Τεχνολογικο Εκπαιδευτικο Ιδρυμα Κεντρικης Μακεδονιας - Σερρες
Τμημα Μηχανικων Πληροφορικης

Γραμμικός Προγραμματισμός & Βελτιστοποίηση

Δρ. Δημήτρης Βαρσάμης
Καθηγητής Εφαρμογών

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η βέλτιστη λύση όπως παρατηρήθηκε από τη γραφική λύση, αντιστοιχεί σε μια κορυφή στη γεωμετρική απεικόνιση του εφικτού συνόλου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η βέλτιστη λύση όπως παρατηρήθηκε από τη γραφική λύση, αντιστοιχεί σε μια κορυφή στη γεωμετρική απεικόνιση του εφικτού συνόλου.
- Η μέθοδος Simplex ξεκινώντας από μια αρχική κορυφή μπορεί να πάει σε άλλες γειτονικές κορυφές κατά μήκος των ακμών του πολυγώνου του εφικτού συνόλου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η βέλτιστη λύση όπως παρατηρήθηκε από τη γραφική λύση, αντιστοιχεί σε μια κορυφή στη γεωμετρική απεικόνιση του εφικτού συνόλου.
- Η μέθοδος Simplex ξεκινώντας από μια αρχική κορυφή μπορεί να πάει σε άλλες γειτονικές κορυφές κατά μήκος των ακμών του πολυγώνου του εφικτού συνόλου.
- Σε κάθε μετάβαση της μεθόδου από μία κορυφή σε μια άλλη η μέθοδος Simplex κατορθώνει να βρει την ακμή που την οδηγεί σε μια κορυφή, η οποία δίνει βελτιωμένη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Συνεχίζοντας κατά αυτό τον τρόπο η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης από κορυφή σε κορυφή βελτιώνεται και τελικά φτάνουμε σε μια κορυφή όπου η αντικειμενική συνάρτηση βελτιστοποιείται.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Συνεχίζοντας κατά αυτό τον τρόπο η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης από κορυφή σε κορυφή βελτιώνεται και τελικά φτάνουμε σε μια κορυφή όπου η αντικειμενική συνάρτηση βελτιστοποιείται.
- Οποιαδήποτε άλλη κορυφή δίνει χειρότερη λύση και έτσι η διαδικασία τερματίζεται.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η μέθοδος Simplex είναι μια αλγεβρική επαναληπτική διαδικασία όπου σε κάθε βήμα έχουμε μια νέα βασική εφικτή λύση προβλημάτων της μορφής:

$$z = \max\left(f(x)\right) = c^T x$$

$$A \cdot x = b$$

$$x_i \geq 0 \quad b_j \geq 0$$

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η μέθοδος Simplex είναι μια αλγεβρική επαναληπτική διαδικασία όπου σε κάθε βήμα έχουμε μια νέα βασική εφικτή λύση προβλημάτων της μορφής:

$$z = \max\left(f(x)\right) = c^T x$$
$$A \cdot x = b$$
$$x_i \geq 0 \quad b_j \geq 0$$

- Στη συνέχεια πρέπει να εξετάσουμε αν η τρέχουσα βασική εφικτή λύση είναι και η βέλτιστη.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Η μέθοδος Simplex είναι μια αλγεβρική επαναληπτική διαδικασία όπου σε κάθε βήμα έχουμε μια νέα βασική εφικτή λύση προβλημάτων της μορφής:

$$z = \max\left(f(x)\right) = c^T x$$
$$A \cdot x = b$$
$$x_i \geq 0 \quad b_j \geq 0$$

- Στη συνέχεια πρέπει να εξετάσουμε αν η τρέχουσα βασική εφικτή λύση είναι και η βέλτιστη.
- Συνεπώς χρειαζόμαστε έναν έλεγχο για το αν η λύση είναι η βέλτιστη. Αν είναι τότε η διαδικασία τερματίζεται.

- Αν η τρέχουσα βασική λύση δεν είναι βέλτιστη τότε χρειαζόμαστε μια μέθοδο με την οποία θα μπορούμε να βρούμε μία καλύτερη βασική βέλτιστη λύση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Αν η τρέχουσα βασική λύση δεν είναι βέλτιστη τότε χρειαζόμαστε μια μέθοδο με την οποία θα μπορούμε να βρούμε μία καλύτερη βασική βέλτιστη λύση.
- Η διαδικασία θα περατωθεί ως ένα πεπερασμένο πλήθος βημάτων, επειδή ο αριθμός των βασικών εφικτών λύσεων είναι πεπερασμένος, και αν η λύση δεν επιστρέψει σε κάποια προηγούμενη τελικά θα φθάσουμε στην βέλτιστη.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Αν η τρέχουσα βασική λύση δεν είναι βέλτιστη τότε χρειαζόμαστε μια μέθοδο με την οποία θα μπορούμε να βρούμε μία καλύτερη βασική βέλτιστη λύση.
- Η διαδικασία θα περατωθεί ως ένα πεπερασμένο πλήθος βημάτων, επειδή ο αριθμός των βασικών εφικτών λύσεων είναι πεπερασμένος, και αν η λύση δεν επιστρέψει σε κάποια προηγούμενη τελικά θα φθάσουμε στην βέλτιστη.
- Σημαντικό στοιχείο της μεθόδου αποτελεί και το γεγονός ότι εντοπίζει και τις περιπτώσεις στις οποίες το πρόβλημα είναι αδύνατο ή έχει μη πεπερασμένη λύση.

Το Simplex tableau

Η επίλυση των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού με τα Simplex tableau αποτελεί ένα συστηματικό τρόπο καταχώρησης των απαραίτητων ποσοτήτων, έτσι ώστε τα αναγκαία βήματα εφαρμογής του αλγορίθμου Simplex να μπορούν να εκτελούνται με ποιο απλό, σύντομο και αποτελεσματικό τρόπο.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

Βήμα 1

Διατύπωση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

Βήμα 1

Διατύπωση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.

Βήμα 2

Τυπική μορφή προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
ΕΑΝ μπορεί να σχηματιστεί μοναδιαίος πίνακας με κάποιες στήλες του πίνακα Α ΤΟΤΕ
πάμε στο βήμα 3
ΑΛΛΙΩΣ
πρέπει να προσθέσουμε στο πρόβλημα τεχνητές μεταβλητές έτσι ώστε να δημιουργηθεί ο μοναδιαίος πίνακας με κάποιες στήλες του πίνακα Α και να συνεχίσουμε στο βήμα 3

Βήμα 3

Κατασκευή Simplex tableau

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex

Βήμα 3

Κατασκευή Simplex tableau

Βήμα 4

ΕΑΝ $z_j - c_j \geq 0 \ \forall j = 1, 2, \ldots, n$ (Ευκαιριακό κόστος)

ΤΟΤΕ

ΤΕΛΟΣ (άριστη λύση)

ΑΛΛΙΩΣ

Βήμα 3

Κατασκευή Simplex tableau

Βήμα 4

ΕΑΝ $z_j - c_j \geq 0 \ \forall j = 1, 2, \ldots, n$ (Ευκαιριακό κόστος)
ΤΟΤΕ
ΤΕΛΟΣ (άριστη λύση)
ΑΛΛΙΩΣ

Βήμα 5

ΕΑΝ $\exists j : z_j - c_j > 0$ και $y_{i,j} \leq 0, \ \forall i = 1, 2, \ldots, m$
ΤΟΤΕ
ΤΕΛΟΣ (μη πεπερασμένη λύση)
ΑΛΛΙΩΣ

Βήμα 6

Βασική γίνεται η στήλη P_k για την οποία

$$z_k - c_k = \max_j \left\{ |z_j - c_j| : z_j - c_j < 0 \right\}$$

Βήμα 6

Βασική γίνεται η στήλη P_k για την οποία

$$z_k - c_k = \max_j \{|z_j - c_j| : z_j - c_j < 0\}$$

Βήμα 7

Φεύγει από τη βάση η στήλη P_r για την οποία

$$\theta = \min_s \left\{ \frac{x_i}{y_{i,k}}, y_{i,k} > 0 \right\} = \frac{x_r}{y_{r,k}}$$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex

Βήμα 6

Βασική γίνεται η στήλη P_k για την οποία

$$z_k - c_k = \max_j \{|z_j - c_j| : z_j - c_j < 0\}$$

Βήμα 7

Φεύγει από τη βάση η στήλη P_r για την οποία

$$\theta = \min_s \left\{ \frac{x_i}{y_{i,k}}, y_{i,k} > 0 \right\} = \frac{x_r}{y_{r,k}}$$

Βήμα 8

Καθορισμός στοιχείου πιλότου $y_{r,k}$.

Βήμα 9

Χρησιμοποιώντας τους τύπους (απαλοιφής):

$$\Gamma'_r = \frac{1}{y_{r,k}}\Gamma_r$$
$$\Gamma'_i = \Gamma_i - y_{i,k}\Gamma'_r \quad i \neq r$$

ή ισοδύναμα

$$d$$

κατασκεύασε το επόμενο Simplex tableau και στη συνέχεια πήγαινε στο Βήμα 4.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με αντικειμενική συνάρτηση

$$\max \quad z = 4x_1 + 5x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Να λυθεί με τη βοήθεια της Μεθόδου Simplex .

Βήμα 2 (Τυπική μορφή)

$$\max \quad z = 4x_1 + 5x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 4 \\ x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 3 \end{array}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

δηλαδή

$$A = \begin{array}{c} \\ \end{array} \begin{array}{cccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \end{array}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Οι στήλες P_3 και P_4 σχηματίζουν τον μοναδιαίο πίνακα και αποτελούν την βάση του αρχικού Simplex tableau .

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z						Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z						Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0					Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots$

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0					Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots$ στη συνέχεια τα ευκαιριακά κόστη.

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4				Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots$ στη συνέχεια τα ευκαιριακά κόστη.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5			Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots$ στη συνέχεια τα ευκαιριακά κόστη.

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5	0		Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots$ στη συνέχεια τα ευκαιριακά κόστη.

Βήμα 3 (Κατασκευή αρχικού Simplex tableau)

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0	Γ_3

Η γραμμή Γ_3 περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και τα ευκαιριακά κόστη $(z_j - c_j)$.
Υπολογίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots$ στη συνέχεια τα ευκαιριακά κόστη.

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0	Γ_3

Βήμα 4

Τα ευκαιριακά κόστη δεν είναι όλα μη αρνητικά (π.χ. $z_1 - c_1 = -4 < 0$) επομένως συνεχίζουμε στο βήμα 5.

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0	Γ_3

Βήμα 5

Όλες οι τιμές $y_{i,j}$ του πίνακα A είναι θετικές, επομένως συνεχίζουμε στο βήμα 6.

			4	5	0	0	
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	
P_3	0	4	1	2	1	0	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0	Γ_3

Βήμα 6

Το ευκαιριακό κόστος της στήλης P_1 είναι $z_1 - c_1 = -4 < 0$ και της P_2 είναι $z_2 - c_2 = -5 < 0$, επομένως επιλέγουμε την στήλη P_2 $(k = 2)$ διότι $\max\{|-4|, |-5|\} = z_2 - c_2$ και συνεχίζουμε στο βήμα 7.

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0		Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1		Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 7

Υπολογίζουμε τα θ

$$\theta = \frac{x_i}{y_{i,2}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{3}{1} = 3 \end{pmatrix}$$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1		Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 7

Υπολογίζουμε τα θ

$$\theta = \frac{x_i}{y_{i,2}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{3}{1} = 3 \end{pmatrix}$$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 7

Υπολογίζουμε τα θ

$$\theta = \frac{x_i}{y_{i,2}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{3}{1} = 3 \end{pmatrix}$$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 7

Επιλέγουμε την γραμμή με το μικρότερο θετικό θ.
Είναι η γραμμή Γ_1 $(r = 1)$ που αντιστοιχεί στη στήλη P_3.
Επομένως, φεύγει από την βάση η P_2 και εισάγεται η P_3 και συνεχίζουμε στο βήμα 8.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 8

Ο πιλότος είναι $y_{r,k} = y_{1,2} = 2$, επομένως συνεχίζουμε στο βήμα 9.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

Βήμα 9

Χρησιμοποιούμε τους τύπους

$$\left.\begin{array}{c} \Gamma'_r = \frac{1}{y_{r,k}}\Gamma_r \\ \Gamma'_i = \Gamma_i - y_{i,k}\Gamma'_r \quad i \neq r \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} \Gamma'_1 = \frac{1}{y_{1,2}}\Gamma_1 \\ \Gamma'_2 = \Gamma_2 - y_{2,2}\Gamma'_1 \\ \Gamma'_3 = \Gamma_3 - y_{3,2}\Gamma'_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c} \Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1 \\ \Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1 \\ \Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1 \end{array}$$

και δημιουργούμε το επόμενο Simplex tableau και επιστρέφουμε στο βήμα 4.

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_4	0						
	z						

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2							
P_4	0						
	z						

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5						
P_4	0						
	z						

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2						$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$					$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1				$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$			$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0							$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1						$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$					$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0				$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$			$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z							$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10						$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$					$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0				$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$			$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0		$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1		$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5						
	z						

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5						
P_1							
	z						

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5						
P_1	4						
	z						

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4							$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4	2						$\Gamma''_2 = 2\Gamma'_2$
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4	2	1					$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4	2	1	0				$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4	2	1	0	-1			$\Gamma''_2 = 2\Gamma'_2$
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5							$\Gamma''_1 = \Gamma'_1 - \frac{1}{2}\Gamma''_2$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma''_2 = 2\Gamma'_2$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1						$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0					$\Gamma''_1 = \Gamma'_1 - \frac{1}{2}\Gamma''_2$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma''_2 = 2\Gamma'_2$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma'_1 = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma'_2 = \Gamma_2 - \Gamma'_1$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma'_3 = \Gamma_3 + 5\Gamma'_1$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1				$\Gamma''_1 = \Gamma'_1 - \frac{1}{2}\Gamma''_2$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma''_2 = 2\Gamma'_2$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1			$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z							$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z	13						$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z	13	0					$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Simplex - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z	13	0	0				$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z	13	0	0	1			$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

			4	5	0	0		
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_3	0	4	1	2	1	0	2	Γ_1
P_4	0	3	1	1	0	1	3	Γ_2
	z	0	-4	-5	0	0		Γ_3
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	4	$\Gamma_1' = \frac{1}{2}\Gamma_1$
P_4	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	2	$\Gamma_2' = \Gamma_2 - \Gamma_1'$
	z	10	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0		$\Gamma_3' = \Gamma_3 + 5\Gamma_1'$
B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ	
P_2	5	1	0	1	1	-1		$\Gamma_1'' = \Gamma_1' - \frac{1}{2}\Gamma_2''$
P_1	4	2	1	0	-1	2		$\Gamma_2'' = 2\Gamma_2'$
	z	13	0	0	1	3		$\Gamma_3'' = \Gamma_3' + \frac{3}{2}\Gamma_2''$

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Από το τελικό Simplex tableau έχουμε την βέλτιστη λύση $(x_1, x_2) = (1, 2)$ και $z = 13$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία μέθοδος η οποία εφαρμόζεται για να προσδιορίσει την ευαισθησία της λύσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στις μεταβολές των παραμέτρων του. Συγκεκριμένα το Simplex tableau της άριστης λύσης μας δίνει πληροφορίες που αφορούν

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία μέθοδος η οποία εφαρμόζεται για να προσδιορίσει την ευαισθησία της λύσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στις μεταβολές των παραμέτρων του. Συγκεκριμένα το Simplex tableau της άριστης λύσης μας δίνει πληροφορίες που αφορούν

- την άριστη λύση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία μέθοδος η οποία εφαρμόζεται για να προσδιορίσει την ευαισθησία της λύσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στις μεταβολές των παραμέτρων του. Συγκεκριμένα το Simplex tableau της άριστης λύσης μας δίνει πληροφορίες που αφορούν

- την άριστη λύση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού
- το διαχωρισμό των περιορισμών σε δεσμευτικούς ή χαλαρούς Όταν η περιθώρια μεταβλητή x_i που αντιστοιχεί σε κάποιο περιορισμό έχει τιμή μηδέν, τότε ο περιορισμός είναι δεσμευτικός. Διαφορετικά, ο περιορισμός είναι χαλαρός.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάλυση ευαισθησίας είναι μία μέθοδος η οποία εφαρμόζεται για να προσδιορίσει την ευαισθησία της λύσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στις μεταβολές των παραμέτρων του. Συγκεκριμένα το Simplex tableau της άριστης λύσης μας δίνει πληροφορίες που αφορούν

- την άριστη λύση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού
- το διαχωρισμό των περιορισμών σε δεσμευτικούς ή χαλαρούς
  Όταν η περιθώρια μεταβλητή x_i που αντιστοιχεί σε κάποιο περιορισμό έχει τιμή μηδέν, τότε ο περιορισμός είναι δεσμευτικός. Διαφορετικά, ο περιορισμός είναι χαλαρός.
- τις δυϊκές τιμές
  Οι δυϊκές τιμές των περιορισμών στο τελικό Simplex tableau είναι οι ποσότητες $z_j - c_j$ που έχουν οι αντίστοιχες περιθώριες μεταβλητές.

- το εύρος αριστότητας των αντικειμενικών συντελεστών
  Για να βρούμε το εύρος αριστότητας ενός αντικειμενικού συντελεστή χρησιμοποιούμε την σχέση $z_{+} = z + \Gamma_j d_i$ με Γ_j την γραμμή της αντίστοιχης μεταβλητής και d_i η μεταβολή που γίνεται στον αντικειμενικό συντελεστή.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- το εύρος αριστότητας των αντικειμενικών συντελεστών
  Για να βρούμε το εύρος αριστότητας ενός αντικειμενικού συντελεστή χρησιμοποιούμε την σχέση $z_+ = z + \Gamma_j d_i$ με Γ_j την γραμμή της αντίστοιχης μεταβλητής και d_i η μεταβολή που γίνεται στον αντικειμενικό συντελεστή.
- το εύρος εφικτότητας των δεξιών μελών των περιορισμών
  Για να βρούμε το εύρος εφικτότητας ενός δεξιού μέλους περιορισμού χρησιμοποιούμε την σχέση $\beta_+ = \beta + P_j D_i$ με P_j την στήλη της αντίστοιχης περιθώριας μεταβλητής και D_i η μεταβολή που γίνεται στο δεξιό μέλος περιορισμού.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Από το τελικό Simplex tableau του παραδείγματος θέλουμε να βρούμε ποιοι περιορισμοί είναι χαλαροί και ποιοι δεσμευτικοί, τις δυϊκές τιμές, το εύρος αριστότητας για κάθε αντικειμενικό συντελεστή και το εύρος εφικτότητας για κάθε δεξιό μέλος περιορισμού.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Το Πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού είναι

$$\max \quad z = 4x_1 + 5x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \end{array} \qquad x_1, x_2 \geq 0$$

το οποίο μετατράπηκε στην τυπική μορφή

$$\max \quad z = 4x_1 + 5x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 4 \\ x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & 3 \end{array} \qquad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

με περιθώριες μεταβλητές την x_3 που αντιστοιχεί στον πρώτο περιορισμό και την x_4 που αντιστοιχεί στο δεύτερο περιορισμό.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Από το τελικό Simplex tableau έχουμε ότι $x_3 = 0$ και $x_4 = 0$ επομένως και οι δυο περιορισμοί είναι δεσμευτικοί.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Από το τελικό Simplex tableau έχουμε ότι $x_3 = 0$ και $x_4 = 0$ επομένως και οι δυο περιορισμοί είναι δεσμευτικοί.
Η δυϊκή τιμή του πρώτου περιορισμού είναι το ευκαιριακό κόστος του τελικού Simplex tableau $z_3 - c_3 = 1$ και του δεύτερου περιορισμού $z_4 - c_4 = 3$ αντίστοιχα.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Για το εύρος αριστότητας του αντικειμενικού συντελεστή c_1 έχουμε

$$z_+ = z + \Gamma_2 d_1 = (1,3) + (-1,2) d_1 \Rightarrow \left.\begin{array}{c} 1 - d_1 \geq 0 \\ 3 + 2d_1 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} d_1 \leq 1 \\ d_1 \geq -\frac{3}{2} \end{array}\right\}$$

δηλαδή $c_1 \in [\frac{5}{2}, 5]$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Για το εύρος αριστότητας του αντικειμενικού συντελεστή c_1 έχουμε

$$z_+ = z + \Gamma_2 d_1 = (1,3) + (-1,2) d_1 \Rightarrow \left.\begin{array}{c} 1 - d_1 \geq 0 \\ 3 + 2d_1 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} d_1 \leq 1 \\ d_1 \geq -\frac{3}{2} \end{array}\right\}$$

δηλαδή $c_1 \in [\frac{5}{2}, 5]$.

Για το εύρος αριστότητας του αντικειμενικού συντελεστή c_2 έχουμε

$$z_+ = z + \Gamma_1 d_2 = (1,3) + (1,-1) d_2 \Rightarrow \left.\begin{array}{c} 1 + d_2 \geq 0 \\ 3 - d_2 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} d_2 \geq -1 \\ d_2 \leq 3 \end{array}\right\}$$

δηλαδή $c_2 \in [4, 8]$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Για το εύρος εφικτότητας του δεξιού μέλους περιορισμού b_1 έχουμε

$$\beta_+ = \beta + P_3 D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} D_1 \Rightarrow \left. \begin{array}{c} 1 + D_1 \geq 0 \\ 2 - D_1 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{c} D_1 \geq -1 \\ D_1 \leq 2 \end{array} \right\}$$

δηλαδή $b_1 \in [3, 6]$.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

B	c_i	x_i	P_1	P_2	P_3	P_4	θ
P_2	5	1	0	1	1	-1	
P_1	4	2	1	0	-1	2	
	z	13	0	0	1	3	

Για το εύρος εφικτότητας του δεξιού μέλους περιορισμού b_1 έχουμε

$$\beta_+ = \beta + P_3 D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} D_1 \Rightarrow \left.\begin{array}{c} 1 + D_1 \geq 0 \\ 2 - D_1 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} D_1 \geq -1 \\ D_1 \leq 2 \end{array}\right\}$$

δηλαδή $b_1 \in [3, 6]$.

Για το εύρος εφικτότητας του δεξιού μέλους περιορισμού b_2 έχουμε

$$\beta_+ = \beta + P_4 D_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} D_2 \Rightarrow \left.\begin{array}{c} 1 - D_2 \geq 0 \\ 2 + 2D_2 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} D_2 \leq 1 \\ D_2 \geq -1 \end{array}\right\}$$

δηλαδή $b_2 \in [2, 4]$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με αντικειμενική συνάρτηση

$$\max \quad z = 3x_1 + 8x_2$$

και περιορισμούς

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & + & 3x_2 & \leq & 24 \\ x_1 & + & 2x_2 & \leq & 20 \end{array}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Να λυθεί με τη βοήθεια της Μεθόδου Simplex και να γίνει ανάλυση ευαισθησίας.