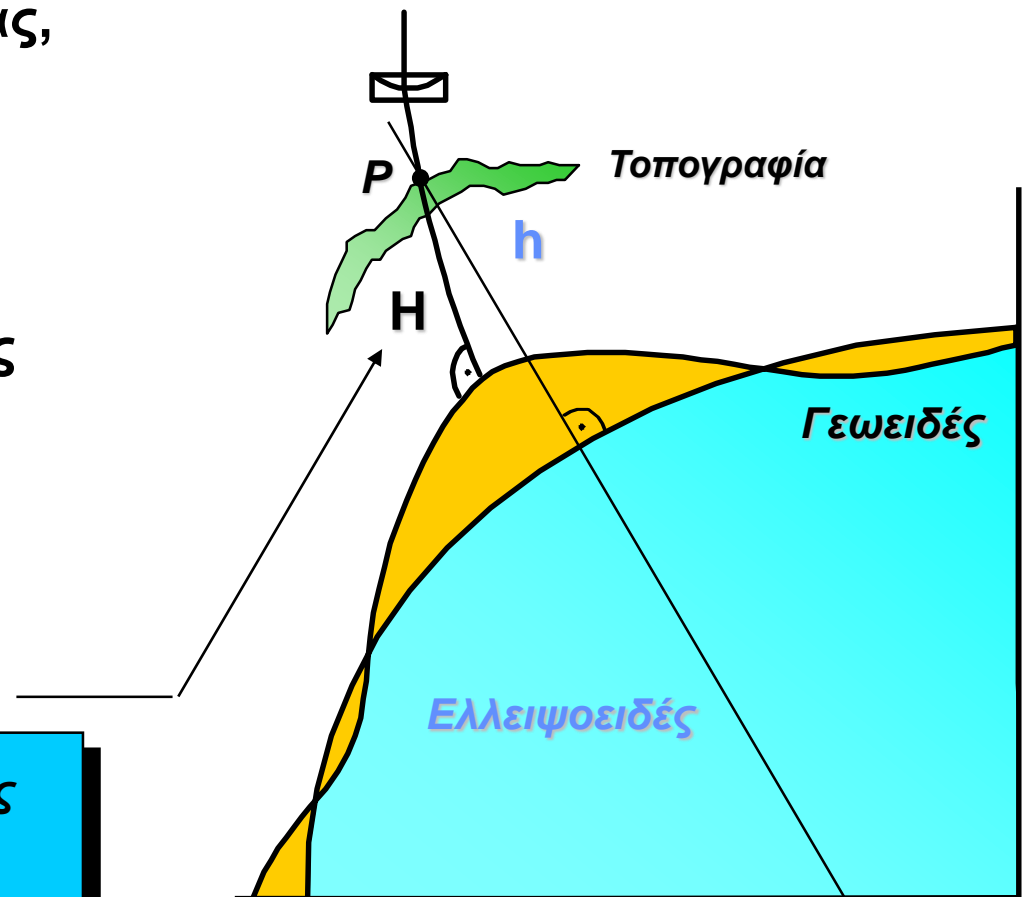
Υψομετρία

- Υψόμετρα προσδιοριζόμενα με GPS αναφέρονται στο ελλειψοειδές του WGS 84



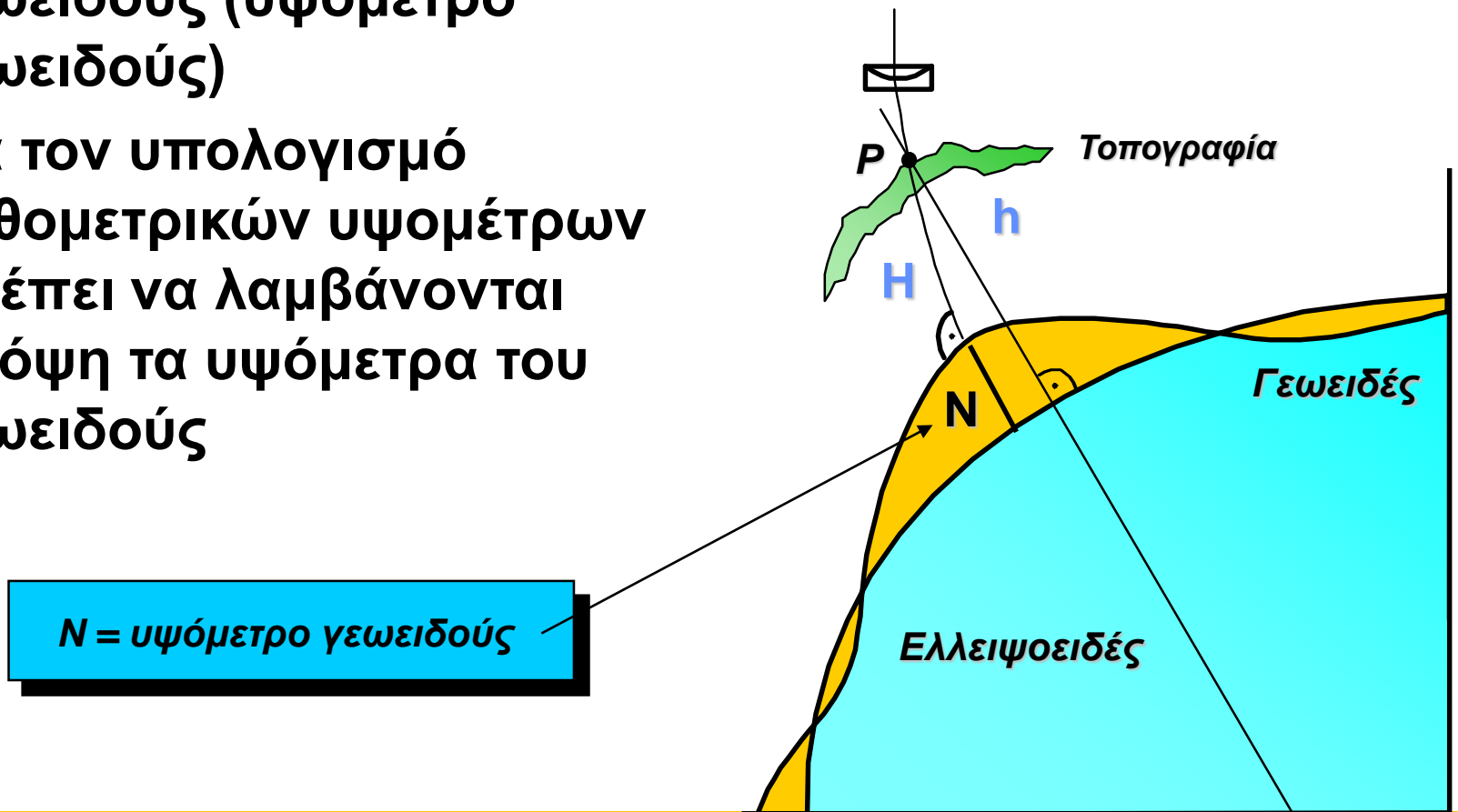
ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ

- Το γεωειδές είναι ισοδυναμική επιφάνεια που συμπίπτει με Μέση Στάθμη Θάλασσας – Μ.Σ.Θ.
- Οι διακυμάνσεις του γεωειδούς οφείλονται σε επιδράσεις της τοπογραφίας, γεωλογίας κ.λπ.
- Τα ορθομετρικά υψόμετρα αναφέρονται τυπικά σε ένα Datum που συμπίπτει με τη Μέση Στάθμη της Θάλασσας
- Μ.Σ.Θ. \equiv Γεωειδές

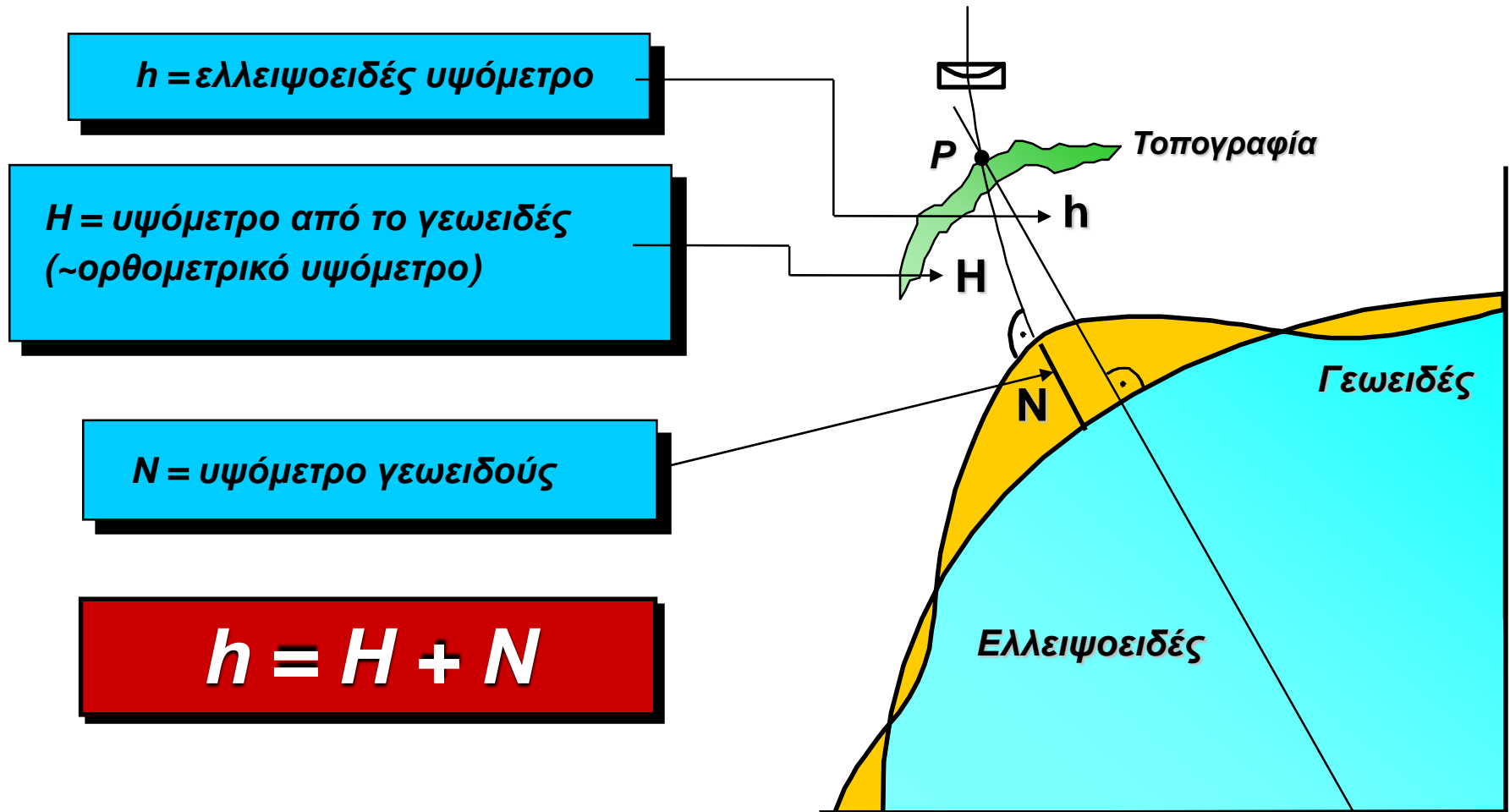


**H = υψόμετρο από γεωειδές
(~ορθομετρικό υψόμετρο)**

- Η διαφορά ανάμεσα σε γεωειδές και ελλειψοειδές ονομάζεται διακύμανση του γεωειδούς (υψόμετρο γεωειδούς)
- Για τον υπολογισμό ορθομετρικών υψομέτρων πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα υψόμετρα του γεωειδούς



- Το υψόμετρο του γεωειδούς μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό!!!!



Ερωτήσεις

1. Από ποιές παραμέτρους ορίζεται ένα γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς;
2. Ποιά τα πλεονεκτήματα της ύπαρξης ενός κοινού και παγκοσμίου συστήματος αναφοράς σε σχέση με την ύπαρξη πολλών τοπικών συστημάτων αναφοράς;
3. Έχετε στη διάθεσή σας υψόμετρα του γεωεδιούς για μία περιοχή του Νομού Σερρών. Τί θα πρέπει να κάνετε για να υπολογίσετε ορθομετρικά υψόμετρα σε κάποια σημεία αυτής;
4. Ποιό υψόμετρο, το γεωμετρικό ή το ορθομετρικό έχει φυσική σημασία; Πώς ορίζεται το κάθε ένα;

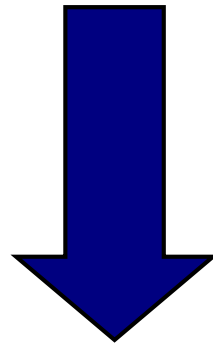
Ερωτήσεις

5. Σε μία υψομετρική αποτύπωση ενός αγροτεμαχίου σας ζητείται να προσδιορίσετε τα υψόμετρα κάποιων σημείων. Βάσει ποιου κριτηρίου θα επιλέγατε γεωμετρική χωροστάθμηση ή GPS;

***Μετασχηματισμοί συντεταγμένων από το
σύστημα αναφοράς του GPS***

**Καρτεσιανές Συντεταγμένες στο
σύστημα WGS'84.**

(X ,Y, Z)

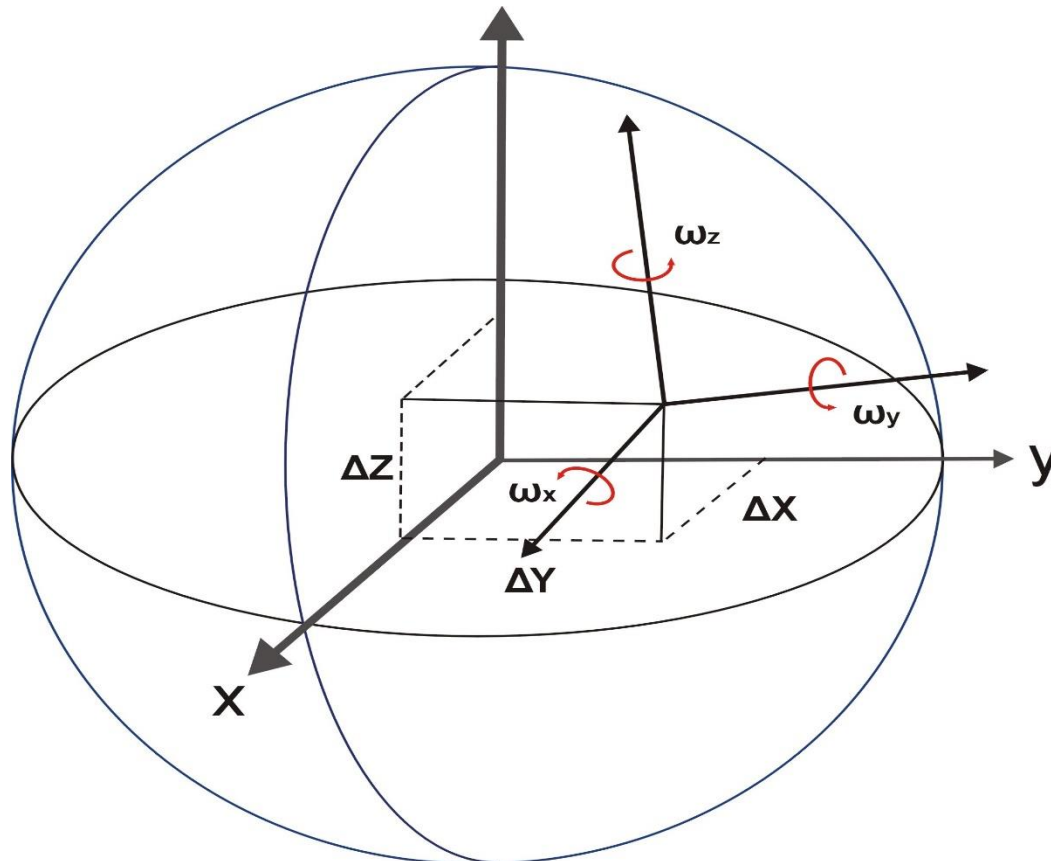


**Καρτεσιανές Συντεταγμένες στο Τοπικό
σύστημα αναφοράς (ΤΣ) π.χ. ΕΓΣΑ'
87.**

(X_{ΤΣ} ,Y_{ΤΣ}, Z_{ΤΣ})

Σχέση μεταξύ δύο ΓΣΑ

Τα δύο συστήματα διαφέρουν κατά τρεις συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης της αρχής των αξόνων καθώς επίσης και κατά τρεις γωνίες στρώφης των αξόνων του ενός συστήματος ως προς το άλλο.



Μετασχηματισμός στο τοπικό σύστημα

Για την μετάβαση από το ένα σύστημα στο άλλο χρησιμοποιούμε ένα μετασχηματισμό ομοιότητας στις τρεις διαστάσεις. Για δύο δεξιόστροφα γεωδαιτικά συστήματα και για τις συνήθεις περιπτώσεις οι εξισώσεις είναι :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΤΣ}} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS}} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

WGS'84 \Rightarrow ΕΓΣΑ'87

Ακρίβεια $\approx 1\text{m}$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ'87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS'84}} + \begin{bmatrix} 199.723 \\ -75.030 \\ -246.018 \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμός στο τοπικό σύστημα

Δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες στο WGS'84 για το σημείο

TR όπου :

$$X = 4453992.1317$$

$$Y = 1912890.8354$$

$$Z = 4131620.0913$$

Εφαρμόζοντας την σχέση που συνδέει που συνδέει τα συστήματα WGS'84 και ΕΓΣΑ'87 με ακρίβεια $\approx 1\text{m}$, οι νέες συντεταγμένες του σημείου TR στο ΕΓΣΑ'87 θα είναι :

$$X = 4454191.8547$$

$$Y = 1912815.8054$$

$$Z = 4131374.0733$$

Μετασχηματισμός στο τοπικό σύστημα

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ '87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS '84}} + \begin{bmatrix} 199.723 \\ -75.030 \\ -246.018 \end{bmatrix}$$

X = 4454191.8547

Y = 1912815.8054

Z = 4131374.0733

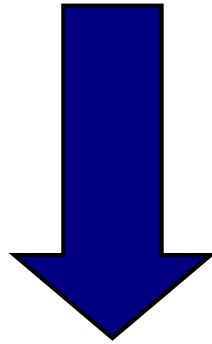
X = 4453992.1317

Y = 1912890.8354

Z = 4131620.0913

**Καρτεσιανές Συντεταγμένες στο Τοπικό
σύστημα αναφοράς (ΤΣ)**

$(X_{ΤΣ}, Y_{ΤΣ}, Z_{ΤΣ})$



**Γεωδαιτικές συντεταγμένες (στο
Ελλειψοειδές).**

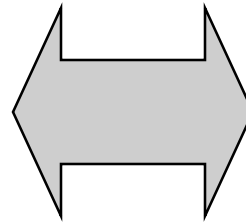
(φ, λ, h)

Μετατροπή των Καρτεσιανών συντεταγμένων σε Γεωδαιτικές

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi$$



$$\varphi = \arctan \left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right)$$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$h = \frac{Z}{\sin \varphi} - (1 - e^2)N$$

Όπου N η ακτίνα καμπυλότητας

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

Παράδειγμα

Δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ'87 για το σημείο TR (4454191.8547, 1912815.8054, 4131374.0733). Εφαρμόζοντας τις παραπάνω εξισώσεις μετατροπής των X,Y,Z σε φ,λ,h προκύπτουν οι συντεταγμένες για το σημείο TR :

$$\varphi = 40.6298^\circ$$

$$\lambda = 23.2407^\circ \quad \text{για το GRS'80 έχουμε } a=6378137 \text{ m} \quad \text{και} \quad b = 6356752 \text{ m}$$

$$h = 104.971 \text{ m}$$

Για τον υπολογισμό του φ απαιτούνται μερικές διαδοχικές επαναλήψεις. Σαν αρχική τιμή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή που προκύπτει αν θέσουμε $h=0$, δηλαδή :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Z(1+e'^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

Όπου e' η δεύτερη εκκεντρότητα

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$$

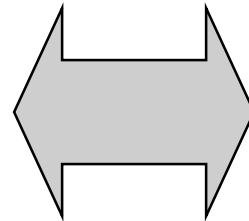
Παράδειγμα

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ '87}} = \begin{bmatrix} 4463709.\alpha\beta\gamma \\ 1891016.\alpha\beta\gamma \\ 4131270.\alpha\beta\gamma \end{bmatrix}_{\text{WGS '84}} + \begin{bmatrix} 199.723 \\ -75.030 \\ -246.018 \end{bmatrix}$$

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi$$



$$\varphi = \arctan \left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right)$$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$h = \frac{Z}{\sin \varphi} - (1 - e^2)N$$

Όπου N η ακτίνα καμπυλότητας

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

1^ο ΒΗΜΑ

Για τον υπολογισμό του φ απαιτούνται μερικές διαδοχικές επαναλήψεις. Σαν αρχική τιμή μπορούμε να

χρησιμοποιήσουμε αυτή που προκύπτει αν θέσουμε $h=0$, δηλαδή :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Z(1+e'^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

Όπου e' η δεύτερη εκκεντρότητα

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$$

για το GRS'80 έχουμε $a=6378137$ m και $b = 6356752$ m

$$\varphi_o = \arctan\left(\frac{Z(1+e'^2)}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_o = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_o}}$$

2° ΒΗΜΑ

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_0}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}}$$

2° ΒΗΜΑ

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_0}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}}$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_1}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_2}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

2° ΒΗΜΑ

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_0}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}}$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_1}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_2}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

$$\varphi_3 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_2}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_3 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_3}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

2° ΒΗΜΑ

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_0}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}}$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_1}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_2}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

$$\varphi_3 = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_2}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_3 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_3}}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

..... $\Delta\varphi_n = \varphi_n - \varphi_{n-1} \approx 0$

3^ο ΒΗΜΑ

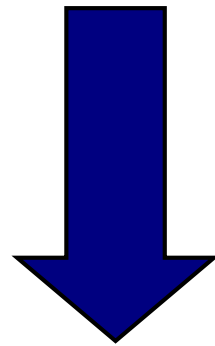
$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{Z + e^2 N \sin \varphi_{n-1}}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right)$$

$$N_n = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_n}}$$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$h = \frac{Z}{\sin \varphi_n} - (1 - e^2) N_n$$

**Γεωδαιτικές συντεταγμένες.
(φ, λ, h)**



**Προβολικές συντεταγμένες.
(E, N, H)**

Υπολογισμός των προβολικών συντεταγμένων από τις γεωδαιτικές (Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή).

Υπολογισμός του N

$$\begin{aligned}
 N = m_o S_\varphi + & \\
 m_o N \left[\frac{\Delta\lambda^2}{2} \sin\varphi \cos\varphi + \frac{\Delta\lambda^4}{24} \sin\varphi \cos^3\varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \right. & \\
 + \frac{\Delta\lambda^6}{720} \sin\varphi \cos^5\varphi (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2\eta^2 + 445\eta^4 & \\
 + 324\eta^6 - 680t^2\eta^4 + 88\eta^8 - 600t^2\eta^6 - 192t^2\eta^8) & \\
 \left. + \frac{\Delta\lambda^8}{40230} \sin\varphi \cos^7\varphi (1385 - 3111t^2 + 543t^2 - t^6) \right] &
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός των προβολικών συντεταγμένων από τις γεωδαιτικές (Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή).

Υπολογισμός του E

$$E' = m_o N \left[\Delta\lambda \cos \varphi + \frac{\Delta\lambda^3 \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta\lambda^5 \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta\lambda^7 \cos^7 \varphi}{5040} (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) \right]$$

όπου $E = E' + c$ με $c = 200000$ ή $c = 500000$ και $t = \tan \varphi$
 $\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi$
 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$

Υπολογισμός των προβολικών συντεταγμένων από τις γεωδαιτικές (Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή).

Το S_φ είναι το αληθινό μήκος τόξου μεσημβρινού στο ΕΕΠ όπου για τις προβολές με παράλληλο αφετηρίας τον ισημερινό ($\varphi=0^\circ$) υπολογίζεται από την σχέση:

$$S_\varphi = k \left(A_0 \varphi + A_1 \sin 2\varphi + \frac{A_2}{3} \sin 4\varphi + \frac{A_3}{5} \sin 6\varphi \right)$$

$$k = 8a \frac{(1 - e^2)}{\left(1 + \sqrt{1 - e^2}\right)^3}$$

Υπολογισμός των προβολικών συντεταγμένων από τις γεωδαιτικές (Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή).

Το S_φ είναι το αληθινό μήκος τόξου μεσημβρινού στο ΕΕΠ όπου για τις προβολές με παράλληλο αφετηρίας τον ισημερινό ($\varphi=0^\circ$) υπολογίζεται από την σχέση:

$$S_\varphi = k \left(A_0 \varphi + A_1 \sin 2\varphi + \frac{A_2}{3} \sin 4\varphi + \frac{A_3}{5} \sin 6\varphi \right)$$

$$k = 6367408.748$$

Για το ΕΕΠ του GRS'80 οι συντελεστές A έχουν τιμές :

A_0	A_1	A_2	A_3
1.000006345	$-2.5188441 \times 10^{-3}$	5.2871167×10^{-6}	$-1.0357890 \times 10^{-8}$

Οι γεωδαιτικές συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ'87 (Ε.Ε.Π. GRS'80) για το σημείο TR είναι :

$$\varphi = 40.6298^\circ$$

$$\lambda = 23.2407^\circ$$

$$h = 104.971 \text{ m}$$

Μετατρέπουμε τις γεωδαιτικές συντεταγμένες σε προβολικές E, N χρησιμοποιώντας τους τύπους για την εγκάρσια μερκατορική προβολή, όπου για την TM'87 είναι $c=500000\text{m}$, $m_0=0.9996$ και ο κεντρικός μεσημβρινός $\lambda_0=24^\circ$ και άρα οι τελικές συντεταγμένες στο προβολικό επίπεδο είναι :

$$E = 435785.73 \text{ m}$$

$$N = 4497934.71\text{m}$$

Ασκήσεις

1. Δίνονται οι καρτεσιανές συντεταγμένες στο σύστημα αναφοράς WGS'84 για το σημείο A(4456089.170, 1908627.446, 4131479.559). Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ'87 με μια ακρίβεια της τάξης του μέτρου.
2. Από τις συντεταγμένες που υπολογίσατε στο 1^ο Ερώτημα να υπολογιστούν στη συνέχεια οι γεωδαιτικές συντεταγμένες στο ελλειψοειδές GRS'80.
3. Με βάση τις συντεταγμένες που υπολογίσατε στο 2^ο Ερώτημα, να υπολογίσετε τις τελικές προβολικές συντεταγμένες στην Μερκατορική προβολή μιας ζώνης του ΕΓΣΑ'87